This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

PROCLI DIADOCHI LYCII

PHILOSOPHI PLATONICI
AC
MATHEMATICI PROBATISSIMI
IN
PRIMUM EUCLIDIS
Elementorum librum

COMMENTARIORUM

AD
UNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM
PRINCIPIUM ERUDITIONIS TRADENTIUM
Libri IIII.
A
FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO
ſumma opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę
in gręco codice omnes deſiderabantur aucti: primùm iã Romanę
linguę venuſtate donati, & nunc recèns editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illuſtrium, atque Autorum:
Elēcho librorū, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati ſunt:
& Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.

CUM PRIVILEGIO.

PATAVII,
Excudebat Gratioſus Perchacinus
1560.


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXII

VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET *INTERPRETIS COMMENDATIONEM.*

AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere poſſit vtilitatem.

LEctor ſi plenam cupias iam ſcire Matheſin,
Eſſe Geometres non modò, diſce viam.
Te ſocium Proclo ſummis nunc viribus adde,
Huncq́; ſtude manibus voluere ſæpe tuis.
Omnem ſummatim tractat, vel Dogmata Plato
Quæ ſcripſit Magnus,quæ vel Ariſtoteles.
Pellit hic obſcuras Amborum lucidus vmbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NOMINE eius, & Cognomine.

FAmiliæ nomen quid Diadochus vult ſibi?
Proclus quid propriũ? nĩl aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt ſunt dicit omnia;
Et candidus verbis,& re Gemma eſt nitens,
Magiſtratus inſtar, vel olim quòd Virum
Vnus ſucceſſit Philoſophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

ANtiquam cano Termilen,
Illuſtremq́; Virum,qui ſapientia
Claram iam mage reddidit.
Tu cæptis faueas Iuppiter inuoco
Muſæ principium meæ.
Naturalis amans maximus extitit,
Diuinæ & Sophiæ ſimul:
Platonis doceant ſcripſit in aurea
Doctis quæ Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior eſt quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem ſibi vendicat,
Aſcræumq́; poliuerit.
Sed quid quòd Megarum conſpicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monſtret qui Numeros, Harmonicos ſonos,
Curſus (preter in omnibus
Menſuram propriam) & Sidera calleat?
Eſt Maioribus vnicus,
Qui ſe conſimilem præbeat vndique,
Maioremq́; Sequentibus.
Hic eſt,quo Regio proſpera gaudeas,
Non quòd nomine ſis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam ſatus
Eſt ſortitus Auum, qui Draco erat gradu:
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulmineum
Olim coniuge de ſua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapſum ſuſcipit Inſula
Ob turpem faciem vertice cælico,
Deiectumq́; parentibus;
Quo caſu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quæ Deus eſt tela Gigantibus
E' cælo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq́; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus eſt Deûm.
Heros dum voluit datam
Amplecti,monita hæc reſtitit artibus.
Quare ſemina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq́; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò.
Matris nomine mœnia
Struxit, dicier hæc ſi genitrix poteſt.
Ne mirum ergo quis audiat
Cùm tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos,pedes
Vt fœdos tegeret, curribus,& rotis.
Succeſſit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhæreat.
Natos conſequitur duos,
Et natas geminas, nunc miſeras aues.
Abſint ſed volo tragica,
Tectis garriat hæc,& nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici,imperium rexerat, auxerat.
Hic ſolus mihi dicitur,
Qui nomen dederat pòſt tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant ſimul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq́; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quòd capiat Lupus
Tanquam ſæuus oues (nam Pateræ Deus
Hinc dictus colitur ſuus)

At lætare magis quòd Lycius Proclus
Iactas igniuomum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monſtro ſimilis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq́;, oreq́;,
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius ſidera tangere
Poſſit, Numinibus frui,
Et ſecum pariter quoſque reducere.

IN EVNDEM AB Interprete recognitum.

QVantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu ſtudiis, Barocioque.
Nam quantum inſinuas ſcientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recèns vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba; vt ſicariis manus dediſſe
Iam viſus fueris malis, & inde
Vitam vix miſer abſtuliſſe tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM

Precatio bona ob Procli reſtitutionem.

Franciſce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, ſalus, honor vndique; ſint tui labore:
Felices ſemper, Mundo quibus eſt renatus ille,
Cui debent opera Euclidis ſatis, ille Proclus inqu.i,
Vnde Mathematicus certè valet eſſe, non haberi
Solum per ſe quiſque breui bonus: O tibi ſit autor
Alte boni bene tanti iterumq́; iterumq́; dico, & oro
Diiq́; Deęq́; omnes faueant ſimul, aſtra, cũcta, q̃ ſunt.
Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Mineruæ munera qui ſuo decori
Reſtituis, parcis ſudoribus, aſpiciſq́; nullos
Sũptus. quod bene ſit his oĩbus, et bene vſq; in æuum

AD EVNDEM, DE eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es moleſque, veloxque
Κόκκους ecce triuiſti,
Gaude θεῶν amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miſcens
Et pares, reſonaſque,
Quod nunc ἔργα recludunt,
Hoc tam nemo venuſtè
Munus παλλάδος, atque
Ἑρμοῦ: tam κατὰ καιρὸν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατριώταις
Annis ſic tener altus.
Felix perpetuo ſis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te viſquè rogamus.

Δεκάστιχον πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὶ τὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζεις, ἐλλόγιμός τ' εἶ,
ἀλλ' ἐγχώριος ἐγὼ, καὶ μᾶλλον
βάρβαρος. εἰ μέν τοι χὴν κτυπῶν
ὥσπερ, ἀείδω φωνηέντων
νῦν μετὰ κύκνων, ἔσθ' ὁ πόθος γε,
ὅς με συνάγει σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε τὴν βούλησιν, καὶ νοῦν
ἥμισυ τῆς ψυχῆς ὢν σύ μου.
ἀμίμητος πίνδαρος οὐδεὶς
εἰμὶ γάρ, οὐδεὶς ὅστις ὅμηρος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.

AMOR Deorum antiquiſsimus,atq; nouiſsimus,rerum omnium autor, & ſeruator nō ab re Patriarcha digniſsime à ſapientiſsimis philoſophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res ſit, à diuiniſqúe cauſis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dijſqúe genitum eum philoſophi, poetęqúe finxerūt. Antiquiſsimum autem cęterorū Deorum aſſerunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm ſummum bonum,quod eſt primus ille vniuerſorū pater,& autor Deus,triplicem Mundum ex quadam informi eſſentia,quā Chaos priſci uocarunt,per conuerſionem illius eſſentię ad ſuum vnde orta eſt principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: poſtremò ipſius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, miſtiſqúe conſtat: quæ quidem omnia iuxta ſuarum,quæ in mente diuina effulgent Idearum ſimilitudinem,Dij vocantur,vt Cęlius,Saturnus,Iuppiter,Mars,Apollo, Venus,Mercurius,Diana,Vulcanus,Iuno,Neptunus,Pluto,& alij. Nouiſsimum verò,quia duplex Amor cùm ſit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; è veſtigio quodam, diuinoqúe ſemine orta, parentem ſuum recognitum proſequuntur,& fine perfectionis ſuę frui deſiderant,ille quidem rebus omnibus antiquior eſt, hic verò iunior. Vnde etiam principiū rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouiſsimū priſcę autoritatis philoſophi,diuiniqúe viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem,& ſeruatorem non iniurià,vt opinor,dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philoſophis fruendæ pulchritudinis deſiderium definitur,quia eius proprium eſt,vt ad pulchritudinem rapiat,ac deforme cum formoſo coniungat,per cuncta ea,quę ſunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia,quę à prima cauſa in rerum natura ſunt edita, aut ſuperiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter ſe ſortita ſunt ordinem, atq; reſpectum. Si ſuperiora ſint,inferiorum ſunt cauſę: ſi inferiora,ſuperiorum opera: ſi ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd ſi cauſæ quidem ſint,opera ſua diligunt, &

ſummā

ſummam eorũ pulchritudinem,ſummamqúe perfectionem deſiderant: ſi autem opera,cauſarum ſuarum pulchritudine frui,perfectioneqúe, expetunt:ſi verò eadẽ natura ſint prędità,tanq̃ ſimiles Totius,Eiuſdemqúe partes mutuo afficiuntur Amore,vt vnà omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui posſint. Quod cùm ita ſit;omni ex parte cõſtat, Amorem in omnibus eſſe rebus,perqúe omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri poſſe, quod odio proſequatur alterum, niſi per accidens. non enim per ſe contrarium aliud ſibi contrarium odit,& fugit: ſed per accidens, ac ſuijpſius Amore,nè ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam diuinis,quàm humanis inſitus,innatusqúe ſit,cuinam dubium erit,ſi oſtendantur rerum omnium actiones,Amoris gratia fieri,actionumqúe opera Amore conſeruari,quin Amor effector omnium ſit,& ſeruator? At propagandæ proprię cuiusq; rei perfectionis cupiditas, maximus Amor eſt. Deus autem,in cuius ſolùm immenſa poteſtate reperitur abſoluta perfectio,propagandę eius perfectionis cauſa cuncta produxit, idẽqúe omnibus propagandi deſideriũ largitus eſt. quę id ita ſortita ſunt,vt quicquid in Mundo fit,Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conſeruat,diuiſio diruit,atq; diſperdit. Amor autem cõiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non ſolùm efficit omnia,verùm etiam conſeruat. Quo circa iurè autor omnium dicitur,& ſeruator. Verùm ſi Amor res omnes efficiendi, & ſeruandi vim habet, cuiq; ſatis, ſuperqúe perſpicuum eſt,eum ſcientiarũ quoq; autorem,& cuſtodem eſſe. nam (ſi Ariſtoteli credendum eſt) eędem ſententię, eędemqúe ſcientiæ ſępenumero apud homines iuxta quaſdam ordinatas Vniuerſi conuolutiones apparẽt,atq; euaneſcunt. Vt verò alijs maximis philoſophis placuit,omnes ſcientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesqúe demũ res,quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę,tum ab hominibus excogitatę,repertęqúe fuerunt,infinitis ſeculis floruere poſt infinita incendia vicisſim,ac diluuia,quibus iã deperierant,atq; deciderant: eodemqúe modò iterũ floreſcent,atq; peribunt. Quę quidem res cùm ita ſe habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, pręſertimqúe ſcientiarum redintegrationem, & conſeruationem. nam poſt Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia,& cuiuſcunq; generis animantia (pręter ea,quę diuina prouidentia cuſtodiuit) periere,verũ etiam omnis rerum memoria,quę in libris continebatur,ita extincta fuit, vt illi primi homines,qui ex paucis ijs,qui iam relicti erant,orti ſunt,tanq̃ nouisſimi,& rerum omnium imperiti,vitam quandã ſimplicem,puram, ab omni malitia,atq; verſutia vacuam,omninoqúe (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo,quo Deus Mundum proſequitur Amore primùm, deinde naturali hominum ſciẽdi deſideſiderio excitati, admirari, obſtupeſcereq́ue cœpiſſent, ac demũ totam Mũdi machinam, eiusq́ue motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei cauſam inueſtigare, id ita factum eſt, vt ſciẽtię iterum omnes, paruo quaſi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies ſumpſerint, paulatimq́ue ſeſe ad ſummũ ſuę perfectionis euexerint. Pòſt verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaq́ue in Vniuerſum ſęuientia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuaſtatæ fuerant, multa pręclara priſcorum Autorum opera omnibus in ſcientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euerſa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel ſaltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, nè penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire poſſet, Amor pleroſq; inuaſit tum illorum doctrinas de ſuo inueniendi, tum hæc inſtaurandi. nemo enim artem, vel ſcientiam aliquam reperire, aut diſcere poteſt, niſi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inueſtigandi, inueniendiq́ue deſiderium excitet. duplici ſiquidem huiuſcemodi Amore, ſapientia omnis menti data eſt, qua ſanè ad Deum ſuum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipſius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus eſt in re manifeſta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipſum expertus ſum. nam cùm ſæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas ſcientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atq; deperditas eſſe animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ priſco tempore vel adoleſcentulis notiſſima, facillima, in promptuq́ue erãt, hoc noſtro ſeculo tanquam ęnigmata, difficilima, nimiſq́ue abſtruſa eruditiſſimis quoque viris eſſe videntur? Cuius profectò rei cauſam cùm perſæpe inueſtigarem, nullam aliam eſſe deprehendi, niſi paucitatem ſcriptorum, quæ à tot, tantiſq́ue clariſſimis viris in hiſce ſcientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præſtantiſſimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne veſtigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumq́ue Euclidem Megarenſem inſignem Mathematicum, qui harum diſciplinarum initia maximo cum ordine, maximoq́ue cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum ſcriptum, aut commentarium deſideraui, quanuis neſcius non eſſem, quòd impreſſi fuerant Baſileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nan-

q́ue

que erant perinde ac ſi editi nunquam fuiſſent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem ſtudioſorum omnium vtilitatem, huic meo flagranti deſiderio auxiliari maximo ſuo Amore decreuiſſet, fecit vt cùm eſſem in Inſula Creta tertio abhinc anno quoddam vetuſtisſimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impresſi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri ſanè in græcis literis omnium ętatis ſuę græcorum præſtantisſimi. ex quo quidem exemplari impreſſum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Poſtea verò cùm in Italiam reuerſus eſſem, & horum iam commentariorum maximam agnouiſſem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliqúe eos inſtaurandi deſiderio, Amoreqúe ardebam. Quapropter vt eiuſmodi deſiderio meo ſatisfacerem, primùm Bononiam profectus ſum, vbi inueni duo exemplaria manu ſcripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis vt tranſcriberem conceſſum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononienſi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, niſi humanitate, Amoreqúe erga me quodam impulſi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentisſimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononienſi Gymnaſio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipſum ſuum exemplar mecum afferri. quod ſanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc diſcesſiſſem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod poſtremò è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis cauſa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoqúe Mathematicas diſciplinas ab ineunte adoleſcentia proſequutus ſum: tum etiam vt amicorum meorum perſuaſionibus morem gererem, & communi eorum ſtudioſorum vtilitati, qui ſermonem gręcum non callent, conſulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, abſolutum, inſtauratumqúe vidiſſem, pluresqúe ipſi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, cenſores adhibuiſſem, nolui omnino Horatij ſententiam obſeruare dicentis:

Id tibi iudicium eſt, ea mens, ſi quid tamen olim
Scripſeris in Metii deſcendat iudicis aures,
Et patris, & noſtras, nonumq́; prematur in annum.
Membranis intus poſitis delere licebit
Quod non edideris. neſcit vox miſſa reuerti.

ſed communi potius vtilitati ſtudens, imprimendum illud eſſe duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetiȷs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli: alterum Patauiȷ ex bibliotecha Io. Vincentiȷ Pinelli Genuẽſis viri tã genere, quã animo, & moribus nobilisſimi. Ex quibus ſanè omnibus, quæ hucuſque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilisſimũ, lucidisſimumꝗ volumẽ, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phęnicis inſtar exoritur. De cuius ortu felicisſimo primùm Deo ſummo rerum opifici, deinde Amori non ſolùm ſcientiarum, verũ etiam rerũ omnium autori, ſeruatoriqúe immortales habendæ ſunt gratiæ. Vides igitur, dignisſime Patriarcha tum præſentẽ meã lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta ſunt, oriunturqúe quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri. Cùm itaꝗ opus hoc Amore factum à me ſit, operępretium eſt, vt quoddam etiam munus Amoris mihi ſecum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quę vera Amicitia eſt. cùm enim triplex ſit Amor, vnus, quo iucundũ: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honeſtumqúe diligimus, quorum etiam vnuſquiſꝗ duplex eſt, ſiquidem aut ſimplex, aut mutuus, cumqúe Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tũ naſcatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam ſit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens eſt, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem eſſe. vnã quidem, cuius finis iucundum: alteram autem, cuius vtile: tertiam verò, cuius finis bonum ſimpliciter eſt, & honeſtum. Hæc autem ſola perfecta, vera inuiolabilis, atꝗ indiſſolubilis eſt, cùm cæteræ omnes vndiꝗ claudicent, ψευδοφιλίαι ſint, & violari facilè, diſſoluiꝗ posſint. Hęc porrò & in rationalibus tantũ animis, & rarò reperitur, quæ à philoſophis variȷs fuit modis definita. Aliȷ nanꝗ tum ad eius finem, tum ad ſubiectum reſpicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honeſtam perpetuæ voluntatis cõmunionem. Aliȷ verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum ſimpliciter, atꝗ honeſtum comparatam. Aliȷ præterea, ſummam omnium diuinarum, humanarumqúe rerum cum beneuolentia, & charitate conſenſionem. Aliȷ demũ, aliter. Hæc ſcilicet ea eſt Amicitia, quæ maximũ Amoris munus eſſe mihi videtur. Vtinam aũt tale munus Amoris à pręſenti meo, Amoriſqúe opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duę vitę ſequuntur. O diuinum lucrum, diuinamqúe Amicitiã, quãdo vnus animus duo occupat corpora, vnaꝗ vita duobus agitur ab amicis, quorum vterꝗ geminam habeat vitam, alterqúe alteri ſimilis adeò ſit, vt alter idem vocari posſit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta ſapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaqúe Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in ſapientia enim, & virtute ſummum bonum præ-

• • clarè

clarè poſitum eſt. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil eſt, quod magis alliciat homines ad diligendum ſeſe, quàm virtutis, morumqúe bonorum ſimilitudo, necnon ſtudiorum ſocietas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia eſt, quam diu inter nos eſſe deſideraui. ſemper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi ſunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaqúe ſublata, omnis eſt è vita ſublata iucunditas. Quam quidem ſententiam diligentiſſimè ſemper obſeruandam mihi propoſui. Vnde ſanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesqúe animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemqúe in tuis, meiſqúe Idea, ſidere, genio, animæ, corporiſqúe affectione animaduertiſſem, te vnum in primis elegi, quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria ſis, Amicitia quoqꝫ perfecta coniungere, cunctiſqúe veſtigijs tuis ſemper inſiſtere. ſpero enim, & volo Amicitiam noſtram (quæ beneuolentia fortaſſe mutua, ſed latens huc uſque fuit) veram, perfectam, indiſſolubilem, ſempiternamqúe fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta eſt principijs, vera eſt, & perfecta, neqꝫ vllo vnquam pacto violari, diſſoluiqúe poteſt. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, ſummum certè ſui bonum ruit. at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: ſed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atqꝫ indiſſolubilis permanet, ex eaqúe ſemper maxima vtilitas, maximaqúe iucunditas effloreſcit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non ſine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione exiſtimarem: eam qualiſcunqꝫ eſt, tibi dicandam eſſe ſtatui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua ſolitus es humanitate accipere non grauaberis: neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruęqúe munus, vt ſub tutela tui ampliſſimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum verſetur. me verò vt Amicitia noſtra vera, perfectaqúe ſit, mutuo ſemper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO AD LECTOREM.

QVVM opus, quod à me multos abhinc menſes ſumma primę rerum omnium cauſæ prouidentia ſuſceptum fuerat, poſt multos labores diuino tandem auxilio completum, abſolutumq́; ſit, ſtudioſe Lector, prudenti (ut mihi perſuadeo) conſilio factum iri exiſtimo, ſi antequam ad ſcripta ipſa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti ſunt, te commonefaciam. Quibus inſtructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam conſequi. nam operępretium eſt ante omnem diſciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne ſuarum reminiſci rationum posſit impedimento ſunt: tum ea cognoſcere, à quibus ipſa diſciplina exoritur. Primùm itaque te ſcire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarisſimum omnium fuiſſe, cognomine Diadochum, hoc eſt ſucceſſorem, patria Lycium, Platonicum Philoſophum, Mathematicumq́; præſtantisſimum. qui (ſi Suidæ credendum eſt) magni Syriani fuit diſcipulus, cumq́; Athenienſi Scholæ præfuiſſet, alios ipſe diſcipulos habuit, è quorum numero unus, inſignisq́; fuit Marinus Neapolitanus eius ſucceſſor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad conſulatum uſque prouectus fuit. Is ſanè Proclus permulta nobis ſcripta reliquit, in arte Grammatica, in Philoſophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Heſiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaq́ue præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos ſumma quidem admiratione dignos, ſummoq́ue ſtudio in manibus habendos cenſeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuerſamq́ue Philoſophiam nobis aditum patefaciunt. & præſertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino inſtauratos nunc ſeſe omnibus offerunt. Quam etiam ob cauſam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Baſileę dilaniato potius quàm impreſſo, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpſi, atque in id unum tranſtuli, quod etiam primus è græco in Latinum ſermonem conuerti. In quo ſanè uertendo quanuis neſcius non eſſem Horatium dixiſſe, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum eſſę cenſui: ſed ubique uerba græca, uerborumq́ue ſenſa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus ſum, qui in uertendis libris non pauca de ſuo adijciunt, permulta prætermittunt, aut ſeriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propoſitum habui. multi nanque interpretati ſunt, at ille ſolus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias ſiquidem multorum uidi conuerſiones, quæ certè ab omnibus ſunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) neſcio cuius rei cauſa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidisſima ſenſa, obſcurisſima, falſaq́; reddunt: aut quia græcum ſermonem perfectè non callent: aut quia ſcientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua ſcientiarum uocabula (quod fieri non poteſt) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingresſi, eos etiam ſecum unà peſſum trahunt, qui eorum ſcripta legunt. Alij autem barbariem pasſim quandam adamantes, ita libros è græco ſermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuerſi dici posſint. hi nanque ſententiam Quintiliani non obſeruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec ſcientias posſidentes, dum Pędagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conſcribunt, egregiè hallucinantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipſos cōmacilant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non eſt te in hac mea Procli conuerſione multa, & uaria, quæ obſeruanda ſunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus ſum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi ſectando: ſed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hiſce, quæ hoc in uolumine continentur ſcientijs pertractarunt. Deinde uocabula ſcientiarum paſſim (ut fieri potuit) legitima, ſynceraque uertere uolui. Ambitus pręterea orationis, ſiue circuitus perſpicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea uſus ſum figura, quam ὕστερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates inſuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum reſolutionibus: tum etiam rectè ſcribendi ſcientia, ut legenti tibi notum erit. A quibuſdam denique dictionibus neceſſitatis, latinæq; linguæ paupertatis cauſa non abſtinui, quæ exempli gratia huiuſcemodi ſunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibuſdam Aduerbijs, ut, Vniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs ſcientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæſitum, Prædicatum, Subiectum, ac ſimilibus: & à nominibus proprijs ſcientiarum, ut, Perſpectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata ſunt, ut ſi aliter expreſſa fuerint, ab omnibus non facilè percipi poſſint: ſimiliterque à quibuſdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores pleriq; græcè uſi ſint, nonnulli iuniores, quos ſequutus ſum, eas nuper latinè reddidere, uerbi cauſa, Obtuſangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. ſi enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtuſangulum uertendum non eſt? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, ſimiliterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vſi tamen nos quoq; ſumus quibuſdam græcis dictionibus propterea quòd ſi uertantur, proprios ſcientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icoſaëdrum, Sphęra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiuſmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in noſtra conuerſione non ab re obſeruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præſentia ſilentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum eſt ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philoſophiam, quam Proclus noſter elegantisſimè tradit libenter ab eo ſuſcipere, diligere, exercere, atque perdiſcere: ſi Animam tuam, & temetipſum cognoſcere cupis. Anima nanque noſtra (ut docet ſapientisſimus Plato) mathematicam ſortita eſt eſſentiam, unde ſanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non ſolùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque ſphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant cauſam. Anima ſiquidem noſtra omnes haſce præaſſumpſit diſciplinas in ſui eſſentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, eſſentialeſq; in ipſa exiſtentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipſa eſt Anima concinnam, compoſitamq; eſſe nemo ſit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus oſtendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, διατεσσάρων nempe, διαπέντε, διαπασῶν, quæque ex his compoſitæ ſunt: Geometriam inſuper iuxta unionem, ſuiq; integritatem, formam, & linearem eſſentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; eſt, Continui ipſius eſt particeps: quatenus uerò Numerus, diſcretam ſibi uendicauit naturam. Verùm ut continua, duas habet in ſe ſe rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuerſumque eſt propagantem gignit, qui porrò Circuli cùm haud per Angulos rectos ſe inuicem interſecent, Signiferi, Aequatoriſque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis eſt, Idem ſemper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuerſum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in ſuo pulcherrimè cuſtoditur ordine. Cùm ergo Animæ noſtræ eſſentia Linearis, Circularisque ſit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifeſtum eſt, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quòd Anima

Geometriam quoque in ſe ſe præaſſumpſit. Præterea cùm Circuli, qui in ipſa ſunt & immobiles ſint, & à ſe ſe moueantur, immobiles quidem iuxta eſſentiam (omne enim, quod à ſe mouetur, ſimul mouetur, & immobile eſt, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipſam præſumpſit. Quum itaque Anima noſtra mathematica ſit ſecundum omnes Mathematices partes, operæpretium eſſe exiſtimo quemlibet, qui Animam ſuam, & ſe ſe deſiderat cognoſcere, eoq; præſtare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri ſcientijs, ſine quibus utique nunquam ſe ſe perfectè cognoſcere poterit. Quapropter te (Lector Candidisſime) iterum, atque iterum hortor ut haſce ſcias præ cęteris alijs complectaris: & ſi Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præſens Procli doctisſimū, lucidisſimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione noſtra diximus, pauca adhuc quædam potisſimùm animaduertenda ſunt amice Lector. Primò quidem ꝙ ubicunque inter parua noſtra Scholia ſignum hoc † reperies, uerba ipſum cōſequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpſimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo poſtremò exemplaria ad manus noſtras peruenerunt, in quibus nōnulla denuo in primo, ſecundoq; libro, qui iā impresſi erant, uaria eſſe cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine ſubſequūtur.

Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipſarum inuincibilem complectitur, uireſq; &c.

Pag. 29. Lin. 22. { Geometrię formas appellāt, ſeparari autem nos à ſenſilibus per huiuſcemodi formas, excitariq; à ſenſu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimēdis uel ſi Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impresſoribus præeſſet, fieri non poſſet, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata eſſe deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis ſic corrigi posſint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea	
Reſpicicens	reſpiciens	3	21	
Anti.	autoritate	16	25	In ſcholijs
Memnone	Menone	26	28	& in ſcho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14	
Quæq;	quiq;	37	22	
Excucurrit	excurrit	49	26	
Mænechmos	Menæchmios	64	14	
Dixt	dixit	77	11	
Corniculari	Lunulari }	109	16	
Cornicularis	Lunularis }			
Cornicularis	Lunularis	109	18	
Ab re	non ab re	134	17	
Propter	præter	135	2	
Ad Baſim	ſub Baſi	147	27	
Internus	externus	176	10	
Anguli	Trianguli	180	35	
Ipſi	Ipſis	189	18	
Igitur	autem	199	25	
Infiniti	Finiti	206	23	
Alterntim	Alternatim	215	12	
Puæoſtenſa	Præoſtenſa	224	19	
Problematis	Theorematis	225	17	in ſcholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21	
Habebant	habeant {	241	30	
		244	31	
Summantur	ſumantur	250	32	
Conſtitutio	& Conſtitutio	265	7	
Rectangulis	Rectilineis	266	26	

Cæterùm ſi præter hæc fortaſſe aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut ſuperius dictum eſt) in hac mea uerſione obſeruata eſſe mihi perſuadeo, haud obſeruata paſſim reperies, huic paruo peccato ignoſces.

AT NE fortè exiſtimes Lector prudentiſſime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum eſſe temere, hoc te nõ lateat quòd cùm iam hos libros latinos feciſſem annum penè totum ante emiſſionem conſumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi cenſores adhiberem. M. Antonium Paſſerum Patauinum in primis alterum ætatis noſtrę Ariſtotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Faſeolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritiſſimos, cunctiſq; ſcījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę ſpei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philoſophiæ ſtudijs, & in Mathematicis apprime verſatum. Cuius conſilio, accerrimoq; iudicio me perſæpe vſum eſſe nunquam inficiabor. Horum ſanè clariſſimorum virorum autoritate fretus, propter communem ſtudioſorum vtilitatem malui non parum potius periculi ſubeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm ſine vllo meo diſcrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM Virorum Illuſtrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta eſt.

Deorum.

AMor.
Apollo.
Bacchus.
Ceres.
Cœlius.
Diana.
Iuno.
Iuppiter.
Mars.
Mercurius.
Neptunus.
Oracula.
Pluto.
Rhea.
Saturnus.
Venus.
Veſta.
Vulcanus.

Virorum Illuſtrium.

GElon Syracuſius Rex.
Hieron Syracuſius Rex.
Pericles Atheniẽſis Senator clariſſ.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameriſtus Steſichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracuſius.
Architas Tarentinus.
Ariſtoteles.
Aſinęus Philoſophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chryſippus.
Cicero.
Cratiſtus Platonicus.
Cyzicinus Athenienſis.
Democritus.
Dinoſtratus Menęchmi frater.
Epicurus, & ſequaces.
Eratoſthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Aſcalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Heſiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Heſiodi in Theogonia.
Leodamas Thaſius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perſeus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Poſidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhonij philoſophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speuſippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Mileſius.
Theętetus Athenienſis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis diſcipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati ſunt,

Aſtrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timęum Platonis.
Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis
Commentaria Eutocii Aſcalonitę in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cōmentaria Simplicii in lib. Phyſic. Ariſt.
Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
Compendium Elementorum Æneæ Hierapolitæ.
Critias Platonis.
Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Muſicalia eiuſdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni aſcriptus.
E'ργα, καὶ ἡμέραι Heſiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimenſione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus.
Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum.
Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili.
Libri Ariſt. Reſolutorii.
Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIIII.
Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum.
Libri Ariſt. de Partibus animalium.
Libri Ariſt. Phyſicorum.
Libri Ariſt. de Anima.
Libri Ariſt. de Cęlo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarū enarrationū Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuiſionibus.
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus.
Liber Hippocratis Coij de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus eſt, A minoribus quàm duo recti ꝓductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea.
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinoſtrati.
Libri Geometricarum enarrationū Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miſcellanea Porphyrii
Odyſſea Homeri.
Opuſculum Plutarchi de vitanda vſura.
Parmenides Platonis.
Perſpectiua Euclidis.
Phędo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæſtiones Philippi Mendæi.
Riuales Platonis.
Sophiſta Platonis.
Specularia Euclidis.
Sympoſium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Heſiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM
IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO
PATRITIO VENETO
INTERPRETE.

De Mathematicæ Eſſentiæ medietate
Cap. I.

MATHEMATICAM Eſſentiam neque ex primis eorum, quæ ſunt generibus, neque ex vltimis, à ſimpliciq́ue eſſentia ſeiunctis eſſe neceſſe eſt, ſed medium obtinere locum inter impartibiles, & ſimplices, & incompoſitas, & indiuiſibiles ſubſtãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compoſitionibus, varijſq́ue diuiſionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipſa verſantur eodem ſemper modo ſe habet, & firmum eſt, neque confutari poteſt, formis, quæ in materia feruntur ipſam ſuperiorem eſſe declarat. progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum ſubiectarũ dimenſionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia pręparat, inferiorem ipſi dat ordinem, eo ordine, quẽ ſortita eſt impartibilis, & in ſe ipſa perfectè cõſtituta naturà. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę ſunt cognitiones primis, & medijs, & poſtremis ſubſtantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & ſimplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm ſine materia ſit, & ſumma quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione ſe conijciat, resq́ue ipſas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, poſtremamq́ue naturam ſortitis, & Senſilibus omnibus, opinionem, quę obſcuram veritatem nacta eſt: Medijs verò (cuiuſmodi ſanè Mathematices formæ ſunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq́ue ſuperioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, ſupremaq́ue ſcientia inferior eſt, opinione autem perfe-

Cõcluſio vniuerſalis.

Cõcluſionis ꝓbatio.

Platonis ĩ Repu. & aliis ĩ locis cognitionũ diuiſio.

ctior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentiſqúe impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehenſionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rurſus quæ diuiſa ſunt, ad mentemqúe refert. Quemadmodum igitur ipſę inter ſe diſtant cognitiones, ita ſanè & quæ ſub cognitionem cadunt, natura diſtincta ſunt. & quę intelligi quidem poſſunt vnius formæ exiſtentijs omnia ſuperant. Senſilia verò, ſuperantur penitus à primis eſſentijs. Mathematica autem, & omnino quæcunq; ſub cogitationem cadunt, medium ſortita ſunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuiſione vincant, ſenſilibus verò, cùm materiæ ſint expertia præcellant: & ab illis quidem ſimplici quadam vi ſuperentur, his autem certa quadam ratione pręſtent: & apertiores quidem quàm ſenſilia intelligentis eſſentię notiones habeant, ipſius verò imagines ſint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ ſunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in veſtibulis quidem primarum formarum ſint collocata, illarumqúe in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam exiſtentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compoſitionem rationum, conuenientemqúe imaginibus ſubſtantiam ſuperent, nec varias, & †cogitandi vim habentes animæ notiones tranſcurrant, & ipſis ſimplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in pręſentia huiuſcemodi eſſe intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorſus eſſentias, & eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

Eorū, quę ſub cognitionē cadunt diuiſio.

† progrediēdi.

Epilogus.

Communia eorum, quæ ſunt, Mathematicęqúe Eſſentię principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hiſce duob' rerū pricipiis, & Vni' cauſa vide Platonē i Philebo.

PRincipia autem totius Mathematicę Eſſentię conſiderantes, ad ipſa regredimur principia, quę per ea omnia, quę ſunt permeant, & omnia à ſeipſis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his nanq; duobus primis poſt illam Vnius cauſam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi poteſt, cum alia omnia, tū Mathematicarum diſciplinarum natura conſtituta eſt. illis quidem collectim omnia, & ſeparatim producentibus: his verò conuenienti in menſura progredientibus, ac decenti ordine progreſſum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem poſtremis ſubſiſtentibus. nam intellectilia quidē genera ſua quadā ſimplici vi primū Fine, Infinitoq́; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idētitatē, firmāq́;, ac ſta-

Qūo intellectilia genera his princpiis participēt

bilem

bilem exiſtētiam, Fine perficiuntur: propter verò diuiſionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamqúe diuerſitatem, ac progreſſum, Infinitatem nāciſcuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta ſunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultiſqúe principijs: verùm etiā ex ijs, quę ab illis ad ſecundum ordinem progreſſa ſunt, medioſqúe eorum, quæ ſunt ornatus, & varietatem, quæ in ipſis reperitur inuicem producere ſufficiunt. Vnde ſanè in his quocꝗ rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quę Finis eſt cauſa. Numerus enim ab Vnitate exorſus inceſſabilem recipit accretionem, ſemper autem qui acceptus eſt, finitus eſt. Magnitudinum quocꝗ diuiſio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminara ſunt, totiusꝗ particulæ actu finitæ exiſtunt. Atcꝗ adeò Infinitudine quidem non exiſtente, omnes Magnitudines commēſurabiles eſſent, nullaqúe reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non poſſet (quibus ſanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim oſtendere minimè poſſent, necꝗ omnes eorum, quę ſunt rationes in ſeipſis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus ĩmutat rationem, in vnitatē, & † eam quę ante ipſā rationē facta eſt reſpicicens, diligenterqúe exquirens. Fine verò ablato, commenſurabilitas, communicatioqúe rationum, & formarum vna, eademqúe ſemper eſſentia, & æqualitas, & quęcuncꝗ ad meliorem coordinationem ſpectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum eſſent ſcientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehenſiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ ſunt generibus, ità etiam Mathematicis, ambobus hiſce principijs opus eſt. Poſtrema verò, quęqúe in materia feruntur, ab ipſaꝗ natura conformantur, omnino ex ſui natura ambobus frui manifeſtè videntur. Infinito quidem quò ad ſubiectam ſibi formarum ſedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quocꝗ Eſſentiarum præexiſtunt principia, quę & eorum omnium, quæ ſunt, manifeſtum eſt.

Qūo Mathematica gn̄a ex his orta ſint principiis.

Arguit ſecūdo hypotheticorū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematicarū Eſſētiarū principia ſint.

† eum qui āte ipſum eſt reſpiciens,

Qūo Materialia genera his duob⁹ prīcipiis fruantur.

Epilogus.

Quęnam ſint communia Mathematicarum Eſſentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipſarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati ſumus, eodē ſanè modo cōmunia quoq; ipſarum Theoremata, & ſimplicia, & ab vna ſcientia orta, quæ cunctas ſimul Mathematicas cognitiones in vnum continet, conſiderabimus. & quomodo omnibus congruant, poſſintqúe tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inſpici, perſcrutabimur. Huiuſcemodi autem ſunt, omnia Proportionum, & Compoſitionum, & Diuiſionum, & Cōuerſionum, & alternarum Immutationum: itemqúe Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisqúe oppoſitorum: & prorſus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerſè, & cōmuniter conſiderantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus ſunt, ſed quatenus per ſe vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, ſuiqúe ſimpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia ſunt Mathematicis diſciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea tranſitus, quæ ſanè Reſolutiones & Compoſitiones appellantur. Similitudo pręterea, atq; diſſimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus abſunt. Figuras enim alias quidē ſimiles, alias verò diſſimiles dicimus: eodemqúe modo Numeros alios quidem ſimiles, alios verò diſſimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis ſimiliter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ poſſunt, tum etiam eorū, quę potentijs illis ſubijciuntur. Quę ſanè & Socrates in libris de Republica Muſis ardua, ſublimiaqúe loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictiſqúe Numeris obfirmauit, in quibus ſanè menſurę quoq; vbertatis, huicqúe contrarię ſterilitatis apparent.

Diuina ſcientia.

Cōmunes Mathematicę conſideratiōes.

Socrates in 8. de Rep. idē inferius in cap. 8. & in com. 13. libri 2.

Communia hęc quomodo ſubſiſtant, & à qua conſiderentur ſcientia. Cap. IIII.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuiſis formis primò ſubſiſtere arbitrari, neq; poſtremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt pręcedentia ipſas, ſimplicitateqúe, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipſorum multas antecedit cognitiones, ipſiſqúe principia ſuggerit, & eę multę circa ipſam ſubſiſtunt, ad ipſamqúe referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus exiſtētibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonſtretqúe hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat ſimiliter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus exiſtentibus, alternatim

Cōcluſio.

Cōcluſionis probatio.

tim quoque proportionales erunt. hocqúe ex proprijs ſcientiæ ſuæ oſtendat principijs. quis nam eſt ille, qui alternam Rationem per ſe cognoſcit, ſiue in Magnitudinibus illa ſit, ſiue in Numeris? compoſitarumqúe Magnitudinum, vel Numerorum diuiſionem, & diuiſarum ſimiliter compoſitionem? non ſunt certè partibilium quidem ſcientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ ſine materia ſunt, & quæ propius intelligentẽ contemplationem ſunt conſtituta, nullam habemus ſcientiam, ſed multò prius illorum cognitio ſcientia eſt, & ab illa ſcientiæ multę communes ſuſcipiunt rationes. & ad tantas vſque cognitiones fit aſcenſus à magis particularibus, ad magis vniuerſales, quouſque ad ipſam eius, quod eſt, quatenus eſt reuertamur ſcientiam. ipſa enim non quæ Numeris per ſe inſunt, neque adeò quæ omnibus communia ſunt quantitatibus contemplari æquum ſibi cenſet: ſed cunctorum, quę ſunt vnam, & firmam eſſentiam, atque exiſtentiam contemplatur. Et proinde omnium eſt ſcientiarum capaciſſima, & ab illa cęteræ ſibi omnes ſua aſſumunt principia. ſemper nanque ſuperiores inferioribus primas Demonſtrationum ſuppoſitiones præbent. illa autem, quę ſcientiarum omnium perfectiſſima eſt, omnibus ex ſe principia largitur, alijs quidem magis vniuerſalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thęteto Socrates iocoſa ſerijs cõmiſcens, Columbis quidem ſcientias, quę in nobis ſunt, comparat: volare autem ipſas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, ſeorſum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cõmunes, magisqúe capaces ſunt, multas intra ſe magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas diſtributa ea, quæ cognitioni ſubijciuntur attingunt, inter ſe diſtant, nulloqúe modo inuicem copulari queunt, quandoquidẽ à differentibus ſint excitatæ primis principijs. Vna igitur ſcientia omnes ſcientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cõmunia, & per omnia genera permeãtia cognoſcat, cũctiſqúe Mathematicis ſcientijs principia ſuppeditet. Et huc uſq; de ipſa doctrina noſtra terminetur.

Cõmunia hęc neq; à nãrali Sciẽtia, neq; à Mathematica cognoſcunt, ſed à Diuina.

Diuina Sciẽtia oĩum Scientiarũ capaciſſima, quam Ari. dominã Sciẽtiarũ vocat ĩ prio poſt. tex. 23.

Socrates in Theæteto.

Epilogus.

Pria Philoſophia, quã Plato Dialecticã vocat ĩ ſeptimo de Rep.

Quod ſit inſtrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POſthęc autem quod nam ſit inſtrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas conſiderabimus, & conſtituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. ſeorſum quidem quæ ſub cognitionem cadunt, ſeorſum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ ſub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones diſtribuit.

Diuiſio Platonis ĩ ſeptimo dẽ Rep. & aliis ĩ locis.

buit. nam eorum, quę ſunt, alia quidem intellectilia, alia verò ſenſilia ponens. rurſus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi ſubiecta. & ſenſilium alia quidem ſenſilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę ſanè prima ſunt quatuor generum) cognitionem aſſignat intelligẽtiam: ijs autem, quę cogitationi ſubiecta ſunt, cogitationem: ſenſilibus verò, fidem: cõiecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad ſenſum habere oſtendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi ſenſilium ſpectra cognoſcit, dum in aquis, & alijs corporibus perſpicuè imaginem referentibus inſpiciuntur. quippe quę poſtremã quodãmodo in aquis ſortita ſunt ſedem, & ſimulacrorum verè facta ſunt ſimulacra. ſimiliter cogitatio intellectilium imagines inſpicit, quę à primis, & ſimplicibus, & impartibilibus formis in multitudinẽ, diuiſionemqꝫ ſunt delapſę. Quapropter huiuſce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet ſuppoſitionibus: intelligentia verò ad ipſum non ſuppoſitum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neqꝫ impartibilem, ab omniquè diuiſione, ac varietate ſeparatam ſubſtantiam ſortitæ ſunt, neqꝫ eam, quę ſenſu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacunqꝫ ratione diuiſibilem, cuilibet manifeſtum eſt, quòd iuxta ſuam eſſentiam cogitationi quidẽ ſubiectę ſunt: cogitatio autem veluti inſtrumentum aptum ad iudicãdum ipſis pręeſt, ſicut ſenſilibus ſenſus, & coniecturalibus coniectandi vis. Vnde ſanè & Socrates obſcuriorem quidem harũ cognitionem prima ſcientia determinat, euidentiorem verò eo appulſu, qui in opinione poſitus eſt. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum eſt, & progrediendi vim habet cõtẽplentur: ea verò, quæ in ipſis reperitur rationum ſtabilitate, quę etiam confutari non poteſt, opinionem ſuperant. & quòd quidem ex ſuppoſitione ortum trahãt, id ſortitę ſunt, iuxta primę ſcientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis conſtitutę ſint, quę ſine materia exiſtũt, iuxta perfectiorem ſenſilium cognitionem. Inſtrumentum itaqꝫ aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex ſententia Platonis, ſtatuimus. quippe quę opinione quidem ſeipſam ſuperiorem ſtatuit, ab intelligentia verò ſuperatur.

Cognitionũ ꝓportio ſecũdũ Platonẽ.

Mathematicę res cogitationi ſubiectæ ſũt, & Cogitatio eſt inſtrumẽtũ iudicãs ipſas.

Socrates i ſeptimo de Rep.

Idẽ ſuperius cap. primo.

Epilogus.

Quæ nam ſit Mathematicorum generum, ac formarum eſſentia, & quomodo ſubſiſtat Cap. VI.

Queſtio.

SEquitur autem, vt conſideremus quænam dicenda ſit Mathematicarum

ticarum formarum, generumq́ue eſſentia, & vtrùm à ſenſilibus ipſam manare, in rerumq́ue natura ſubſiſtere ſit admittendum, ſiue per abſtractionem (vt dici ſolet) ſiue per collectionem particularium in cōmunem vnam rationem: an & ante hęc ipſam ſubſiſtere fatendū, vt aſſerit Plato, omniumq́ue rerum progreſſus oſtendit. Primùm itaque ſi à ſenſilibus Mathematicas formas oriri, ſubſiſtereq́ue dicimus, anima quidem noſtra à Triangulis, vel Circulis in materia inſidentibus, Circularem, vel Triangularem formam poſtremò in ſeipſa formãte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuinciq́ue minimè poteſt, rationibus ineſt Mathematicis? hæc enim aut à ſenſilibus, aut ab anima eruantur neceſſe eſt. Atqui à ſenſilibus hæc educi eſt impoſibile. multò enim maior certitudo illis concedenda eſſet. Ab ipſa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ĳs autem, quæ certa non ſunt quod certū ſit adhibet. vbi nanq; in eis, quæ ſub ſenſum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut craſsitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi ſemper ſtabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. ſiquidem omnia, quæ ſub ſenſum cadunt inuicem cōmiſta ſunt, nullumq́ue in his ſyncerum reperitur, quod à contrario purum ſit, ſed cuncta partibilia, & dimenſionum plena, & motui obnoxia exiſtunt. Quo nã modo igitur immobilibus rationibus ex ĳs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter ſe habent ipſam immutabilem, firmamq́ue attribuemus eſſentiã? quidquid enim ab ĳs, quæ mouentur ortum ducit eſſentĳs, mutabilem ex ipſis habere exiſtentiam nemo eſt, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui poſſunt formis, à non certis certitudinem adĳciemus? quicquid enim ĩmobilis cognitionis eſt cauſa, magis illud tale eſt. Confeſſum igitur, ac receptum ſit animam formarum, rationumq́ue Mathematicarum eſſe genitricẽ. Verùm ſi quidem habens exempla ſecundum eſſentiam, conſtituit eas, & ſunt huiuſcemodi ortus quędam earum, quæ in ipſa præexiſtebant formarum emiſsiones, & Platoni aſtibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum diſciplinarum eſſentia erit inuenta: ſi verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum ſubtexit ornatum materiæ expertem, tantamq́ue gignit contemplationem, quomodo quæ genita ſunt dĳudicare poteſt, ſint'ne vitalia, an ſubuentanea, & ſimulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his eſt metitur? quo demum pacto eſſentiam ipſorum non habens, tantam rationum pro-

Prima opinio, q́ eſt Ariſtotelis.

Secunda opinio, q́ eſt Platonis.

Primæ opinionis cōfutatio. Argumẽtum.

Certitudo Mathematica ab anima ipſa emanat.

Cóclufio arguméti.

Alia quæſtio.

Prima opinio, quę eſt Platonis.

Secunda opinio, q́ eſt Ariſt. eiusq́; cōfutatio.

Primū argumentū.

ducit

ducit varietatem? Vagam quippe,& incertam ita horum faciemus ſubſtantiam,quæqúe ad nullum terminum referatur.

Cõcluſio primi argumenti.

Si igitur anima Mathematicas gignit formas,neq; à ſenſilibus rationes habet,quibus eas conſtituit,ab illis tamen ipſas producit, ipſius vtique animæ partus,ac fœtus, permanentes, ęternasqúe patefaciunt formas.

Secũdum argumen.

Secundò, ſi inferius,& à ſenſilibus Mathematicas colligimus rationes,quo nam modo neceſſe non fuerit potiores eas perhibere demõſtrationes,quęcunque à ſenſilibus conſtituuntur,& non eas,quæ à magis vniuerſalibus,ſimplicioribusqúe formis? cauſas enim vbique demonſtrationibus eſſe proprias ad eius,quod quæritur venationẽ dicimus. Si igitur particularia,& ſenſilia,vniuerſalium,& ſub cogitationem cadentium cauſæ ſunt, quid cauſæ eſt quòd demonſtrationis definitio ad magis vniuerſalia vice particularium referatur? & eorum,quæ cogitationi ſubijciuntur eſſentia,potius quàm ſenſiliũ eſſentia cognatior demonſtrationibus,magisqúe affinis oſtendatur? nam neque ſiquis (vt dici ſolet) demonſtrarit Aequicrus duobus Rectis ęquales habere Angulos,& Aequilaterum,& Scalenum, is quodãmodo ſcit: ſed qui omne Triangulum,& ſimpliciter demonſtrauit, per ſe ſcientiam habet. Et rurſus quod vniuerſale eſt,melius eſt ad demonſtrationem, quàm particulare. itemqúe demõſtrationes ex magis vniuerſalibus cõſtant, atque conflantur. ex quibus autem ſunt demonſtrationes, ea priora ſunt, & ſingularibus natura præcellunt, ſuntqúe cauſæ eorum, quæ demonſtrantur.

Cõcluſio ſecũdi argumenti.

Multum igitur abeſt,vt quæ demonſtrandi vim habent ſcientiæ poſterius genita, obſcurioraqúe ſenſilia reſpiciant, atque ſcrutentur,non autem ea contemplentur,quę à cogitatione comprehenduntur,quæqúe perfectiora ſunt ijs,quæ à ſenſu, opinioneqúe cognoſcuntur.

Tertiũ argumentũ.

Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam ſi materia quidem eſſentialia,quęqúe magis eſſe dicuntur,manifeſtioraqúe à natura accipit: anima verò ſecundo loco ab illis & ſimulachra, & imagines poſterius eductas in ſe ſe informat in eſſentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ ſuapte natura ab ipſa ſeparari non poſſunt, quomodo animã imbecilliorem,inferioremqúe materia non oſtendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum eſt locus. ſed primarum altera, altera ſecundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè ſunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum,quę ſecundum eſſentiam,hęc verò earum, quæ ſecundum excogitationẽ factæ ſunt. Quonã pacto igitur anima, quæ mentis,intelligentisqúe eſſentiæ primò eſt particeps,& hinc cognitione,

gnitione, totaqúe vita repletur, obſcuriores recipit formas iis, quæ ab vltima eorũ, quæ ſunt, & quò ad Eſſe omnium imperfectisſima recipiuntur ſede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quę ſępe à pleriſqꝫ exagitata, ac conuicta fuit, ſuperuacaneum fuerit. Quòd ſi neqꝫ per abſtractionem materialium Mathematicę formæ ſunt, neque per collectionem eorum, quæ in ſingulis ſunt cõmunium, neque prorſus poſterius genitę, & à ſenſilibus: neceſſe eſt vtiqꝫ animam aut à ſe, aut à mente, aut & à ſe & à mente ipſas accipere. At ſi quidem à ſe duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibileq́ue naturam fuerint medię, nullam à primis quò ad Eſſe perfectionem ſortitę? quomodo demum ea, quæ in mente ſunt, primaria omnium ſunt rerum exempla? Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi ſui, ac mouendi ſui, quæ in anima eſt permanere poterit? ſiquidem quæ in ipſa ſunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur ſubſtantiam aliunde in ipſam fluxere? præterea in quonam anima ab ipſa differet materia, quæ potentia ſolùm eſt omnia, nullamqúe prorſus formarum materialium gignit? Reliquum eſt igitur animam & à ſe, & à mente haſce producere, ipſamqúe formarum plenitudinem eſſe; quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex ſeſe autem ad Eſſe tranſitum ſortiuntur. Non eſt igitur tabella, rationibuſqúe vacua ipſa anima, imò ſemper ſcripta, ſeſeqúe ſuapte natura deſcribens, cùm à mente quoqꝫ deſcribatur. nam anima etiam ipſa, mens eſt iuxta mentem ipſa priorem ſeipſam conuoluens, imagoqúe illius, & adumbratio extrinſecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoſcit, anima quoqꝫ cuncta animando, & ſi illa per exempla, & anima per imagines: & ſi illa contrahendo, anima diſtinguendo. Quod nimirum Plato quoque ſciens, animam ex omnibus Mathematicis conſtituit formis, eamqúe diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmoniciſqúe rationibus, & primaria Figurarum principia in ipſa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipſa exiſtentes ciet intelligẽter. Cunctę igitur res Mathematicę primùm in ipſa ſunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per ſe mouentur: & ante apparentes Figuras, Figurę † animales: & ante ea, quę cõcinnata ſunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quę circulariter mouentur, inuiſibiles Circuli producti ſunt. horumqúe omnium vbertas ipſa eſt anima, & iſte ornatus alius eſt, qui ſe ipſum producit, & à proprio producitur principio, & vita ſeipſum explet, ab opificeqúe ſine corpore, ac ſine dimenſione expletur. & quando ſuas premit rationes,

Cõcluſio trimẽbris ex iis, quę dicta ſũt.

Primum mẽbrum.
Scũdum.
Tertium.

primi mẽbri cõfutatio.
Primum
Secundũ.
Tertium argumẽ.

Secundi mẽbri cõfutatio.
Primũ ar.
Secũdum.

Tertii mẽbri cõfirmatio.
Cõcluſio.

Digreſſio cõtra Ari.

Cognitio animę differt à cognitione mentis.

Plato ĩ Timęo anima ex omni' Mathematicis formis cõſtituit.

† vitales

Qūo Mathematicę res in anima intelligēdę ſint.

Timæus.

Pulchrū.

† cauſam.

Epilogus.

tiones, tunc omnes patefacit ſcientias, atque virtutes. His itaque formis anima ſuam induit eſſentiam, nec eſt Numerus in ipſa Vnitatum multitudo exiſtimandus, neque eorum, quæ cum dimēſione ſunt ideæ corporaliter intelligenda, ſed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla ſupponenda ſunt, Timæum ſequendo, qui omnē ipſius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūq́ue cauſas in ipſa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & ſolidorum ſeptem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium ſeptem rationes, ſecundū † eſſentiam in ipſa præextiterunt. Figurarum autem principia, ſecundum opificam vim in ipſa collocata ſunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipſa ſubſiſtit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motuſq́ue circularis principium eſt. Eſſentiales igitur, & per ſe mobiles Mathematicarū rerum ſunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluenſq́ue cogitatio, omnem Mathematicarum ſcientiarum varietatem conſtituit. nec vnquam quieſcet gignens quidem ſemper, aliaq́ue poſt alia inueniens, ſuas autē indiuiduas rationes explicans. cuncta ſiquidem primiariè præoccupauit, & ſecundum infinitam ſui vim ex prēaſſumptis principiis varia producit, proponitq́ue Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ ſint, & quouſq; ſuis actionibus ſe extendant Cap. VII.

Superi' in cap. 4.

Opus Mathematicę ſcientiæ.

Medietas Mathematicæ ſciæ.

VErùm poſt Mathematicarum formarum eſſentiam, ad vnam ipſarum ſcientiam recurremus, quā ante multas alias eſſe oſtendimus, & inſpiciemus quodnam ipſius ſit opus, quæúe ipſius vires, & quouſq; ſuis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę ſcientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū eſt. neq; ſanè eiuſmodi, cuiuſmodi intelligens, quod in ſeipſo firmiter ſitum, & perfectū eſt, & ſeipſo contentum, & in ſeipſum vergens: nec cuiuſmodi illud eſt, quod opinioni, atq; ſenſui aſcribitur, hę ſiquidē cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & cauſas corū, quæ ab ipſis cognoſcuntur nō habent. At Mathematica extrinſecus à recordatione quidem ſumit initium, in intimas verò deſinit rationes, & excitatur quidē à poſterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū eſſentiam. nec īmobilis quidē eius eſt actio, ſicut intelligens, nec mo-

tu locali

tu locali,neqꝫ alterante,quẽadmodum ſenſus, ſed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatũ,interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipſis perficiuntur progrediens, interdũ verò retrorſum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoſcũtur ad ea,quæ quæruntur, interdũ verò ab ijs,quæ in quæſtione poſita ſunt ad ea,quæ cognitione præcedunt. Pręterea non vtpotè ex ſeſe perfecta omnem ſuperat inquiſitionem,quẽadmodum mens,neqꝫ ab alijs,vt ſenſus, perficitur, ſed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem aſcẽdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuerſasqúe cõtẽplationis ſemitas gignentes: alteras verò multos tranſitus proprias in ſuppoſitiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum,& Multitudinem,tum Finem, & Infinitum ſibi propoſuerit, & ea, quę ipſi quò ad comprehẽſionem ſubijciuntur mediũ inter impartibiles formas,omnifariamqúe partibiles ſortita ſint ordinem,iurè ſanè (vt arbitror) cognoſcẽdi quoqꝫ vires totius ipſorum ſcientię duplices eſſe innatę ſunt.& vnę quidẽ ad vniẽdũ nobis properant, multitudinemqúe cõtrahunt: alterę verò ſimplicia in varia,& magis vniuerſalia in magis particularia,& rationes in principio digeſtas in ſecũdas,à principijsqúe multifariè multiplicata diſtinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vſqꝫ permeat,quę rerũ ſenſiliũ abſolutiones ſunt,naturęqúe iungitur,& multa vnà cũ naturali ſcientia demõſtrat. quemadmodũ porrò ab inferioribus aſcendens ad intelligẽtem quodãmodo proximè accedit cognitionem, primarumqúe rerũ contẽplationem attingit. Vnde ſanè & in profluentibus à ſe ſe limitibus totã Mechanicã,& Perſpectiuam,& Speculariã produxit conſiderationẽ,aliasqúe multas ſcientias,quę ſenſilibus implexę ſunt,per eaqúe operantur. & in aſcenſibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciſcitur:& cũ ipſis partibiles apprehenſiones,& eas,quę in progreſſibus feruntur cognitiones,ſuaqúe genera, & formas perficit, illisqꝫ aſſimilat eſſẽtijs: necnõ de Dijs ipſis veritatẽ,& de ijs,quę ſunt cõtẽplationẽ ĩ proprijs ĩdicat tractatiõibus. Atqꝫ hęc de his dicta ſint.

Vię,quib⁹ ꝓcedit ſcientia Mathematica

Duplices Mathematicæ ſci. vires.

Principia Mathematicæ ſciæ tũ vnũ & Multitudo, tũ Finis,& Infinitum.

Progreſſus ſciẽtię Mathematicæ, atq; regreſs⁹.

Extremæ cõſideratiões Mathematicę ſciẽtię.

Epilog⁹.

De vtilitate Mathematicæ ſcientiæ Cap. VIII.

POſtea verò ſcientiæ huius vtilitatem confeſtim perſpiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vſque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum diſciplinarum appellat cognitionem,quoniam ſanè eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' cauſa Timę⁹ Mathematicam cognitionẽ erudiendi viam appellarit.

ſorum ſcientiam, primamqúe Philoſophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam noſtram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem noſtram, animęqúe oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs ſtudijs excæcatur, defoditurqúe, à Mathematicis tantùm diſciplinis recreari, excitariqúe rurſus innatus eſt ad eius, quod eſt contemplationem, & à ſimulacris ad ea, quæ vera ſunt, & ab obſcuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorſus à ſpecu, & vinculis generationis autoribus in hoc exiſtentibus, materialibusqúe retinaculis ad incorpoream, impartibilemqúe exurgere eſſentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationũ, firmitudoqúe, ac ſtabilitas contemplationis nos ipſis coniungit intellectilibus, perfecteqúe in ipſis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & ſemper diuina pulchritudine collucentibus, ſemperqúe mutuum ordinem ſeruantibus. In Phædro autẽ Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipſi vitam complent, Philoſophum nempè, Amatorium, & Muſicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc eſt ab apparente pulchritudiue, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Muſico verò, qui tertiam ſortitus eſt ſedem, ab ijs, quæ in ſenſibus ſunt harmonijs, ad inuiſibiles harmonias, & rationes in his exiſtentes eſt tranſitus. & alteri quidem viſus, alteri verò auditus reminiſcentiæ inſtrumentum eſt. Ei autem, qui natura eſt Philoſophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiſcentia eſt, & ad id, quod verè eſt, veritatemqúe ipſam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem proprij principij opus eſt. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem ſortita eſt. Excitatus eſt igitur à ſeipſo, & eo, quod eſt gaudet is, qui natura talis eſt. Exhibendæ autem ipſi, inquit Plotinus, ſunt Mathematicę diſciplinę, vt cum natura aſſueſcat incorporea, eumqúe his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorſuſqúe ad omnium eorum, quę ſunt conſiderationem ducere oportet. Cęterùm ꝙ ad Philoſophiam Mathematica pręcipuam affert vtilitatem; ex his perſpicuũ eſt. Opus eſt autem vt de ſingulis quoqꝫ mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehenſiones pręparat. quęcunqꝫ enim imperfectis ſcrutatu difficilia, arduaqúe ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifeſta, & certa per imagines oſtendunt. nam ſupereſſentialium quidem proprietatum ſignifi-

gnifi-

† Circum actionẽ.

Quid dicat Socrates vide ĩ ſeptimo d' Repu.

De ſpecu Platonis vide Proclũ in ſeptimo de Rep.

Socrates in Phęd.

† Præludium.

Plotinus.

Dialecticas. i. Metaphyſicas.

Vtilitas, quã affert Mathematica ad Philoſophiam.

Ad Theologiam.

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ ſub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea ſanè Plato quoque multas, admirabileſq́ue de Deis ſententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumq́ue Philoſophia his vtens velaminibus ſacram diuinarum ſententiarum tegit diſciplinam. talis enim eſt & vniuerſus ſacer, diuinusq́ ſermo, & Philolai in Bacchis, totusq́ modus enarrationis Pythagorę de Deis. Ad naturalem autẽ contemplationem maximè confert, quippe quũ rationũ ordinem, quo Vniuerſum fabricatũ eſt patefecerit, & proportionem, quę cũcta ea, quæ in mũdo ſunt colligauit, vt inquit Timęus, nec non amica fęcerit quę ſibi inuicẽ oppugnant, & conuenientia, cõſentientiaq́ue ea, quę inter ſe diſcrepant, ſimplicia inſuper, primariaq́ elementa conmenſurabilitate vndequaq́, & ęqualitate comprehenſa oſtẽderit, per quę totum quoq́ cęlum confectũ eſt, quippe quod Figuras conuenientes in ſuis portionibus ſuſcepit, itemq́ proprios vnicuiq́ eorum, quę fiunt Numeros, eorumq́ue reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos ſingulorum ortus, contrarioſq́ue interitus poſſumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq́ oſtendens, de omnium natura contemplationẽ Mathematicis nominibus patefacit, elementorũq́ue ortus Numeris, atq́ Figuris exornat, & vires, & paſſiones, actioneſq́ue ipſorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtuſitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis cauſam eſſe cenſens. Ad eam autem Philoſophiam, quę Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipſam multum ſanè, & admirabiliter prodeſſe, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuerſi reuolutiones, tũ etiam conuenientes ortibus Numeros, aſſimilantes inquam, & diſſimilitudinis autores fæcundos inſuper, atq́ perfectos, hiſq́ue contrarios, & concinnos vitę miniſtros, inconcinnitateq́ue præbentes, atq́ omnino fertilitatem, ac ſterilitatem afferentes? Quę porrò Muſarum quoq́ ſermo in libro de Repu. oſtendit, vniuerſum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumq́ue bonorum indiſſolubilis perſeuerantiæ, atque optimarum Rerũpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibuſq́ue deditæ ſunt. quòd enim ad totam Mathematicã diſciplinam ſpectat huiuſce Numeri, qui Geometricus appellatur ſcientiã tradere, & nõ ad vnã quãdam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifeſtum eſt. per omnes ſiquidem Mathematicas diſciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorũ philoſophia.

Philolai ſermo in Bacchis.

Ad Naturalem.

Proportio cũctá, q̃i Mũdo sũt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua d' caųſa Timę° cõtẽplatioñe rerũ naturalium Mathematicis explicet nominibus.

Ad Politicam.

Muſęi 8. d' Repub.

Numerus Geometric° Platonis, quo nihil obſcurius, vt ait Cicero. d' quo dicendũ ĩ comẽtariis noſtris.

Ad moralem.

Atheniẽſis hoſpes in 2. de legibus.

Socrates in Gorg.

Socrates ĩ nono de Rep.

Ad cęteras ſcias, & artes vtilitas Mathematicæ ſciæ.

tis,ſterilitatiſqúe rationes permeant. Ad Philoſophiam rurſus moralem nos inſtituit, ad eamqúe poſtremã perfectionem perducit, ordinem, concinnamqúe vitã moribus noſtris inferens. Figuras prętereà virtuti cõuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus ſanè Athenienſis etiã hoſpes eos inſtitui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adoleſcentia, ſunt conſecuturi. Virtutũ inſuper rationes in medium affert, aliter quidẽ in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Muſicis conſonantijs, vitiorumqúe demũ exceſſus, atq; defectus ĩdicat, per quos moderati moribus, ornatiqúe efficimur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidẽ Caliclẽ inordinatę, intẽperatęqúe vitæ accuſans, Geometriam inquit, ac Geometricã æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, ſolidamqúe generationem inuenit. Verũtamen quanta cæteris quoq; ſcientijs, atque artibus à Mathematica ſcientia prodeat vtilitas didicerimus vtique conſiderantes quòd contemplãtibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiuſcemodi omnibus, quæcunq; in ſermone poſitę ſunt perfectionem, ordinemqúe addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius ſimilitudinem compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum propoſuit, quippe quæ menſuras etiam in ipſa exiſtentes præpoſuit. Agentibus verò, actionem, & motum per ſuas manentes, immobilesqúe formas determinat. prorſus enim omnes artes (vt ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteqúe ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ ſcientiæ ſermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuiſiones, & dimenſionum varietas, ponderumqúe differentia ab hac cognoſcuntur. Vtilitas igitur totius Mathematicæ ſcientiæ ad Philoſophiam ipſam, cæteraſqúe ſcientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta ſunt cognita erit audientibus.

Socrates ĩ Phileb.

Epilog°.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipſiusqúe ſolutio. Cap. VIIII.

Prima opinio.

Secunda opinio.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues ſunt propter illos, qui Geometriam ſubuertere volunt, huiuſce ſcientiæ dignitatem deſtruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusqúe auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores ſenſilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipſa vniuerſè

ſpectan-

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamqúe Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet.

Fúdamétú ſecúdæ opinionis.

non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores.

Reſponſio ad primã opinioné.

Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt.

Tria ſunt, q́ pulchritudiné efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. í cap. 3.

tria enim hæc potiſſimùm, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate'q; ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrẽ pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeqúe exiſtit.

Qúo tria hęc í Mathematicis ſint.

Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſqúe variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones; conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemqúe omnium relatione, cõmunis ſiquidem menſura totius ſcientitæ mens eſt, à qua principia quoq; accipit, & ad quam diſcentes conuertit; determinationem autem, in manẽtibus ſemper, immobilibuſqúe rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionẽ cadunt aliter ſe habent quẽadmodum opinabilia, atq; ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibus'q; formis determinata ſunt.

Cõcluſio.

Si itaq; pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur.

Reſpóſio ad ſecúdã opinioné.

quomodo nanq; eſſe nõ debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſqúe à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

tem rurſus vtilitatem non ad humanos vſus reſpicientes, neq; neceſsitati ſtudentes iudicare ęquum ducemus. ſic enim ipſam quoq; contẽplantem virtutem inutilem eſſe fatebimur, quæ ſeipſam ab humanis ſeparat, hæcqúe minimè reſpicere, nec cognoſcere appetit.

Socrates in Theæteto. Vide etiã finẽ Menonis.

Quod ſanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis exiſtentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam reſpectu ipſos auertit: ab omni verò neceſsitate, ac vſu bene ſolutam ipſorum cogitationem ad omnium eorum, quæ ſunt attollit cacumen.

Mathematica ſcientia pp ſe expetenda eſt.

Et Mathematicam igitur ſcientiam, ex ipſaqúe contemplationem propter ſe expetendam eſſe ponendum, non autem propter vſus humanos. Si autem prodeuntem ex ipſa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipſa referenda eſt.

Idẽ i ſuperiori capite.

ad ipſam enim nos deducit, animæqúe oculum ad vniuerſorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à ſenſibus proueniunt abſtergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vſus, ſed ad vitam contemplantem reſpicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita ſanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuerſamqúe ſapientiam referre oportet.

Mathematica ſcientia ꝓpter vitã cõtẽplantẽ eſt expetẽda.

Propterea quæ in ipſa quoq; eſt actio, & per ſe quidem, & propter vitam intelligentem ſtudio digna eſt.

Fũdamẽtũ ſũptũ ab anti- Ariſt.

Patet autem ipſam per ſe ab ijs, qui in ea verſantur expeti (quod & Ariſtoteles alicubi ait) eò quòd nullum cùm ſit quærentibus propoſitum præmium, paruo tamen tempore tantùm incrementi Mathematica contemplatio ſuſcepit. Pręterea verò, quia omnes in ipſa libenter verſantur, voluntqúe omnibus alijs dimiſsis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quaſi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum diſciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipſis ſunt minimè deguſtarunt.

Cõcluſio.

Non igitur hac de cauſa Mathematicam ſpernendum, quia ad humanos vſus nobis non prodeſt (vltimæ enim eius deſinentiæ, & quæcunq; cum materia operantur huiuſcemodi vſum cõſiderant) ſed contrà eius immaterialitatem, ipſiqúe ſoli quid boni eſſe admirãdum.

Idem ait Ariſt. in prio Metaph. cap. primo.

cùm enim penitus homines de rebus neceſſarijs curare ceſſaſſent, ad inquiſitionem Mathematicarum diſciplinarum cõuerſi ſunt, & non ĩmeritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuiqúe coniuncta ſunt, ab hominibus ſtudio affectantur: ſecunda verò, quę animam ab ortu ſeiungunt, idqúe, quod eſt, in memoriam redigunt. † Iurè igitur neceſſaria quoque ante ipſa, quæ propter ſeipſa honorabilia ſunt, ſenſuiqúe cognata ante ipſa, quæ mente cognoſcuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaqúe animæ, quæ in ſe ipſam conuertitur, ab

† Sic

tur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata eſt. Tot aduerſus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt ſcientiam dicta ſint.

Epilogus.

Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusqúe ſolutio.

Cap. X.

FOrſan autem nonnulli ex noſtra familia inſurgẽtes, Platonemq́ue rationum teſtem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum diſciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipſum omnino Philoſophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro ſciẽtiarum excludere, ipſamq́ue tanquam principia ſua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem ſit, quòd ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunq; alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contẽplationem obiecta fuere. Aduerſus igitur amicos viros nos verba facientes, ipſis in memoriam redigemus, quòd ipſe etiam Plato animę purgatricem, ſurſumq́ue ductricem Mathematicam eſſe perſpicuè aſſeuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conſeruandum eſt, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęq́ue non ſolùm Mercurialium, ſed Minerualium quoq; munerum eſt particeps: & quòd ipſam vbiq; ſcientiam vocat, quòdq́ue exercẽtibus maximę felicitatis cauſam. Verùm quid ſibi velit verbis, quibus in libris de Republica ſcientiæ cognomen ab ipſa abſtulit, breuiter dicam. ad doctos enim pręſens erit mihi ſermo. Scientiã Plato pleriſq; quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuerſalium appellat cognitionem, ipſam ſenſui ſingularia cognoſcenti in diuiſione opponens, ſeu talis cognoſcendi modus arte, ſeu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) ſenſu in Ciuili, atque in Sophiſta ſcientiæ vti nomine videtur, ipſam quoque præclaram Sophiſticam ſcientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam eſſe dixit: nec non Adulatoriam, plurimasq́ue alias, quæ experientiæ ſunt, non autem veræ ſcientiæ. Hanc autem rurſus vniuerſalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ cauſas, & eam, quæ ſine cauſa cognoſcit, alteram quidem ſcientiam exiſtimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & ſic artibus quidem alicu-

Argumẽtũ ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Reſpõſio ad Platonicos.

Homerus in Odiſ.

Explicat Platonis ſententiã.

Pla. i multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophiſta. Socrates i Gorgia.

Platonis diuiſio.

Plato in Sympoſio

Qũo differat ars à ſciẽtia, oſtẽdit Ariſto. ſexto Moraliũ cap. 3. & 4.

bi ſcientiæ nomen attribuit: experientijs autem nequaquam. res enim inquit in Sympoſio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto ſcientia eſſet? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoſcendarum rationem, cauſamqúe continet, ſcientia quędam eſt. Rurſus itaq; hanc quoq; ſcientiam, quę à cauſa cognoſcendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cõiectatricem, alteram verò eorum, quæ per ſe ſunt, eodemqúe modo ſemper ſe habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuiſionem Medicinã quidem, omnemqúe facultatẽ, quę in materialibus verſatur, à ſcientia ſeparat: Mathematicam verò, omninoqúe rerum ſempiternarum contẽplandarum vim habentem, ſcientiam appellat. Hanc denique ſcientiam, quam ab artibus diſtinguimus diuidens, vnam quidem ſuppoſitionis expertem eſſe vult: alteram verò ex ſuppoſitione ſcaturire. & illam quidem, quæ ſuppoſitionis eſt expers, vniuerſorum cognoſcendorum vim habere: ad bonum vſque, ſupremamqúe omnium cauſam ſcandere: finemqúe ſcandendi bonum illud ſibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata ſibi præſtruit principia, à quibus ea oſtẽdit, quæ principia ipſa conſequuntur, non planè † ad principium, ſed ad finem tendere. & ſic ait Mathematicam tanquam ſuppoſitionibus vtentem ab ea, quæ ſuppoſitione caret, perfectaqúe eſt ſcientia deficere. vna enim verè ſcientia eſt, per quã omnia, quæ ſunt cognoſcere apti ſumus, à qua etiam principia omnibus emergunt ſcientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus conſtitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à ſciẽtiarum numero Plato expellit, ſed quòd eam ab vnica ſcientia, quę ſupremam tenet ſedem, ſecundam aſſerit: nec quòd dicit ipſam ſua ignorare principia, ſed quòd cum ab illa acceperit, & ſine vlla demonſtratione habuerit, ex his ea, quæ ſequuntur demonſtrare. animam ſiquidem, quæ ex Mathematicis conſtituta eſt rationibus, aliquando quidem motus principium eſſe concedit: aliquando aũt, à generibus, quæ intelligentiæ ſubijciũtur motum ipſum recipere. quadrantqúe hæc inter ſe. ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis eſt cauſa, non omnis autem motus habet cauſam. Eodem ſanè modo & Mathematica à prima quidem ſcientia ſecunda eſt, & quaſi reſpectu illius imperfecta: eſt attamen ſcientia, non vt à ſuppoſitione immunis, ſed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt cauſas concluſionum afferens, rationemqúe continens eorum, quæ ipſius cognitioni ſubijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis ſententia, pro Mathematicis dicta ſint.

De bono, & ſuprema cauſa vide Platonem, & Proclũ in 7. de Rep.

† in principio, ſed in fine eſſe.

Deſtructio Argumenti.

Circa hoc vid. Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ

Quæ à Mathematico poſtulanda ſint, & quonam pacto ipſum quiſpiam rectè iudicare poſsit.

Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis poſtularet, & quonam pacto ipſum quiſpiam poſſet rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Ariſtoteles, qui ſimpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus eſt ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm diſciplinis, rectitudinis earum, quæ in his ſunt rationum ferre poterit ſententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea ſumere, & cognoſcere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonſtrare, in quibuſqúe ad ſingulorum proprietates reſpicere. multa nanq; eadē, ſpecie differentibus inſunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prędicamentum, cōmune autem ſpecie in ſingulis differt, vt in Figuris, Numeriſqúe ſimilitudo. Non eſt autem vna in his quærenda à Mathematico demonſtratio. non enim eadem ſunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm ſubiecto differunt genere. Quòd ſi per ſe accidens ſit vnum, demonſtratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus eſt Triangulis. † Illudqúe, cuius cauſa id contingit, idē eſt in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisqúe ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis ineſt, & demonſtratio quatenus Rectalinea ſunt conuenit in omnibus. nam quęlibet ratio ſimul infert quādam prorſus proprietatem, & paſsionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figurę. Secundò verò, ſi iuxta ſubiectam materiam demonſtrat, vtpote ſi neceſſarias, taleſqúe reddit rationes, quæ coargui, conuinciqúe minimè poſsint, non autem probabiles, nec veriſimili refertas. Simile enim eſt, inquit Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes exigere, & Mathematicò probabiliter diſputanti aſſentiri. debet ſiquidem quiuis ſcientia, arteqúe præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philoſophum veriſimiles poſtulat rationes, vt de his pertractantem: eum verò, qui de intellectilibus, ſtabiliqúe eſſentia diſſerit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem poſſunt. Confeſtim nanque ſcientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote ſi alia quidem immobilia ſint, alia verò moueantur, ac ſimpliciora alia, alia magis cōpoſita:

Ariſt. in 1. de partib. animaliū, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematic⁹ iudicādus eſt.

Primus terminus.

† Illudq;, cui id cōtingit, idē eſt in omnibus, Triā gulū ſcēpe, Triāgularisq; ratio

Secundus terminus:

Ariſt. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timęo.

Metaph.

& alia quidem intellectilia, alia verò ſenſilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam ſi vna quidem ſenſilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio ſit, non eodem modo ambæ erunt certæ, ſed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæteraſq́ue ſcientias ijſdem vti demonſtrationibus æquum cenſebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipſis prębent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus eſt rationes, conſiderandum quid idem, quid alterum, quid per ſe, & per accidens, quid Proportio, omniaq́ue huiuſcemodi. errores ſiquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè ſe demoſtrare exiſtimant, nequaquam autem demonſtrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque ſpecie demonſtrēt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod eſt per accidens, tanquam per ſe ſuſcipiant, vel quod per ſe, tanquam quod eſt per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior ſit quàm recta Linea, vel Aequilaterū ꝙ Aequicrus. non ſpectat enim ad Mathematicum hęc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, ſenſiliaq́ue obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in ſe oſtendat, triplices quoque in ipſa demonſtrationes inſpiciendæ ſunt, vnæ quidem, quæ menti ſint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accōmodatæ ſint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonſtrationes differre, conuenientemq́ue eorum, quæ ſunt generibus diuiſionem ſuſcipere, ſiquidem ipſa quoq; Mathematica omnibus ipſis annectitur, ſuaſq́ue omnibus coaptat rationes. Verùm de his quidem hactenus.

Idē vide apud Ariſto. ſecundo Meta. tex. 16.

Tertius terminus.

Qūo erret Mathematicꝰ demōſtrādo.

Quartus terminus.

Triplices debēt eſſe Mathematicę demōſtrationes

Epilogus.

Quę, & quot ſint totius Mathematicę ſciētię ſpecies iuxta Pythagoreorum ſententiam. Cap. XII.

De partibus autem Mathematices poſthęc determinandum, quę, & quot numerò ſint. nam poſt totum ipſius, atq; integrū genus, ſciētiarum quoque magis particularium differentias per ſpecies conſiderare par eſt. Pythagorei itaque vniuerſam Mathematicam ſcientiam quadrifariam diſtribuendam eſſe cenſuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumq́ue partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per ſe ſubſiſtere dixerunt, aut iuxta reſpectum ad aliud conſiderari: Quantum verò aut

Diuiſio Mathematicarū Scientiarū ex mente Pythagoræ.

Quotum, & Quātū pricipalia Mathematices Subiecta.

ſtare

ſtare,aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per ſe eſt Quotum contemplari, Muſicam verò quod ad aliud, Geometriam autẽ Quãtum quatenus immobile eſt,& Sphęricam quod per ſe mouetur. Cõſiderare præterea haſce ſcientias Quotum,& Quantum non magnitudinem abſolutè,neque multitudinem, ſed quod iuxta vtrunq; eſt definitum. hoc enim ab infinitis ablatum ſcientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; eſt infinitatem cognitione comprehendere vanum ſit. Cùm autem hęc viri ſapientiſsimi dicant,non ſanè Quotum,quod in ſenſilibus ipſis eſt,neq; Quantum illud,quod circa corpora excogitatur,nos intelligendum cenſebimus.nam horum(vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem ſpectat ſcientiam,non autem ad Mathematicam ipſam. At quoniam vniuerſorum vnionem, & diuiſionem, identitatemqúe,vnà cum diuerſitate,& præter hęc ſtatum,& motum ad animam complendam rerum opifex ſuſcepit,ex hiſqúe generibus ipſam conſtituit,quemadmodum Timęus nos docuit,dicendum quòd iuxta quidem ipſius diuerſitatem,rationumqúe diuiſionẽ, ac multitudinem conſiſtens cogitatio, ſeſeqúe intelligens eſſe & vnum, & multa, Numeros profectò ſibi proponit, producitqúe, horumqúe cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem,& ſecum cõmunicationẽ,colligationemqúe Muſicam ſibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Muſicam antiquitate pręcellit,cùm porrò anima quoq; ipſa ab opifice prius diuiſa ſit,deĩde rationibus collecta,vt enarrat Plato. Rurſusqúe iuxta quidem eum, qui in ipſa eſt ſtatum actionem ſtabiliens, Geometriam ex ſe ſe deprompſit,vnamqúe eſſentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricã. mouetur nanq; ipſa quoq; per Circulos, conſiſtit autẽ ſemper eodem modo,ob Circulorum cauſas. Rectum inquam,& Circulare. & propterea hìc quoq; Geometria Sphęricam, vt motum ſtatus pręcedit. Quoniam aũt cogitatio ipſa non ad eius infinita vi pręditam formarũ conuolutionem, ſed ad Finis iuxta genera ambitum reſpiciens haſce genuit ſcientias, idcirco dicunt ipſas à multitudine, magnitudineqúe infinitum abſtuliſſe,& circa finitum tandem verſari. omniũ ſiquidem principia, pariter'q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipſa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad ſeipſam ſimilium partium ſit, & vna,atq; indiuiſibilis,rurſusqúe diuiſibilis,formarumqúe ornatum educens,Finis,atq; Infinitatis eſſentialis ex ipſis intellectilibus eſt particeps. verùm intelligit quidem ipſa ob Finem,gignit verò vitas, rationesqúe varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię haſce conſtituere ſcientias iuxta eum,qui in ipſis eſt Finem, non autem iuxta vitæ

Infini-

Qũo Quotum & Quantum à Mathematico conſideretur.

Digreſsio.

Ex quibus Animã cõſtituat opifex ex Timęi ſententia.

Qũo cogitatio Mathematicas producat ſcias.

Anima prius ẽ diuiſa, poſtea collecta ex mẽte Platonis in Timęo.& ideo Arithmetica p̃cedit Muſicam.

Geometria pręcedit Aſtronomiã,quia motu prior eſt ſtatus

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari.

Cogitatiõis intelligẽtię iuxta ſuum Finẽ Mathematicas ſciẽtias cõſtituerũt

Epilogus.

Infinitatem. mentis ſiquidem imaginem afferunt, non autem vitæ. Pythagoreorum itaq; hęc eſt ſententia, & quatuor ſciẽtiarum diuiſio.

Alia totius Mathematicæ ſcientiæ diuiſio ex mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuiſio, ex Gemini ſententia.

Mathematicæ ſciẽtiæ partes.
Arithmetica.
Geometria.
Mechanica.
Aſtrologia.
Perſpectiua.
Geodæſia.
Canonica, ſiue Regularis.
Supputatrix.

Excluditur Ars militaris à Mathematicis ſciẽtiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtat.

Geometrię duę sũt ſpecies, Planorũ conſideratio, & Stereometria.

RVrſus autem quidam alio modo diuidendam eſſe Mathematicam cenſent, ſicuti & Geminus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in ſenſilibus verſari volunt, hæcqúe attingere. Intellectilia vtique appellantes quaſcunque inſpectiones anima per ſe ſe exuſcitat, ſeſe à materialibus ſeparans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus verſatur, duas longè primas, pręcipuasqúe ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in ſenſilibus officium, & opus explicat ſuum, ſex, Mechanicam, Aſtrologiam, Perſpectiuam, Geodæſiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad inſtruendas, coordinandasqúe pertinet acies, quam Græci ([illegible]) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam eſſe non cenſent, vt quidam alij voluere, ſed vti eam volunt, modò quidem arte ſupputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæſia, vt in diuidendis, dimetiendisqúe caſtrorum metationis campi ſpatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque hiſtoriam ſcribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam eſſe dicunt, licet ſępenumero tum Hiſtorici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem geſtarum ſcriptores, vel Climatum ſitus referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte ſua huiuſcemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Aſtrologia peruenit, ipſe etiam Hippocrates oſtẽdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisqúe dixere. Eadem ſanè ratione, ille etiam, qui aciebus inſtruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numeroſa eſt, paucisſimam oſtendere multitudinem, caſtra, ſuosqúe exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiuſdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ ſint totius Mathematicæ ſcientię ſpecies, Geometria rurſus diuiditur in Planorum cõtemplationem, & Solidorum dimenſionem, quę Stereometria vocatur.

ſiquidem

ſiquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quępiam non eſt tractatio, quoniam neque Figura † ex his vlla ſine Planis, vel Solidis fieri poſſet. nihil enim aliud agit Geometria vlla ſui parte, quam vt Plana, aut Solida vel conſtituat: vel conſtituta inter ſe comparet, aut diuidat. Itidem Arithmetices diſtributio eſt in Numerorum lineariũ, & planorum, & ſolidorum contemplationem. ſpecies nanque Numeri per ſe ſe conſiderat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, ſimilium inquam, atque diſſimilium, ſolidorumq́ue ad tertiã vſq; accretionem progreſſus. Geodæſia verò, Supputatrixq́ue his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) ſimiles in diuiſione ſunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, ſed de ſenſilibus verba faciunt. neque enim Geodæſiæ munus eſt, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, ſed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id aſſequitur rectis Lineis, ſed ſenſilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs ſolaribus: interdum verò craſſioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque ſimiliter Supputator ipſas per ſe Numerorum inſpicit paſſiones, ſed vt ſunt in ſenſilibus ipſis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μηλίας) quaſdam, & (φιαλίτας) appellans. & nullum quidem concedit eſſe minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud ſuſcipit. vnus enim aliquis homo eſt ipſi pro menſura totius hominum multitudinis, ſicut Vnitas quoque communis eſt omnium Numerorum menſura. Perſpectiua rurſus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaq́ue gignuntur. Et Perſpectiua quidem radijs viſorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hiſce conſtituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quę proprio nomine dicitur Perſpectiua, quippe quę reddit cauſam earũ apparentiarum, quę aliter q̃ ſint ſe ſe nobis offerre ſolent, ob eorum, quæ ſub viſum cadunt alios atq; alios ſitus, & diſtãtias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquã Circulorum aſpectionis: & in vniuerſam Speculariam, quę circa varias, multiplicesq́ue verſatur refractiones, & imaginariæ, ſeu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quę Sciographice, hoc eſt vmbrarum deſignatrix appellatur, quę oſtendit quĩ fieri poſſit vt ea, quę in imaginibus apparẽt, haud inconcinna, vel deformia ob deſignatorum diſtantias, altitudineſq́ue videantur. Canonica autem, ſiue Regularis apparentes cõcinnentiarũ conſiderat rationes, Regularũ ſectiones reperiens, ſenſuſq́ue vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis exiſtens, vt menti aures

Pulchrum.

† in his

Pricipale Geometrię officiũ.

Tres Arithmeticę partes, linearium, & planorum, & ſolidorum Numerorum conſideratio.

Geodæſia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quo Arithmetic, & Geometria.

Quę Geodęſia & Supputatrix conſiderent.

Canonicã intelligẽ eſſe Muſicam.

Tres totius Perſpectiuę partes

Perſpectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid conſideret, de qua Plato in 7. de Repu.

Mechanicę partes.

Inſtrumentorum effectrix.

Miraculorum effectrix, quæ triplex eſt.

Timæus.

Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio.

Sphęrarum effectrix.

Aſtrologiæ cõſiderationes, & partes.

Gnomonica.

Metheoroſcopica.

Dioptrica.

Epilogus.

aures ipſas præpoſuiſſe videatur. Ad has porrò, quas hucuſq; enumerauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipſa quędam exiſtens totius tractationis, & cognitionis rerum ſenſilium, materiæquę coniunctarum. Sub hac verò eſt inſtrumentorum effectrix, quæ (ὀργανοποιητικὴ) vocatur, eorum inquam, quę gerendis ſunt bellis idonea. qualia ſanè Archimedes etiam fertur conſtruxiſſe, Syracuſas terra, mariquę obſidentibus reſiſtentia: & miraculorum effectrix, quæ (θαυματοποιητικὴ) dicitur, quippe quæ alia quidem ſpiritibus maximo cum artificio conſtruit, quemadmodum etiam Cteſibius, atq; Heron operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquilibrium, ſtatus verò æquilibrium eſſe cauſam cenſendum, vt Timæus etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisquę animatas conuolutiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum eſt & æquilibrantium omnino, & eorum, quę centropõderantia vocantur cognitio: nec non (σφαιροποιία) hoc eſt Sphęrarum effectrix ad cęleſtium circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus eſt: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt Aſtrologia eſt, quę de mundanis ediſſerit motibus, de corporum cęleſtium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquę diſtantijs, ac de omnibus, quę huiuſcemodi ſunt, multa quidem à ſenſu ſibi aſſumens, multùm verò cum naturali conſideratione communicans. Huius autem vna pars eſt Gnomonica, quę in horarũ dimẽſione poſitu Gnomonum exercetur. Altera eſt Metheoroſcopica, quę eleuationum differentias, ſiderumquę reperit diſtantias, necnon multa alia, & varia Aſtrologica perdocet Theoremata. Tertia pars eſt Dioptrica, quę ſanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumquę ſtellarũ diſtantias huiuſcemodi Dioptricis dignoſcit inſtrumentis. Talia de partibus quoque Mathematices à priſcis tradita, memoriæquę prodita ſuſcepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarum coniunctio ex Platonis ſententia. Cap. XIIII.

Plato in 7. de Repub.

Vide Epinomidem, qui Platoni aſcribitur.

ATque hæc poſita ſint. Illa rurſus inſpiciamus quo nam pacto Plato Dialecticam Mathematicarum diſciplinarum verticem, ſiue faſtigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipſarum coniunctio ſit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compoſuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione ſuperior eſt, & principia deſuper ipſi ſuppeditat, cogitationemq;

tionemq́ue ipſam ex ſeſe perficit, eodem ſanè modo Dialectica quoque puriſſima Philoſophiæ pars exiſtens, ſimplicitate Mathematicas diſciplinas proximè vincit. Et totum ipſarum orbem complectitur, vireſq́ue à ſe ſe ſuggerit ipſarum ſcientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Reſoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonſtrantem: à quibus ſanè adiuta, & perfecta Mathematica ipſa, alia quidem per reſolutionem inuenit, alia verò per compoſitionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonſtrationem colligit. Haſce quidem vias ſubiectis ſuis accõmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inſpiciendos medios ſermones ſuos. Vnde porrò & reſolutiones in ipſa, & definitiones, & diuiſiones, ac denique demonſtrationes propriæ ſunt, volutãturꝗ ſecundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum eſt veluti vertex, & faſtigium. Quum omne, quod in ipſis intelligens eſt perficiat: & quod certum eſt, ab omni reprehenſione reddat immune: quodq́ue immobile, pariter vt eſt cuſtodiat ſtabile: & quod materiæ eſt expers, & purum, ad mentis ſimplicem, à materiaq́ue ſecluſam naturam referat: ipſarum præterea prima definitionibus diſtinguat principia: generum ſubinde, & formarum, quæ ſub ipſis ſunt generibus diſcretiones oſtendat: compoſitiones inſuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ conſequuntur principia: nec non reſolutiones, quæ ad prima, ac principia conſurgunt, ſcanduntq́ue, edoceat. Cæterùm coniunctio quoꝗ Mathematicarum diſciplinarum, nõ vt cenſuit Eratoſthenes, proportio ipſa ponẽda eſt. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum, quę Mathematicis communia ſunt dicitur eſſe, & eſt. Multa verò præterea alia ſpectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas diſciplinas, quæ per ſe inſunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem eſt earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium ſcientiarũ ſpeciatim principia ſimpliciori quodã modo in ſeipſam cõplectitur: & cõmunitatem earum, atque differentiam conſiderat: & quæcunꝗ eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus inſint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè diſcunt fit reuerſio. Hac autem ſuperior Dialectica quoquè Mathematicarum diſciplinarum coniunctio eſt. Quam verticem etiam ipſarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipſa ſiquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemq́ue potentijs ſuis

Cõiũctio Mathematicarũ, nõ eſt ꝓportio, vt voluit Eratoſthenes

Secunda Mathematicarũ cõiunctio. Plato in Repub.

Tertia Mathematicarum cõiunctio.

†.pgreſſũ.

Finis optimus, Math.

† ipſum optimum.

reducit, & verè oſtendit eſſe ſcientiam, & certam efficit, nulliq́ue reprehenſioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipſa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in ſe ſe comprchendit: ipſarumq́ue varietatem, ſua ſimplicitate: & partitionẽ, impartibili cognitione: multitudinẽq́ue, vnione coarctat. Ipſa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò ſupernè omnem Mathematicorũ ſermonum† cogitationem: Finis autem eſt tum ſurſum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis† longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata ſint.

Mathematices nomen vnde ſit ortum.

Cap. XV.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

RVrſus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumq́ue diſciplinarum vnde nam diceremus ſcientijs his ab antiquis aſsignatum fuiſſe, & quam rationem aptè reddere poſſemus? Porrò mihi videtur talẽ ſcientiæ, quæ de cogitantibus ſermonibus eſt appellationẽ, nõ ſanè (quẽadmodũ plurima noĩum) à quibuſcũqꝫ repertã fuiſſe: ſed (vt eſt, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perſpexiſsẽt quidẽ, ꝙ omnis quæ Matheſis, hoc eſt diſciplina appellatur, reminiſcentia eſt: quæ quidẽ nõ extrinſecus animis aduenit, quẽadmodum quæ à ſenſilibus conſurgunt phantaſmata in phantaſia informantur: Neque aduentitia, aſcititiaq́ue veluti quæ in opinione poſita eſt cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipſa cogitatione ad ſe ſe conuerſa. Cumq́ue perſpexiſſent, quòd licet ex multis rebus reminiſcentiæ oſtendi poſsint, præcipuè tamẽ (vt Plato quocꝫ ait) ex Mathematicis diſciplinis. Nam ſi quiſpiam, inquit ille, in deſcriptionibus induxerit, ibi certè Matheſim reminiſcentiam eſſe facillimè cõprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo oſtendit, nihil aliud eſſe diſcere, quàm animam ipſam ſuarum rationum recordari. Id autem ideo eſt, quia id, quod recordatur nil aliud eſt, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum diſciplinarum rationibus eſſentiam ſuam perficit, ipſarum'qꝫ ſcientias in ſe antea accepit, licet ſecundum ipſas non agat. Habet ſiquidem oẽs ſecundũ eſſentiã, & occultè: Promit autem vnãquancꝫ, cùm impedimentis, quę à ſenſu proueniunt liberata fuerit. Nam ſenſus quidem partibilibus ipſam coniungunt, phantaſiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

ctunt. Atqui partibile omne,eius,quæ ad nos metipſos fit conuerſionis obſtaculũ eſt. Et omne,quod informat,eã,quæ formæ eſt expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium,eius,quę nullis affectibus lęditur actionis eſt impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipſa ſunt rationes per ipſam met cogitationem cognoſcere poſſumus: & actu ſcientes eſſe: & eſſentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti,captiuiqúe ſumus; & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem aſſequi poterimus. Hæc itaque Matheſis eſt, ſiue diſciplina,quæ æternarum in anima rationũ reminiſcentia eſt. Mathematicaqúe (hoc eſt diſciplinatiua ſcientia,vt ſic exponã) propter hanc ea cognitio potiſſimùm nuncupatur, quæ nobis ad earũ rationũ reminiſcẽtiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiuſce ſcientiæ, quale porrò ſit à nomine fit manifeſtum. Id nempe, quod inſitam mouet cognitionẽ,& exuſcitat intelligentiã,& purgat cogitationẽ,& promit formas, quę nobis ſecundũ eſſentiã inſunt,& aufert obliuionẽ,atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu noſtro ĩnatæ ſunt,et ſoluit vincula,quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè ſimilitudinem huius ſcientiæ præſidis, qui intelligẽtia munera manifeſtat,& cuncta diuinis rationibus complet,& animas ad mentem erigit,ac veluti è profundo exuſcitat ſopore,& inquiſitione ad ſeipſas cõuertit, & obſtetricatione quadam perficit, puręqúe mentis inuentione ad vitam beatã deducit. Cui ſanè nos quoque præſens opus dicantes, de Mathematica ſcientia contemplationem perſcribemus.

Opus Mathematices à noie fit manifeſtum.

Opus Mathematices, ſimile eſt operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars ſit, & quęnam ſit ipſius materia. Cap. I.

Epilogus eorũ, quæ in prio libro dicta ſunt.

COMMVNIA quidem, ad omnemq́ue Mathematicam ſcientiam ſpectãtia, in prædictis ſermonibus perſpeximus, & à Platone non diſſentientes, & ab aliјs conſiderationes, quæ ad præſentem pertinent tractatum colligentes. Poſthęc autem conſequens eſt, vt de ipſa quoq; Geometria, deq́ue propoſita Elementorum inſtitutione diſſeramus, cuius gratia totum hunc ſermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars ſit, quod'q; poſt Arithmeticam ſecundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipſa exprimi, atque cognoſci poteſt, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in pręſentia ſermone. At à nobis quoq; de hac enarratio pro animi ſententia fieri poſſet, ſi ſubiectam ipſi materiam conſideraremus, quem inter ea, quæ ſunt, ſortita ſit locum, & eſſentiam. Ex hac enim bene perſpecta, ſcientiæ quoque vis ipſam cognoſcentis, vtilitaſq́ue ab ipſa proueniens, nec non illud, quod à diſcentibus comparatur bonum, ſtatim apparebit. Etenim dubitaret aliquis in quo eorum, quę ſunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipſa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ, de quibus Geometra diſſerit in ſenſilibus ſunt, nec ab ipſa ſeparari poſſunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à ſenſilibus nos liberare, ad incorporeamq́ue ſubſtantiam deducere, item'q; ad intellectilium inſpectionem aſſuefactionem eſſe, ad mentiſq́ue actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile ſignum in ſenſilibus vnquam ſpectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non pro-

Dubitatio bimẽbris.

Primũ mẽbrum.

Primũ argumentũ.

Secundum argumẽtũ

profundam ſuperficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumꝗ baſium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonã demum pacto huiuſce ſcientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo poſſint: cùm ſenſiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus ſuſcipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles exiſtant, omniqúe ſint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum ſibi contraria inæqualitate ſubſiſtat: impartibilia verò, ſecundum partitionem, interuallumqúe ſint progreſſa? Quòd ſi extra materiam ſunt ſubiecta Geometriæ, formæqúe puræ, & à ſenſilibus ſeparatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extenſio nanque, tumor, omninoqúe interuallũ propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimenſione autem carentia, vnà cum dimenſione: immobilia verò, mobiliter ſuſcipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumqúe ſecamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipſorumqúe, & figurarum accretiones, atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem eſſe Geometricam oſtendunt materiam, neque in impartibilibus inſidere rationibus. At dubia quidem talia ſunt, præter illud etiam ꝙ Plato in cogitatione poſitas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à ſenſilibus ad huiuſcemodi formas, exurgereqúe à ſenſu ad mentem concedit, tametſi (vt ſuperius diximus) quæ in cogitatione ſunt rationes indiuiduæ ſint: & nullo interuallo diſtent: & ſecundum Animę proprietatem ſubſiſtant. Si autem & rebus ipſis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ ſunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuerſale, vnũqúe plura continens aut in ſingularibus excogitari innatum eſt, apparereúe tale, quod exiſtẽtiam quoꝗ in his habeat: inſeparabile ab ipſis exiſtat: in ipſiſqúe diſpoſitum ſit, ac diſtributum: & cum his vel ſimul moueatur, vel firmiter, immobiliterqúe conſiſtat: Aut ante multa ſubſiſtere, multitudiniſqúe gignendæ vim habere, multis à ſeſe imagines præbens, & ipſum impartibiliter quidem præſtructum eis, quibuſcum participat, varias autem ad ſecunda participationes ſuggerens: Aut excogitatione à multis formari, & exiſtentiam gignentem habere, poſtremoqúe multis inſidere. Iuxta enim has trinas ſubſiſtentias comperiemus (vt cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per reſpectum, quem habent ad ipſa, prædicationemqúe, ſubſiſtunt.

Tertiũ argumẽtum

Secundum membrum

Primũ argumẽtum.

Secundum argumẽtũ

Tertiũ argumẽtũ.

Quartum argumẽtũ ab autoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiã Ariſt. 2. phiſico. & 3. de aĩa

Solutio.

Diuiſio ipſius vniuerſalis.

Triplices vniuerſales formæ ſunt.

Duplex materia ex ſentétia Ariſt. ĩ 7. meta. 35. & 39.

Duplex vniuerſale, quod in multis eſt

Ariſt, 3. de aĩa, tex. 20.

Plato in Timęo.

Phantaſia media eſt inter ſenſú & méntem.

ſubſiſtunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo abſoluam) vniuerſalibus formis exiſtentibus, eius formæ, qua multa participãt, quęqúe in multis eſt, & particularia complet, differentias, iuxta ſubiectam materiam conſiderabimus. Ipſiuſqúe participantia duplicia ponentes, vna quidem ſenſilia, altera verò in phantaſia ſubſiſtentia (materia ſiquidem duplex eſt: vna quidem eorum, quæ ſenſui coniugata ſunt: altera verò eorum, quæ ſub phantaſiam cadunt, vt quodam in loco & Ariſtoteles ait) id vniuerſale, quod in multis eſt diſtributum, duplex eſſe concedemus. Alterum quidem ſenſile, tanquã quo ſenſilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantáſiæ multitudinibus ſubſiſtat. Phantaſia nanq; propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore ſubſiſtit: partibiles ſemper, & diuiſas, & figuratas fert impreſsiones. Et quicquid ab ea cognoſcitur, talẽ ſortitũ eſt exiſtentiã. Vnde ſanè & mentẽ paſsibilẽ eam quiſpiam vocitare non dubitauit. Atqui ſi mens eſt, quonã modo non impaſsibilis eſt, nec materiæ expers? Sin autem cum paſsione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impaſsibilitas quidem menti, intelligentiqúe naturæ competit: paſsibile verò, ab illa longè abeſt eſſentia. Sed (ni fallor) ipſius inter maximè primas, atque poſtremas cognitiones medietatem explicare volens, ſimul & mentem ipſam vocitauit, tanquam primis ſimilem, & paſſibilem, iuxta eam, quam habet cum poſtremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumqúe expertes ſunt: intellectilia in ſeſe comprehendentes, & circa ſeſe agentes, & eis, quæ ſub cognitionem cadunt coniunctæ, abomniqúe impreſsione, ac paſsione aliunde adueniente immunes. Vltimę verò, per inſtrumenta ſeſe exercent, & paſsiones potius ſunt, cogntiones extrinſecus admittentes, vnaqúe cum ſubiectis ſeſe commouentes. Tales enim (inquit Plato) ſunt ſenſus, qui ex violentis paſsionibus fiunt. At phantaſia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à ſeſe, promitqúe id, quod ſub cognitionem cadit: eò autem ꝙ extra corpus non eſt, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ ſub ipſius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impreſsio quędam eſt, & forma intelligentię. Circulumq́; vnà cum ſuo cognoſcit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipſa eſt materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipſa eſt circulus, quemadmodum neq; in ſenſilibus. Simul nanq; apparet diſtantia, maiusq́;, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur inſenſiin ſenſilibus circulis vniuerſale diſtributum eſt, quod vnumquenq; etiam ipſorum, circulum perficit, omneſqúe ſibijnuicem ſimiles, vna ratione ſubſiſtentes, magnitudinibus verò, vel ſubiectis differentes: In ijs etiam, qui in phãtaſia ſunt circulis eſt quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes ſunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, ineſt autem ipſis differẽtia iuxta vnum hic tantùm, in phantaſia, ſcilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes ſubiecto immateriali, & in vita exiſtentiam habent, quę à ſimplici corpore eſt inſeparabilis, interualloqúe impartibilem ſuperat eſſentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuerſale illud, quod eſt in multis intelligatur. Vnum quidem in ſenſilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexqúe circularis, atque triangularis, omninoqúe figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in ſenſili materia. Præit autem, hiſqúe antiquior eſt, quæ in cogitatione reſidet ratio, quæqúe in ipſa conſedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipſis exiſtẽtis formæ: altera verò ſenſilium autor. Sint enim qui in cœlo ſunt circuli, & omnino qui à natura producti ſunt: quorum ſicut ſub diſtributionem non cadit, quę in cogitatione eſt ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo ſunt, nullis diſtincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, abſque magnitudine in incorporeis cauſis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudiniſqúe expertia, cùm magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione eſt circulus, vnus, & ſimplex eſt, ab interualloqúe immunis: & magnitudo inſuper ipſa, expers magnitudinis ibi: figuraqúe, nulla figura expreſſa. Nam rationes abſque materia talia ſunt. Qui autem in phantaſia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nõ vnus duntaxat, ſed vnus, & plures, nec forma tantùm, ſed diſtributa forma. Qui verò in ſenſilibus: compoſitus, magnitudine diſtans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumqúe puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atq; diametro, deqúe paſſionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum ſpectant, vt de contactibus: diuiſionibus: & de ijs, quæ huiuſmodi ſunt: neque de ſenſilibus docere, differereqúe dicimus (ab ipſis ſiquidem ſeparare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione eſt forma (vnus enim eſt circulus, ipſa verò de pluribus ſuos habet ſermones, de vnoquoq; proponẽs, deqúe omnibus eadem contemplans: & indiuiſibilis quidem ille, diuiſibilis ve-

rò,

Duplex eſt circularis, & triãgularis ratio.

Geometria vniuerſale illud conſiderat, qđ in imaginabilibus diſtributũ ē.

rò, qui in Geometria eſt circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri : per aliumquè, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari : circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat : nequeat autem eas contractè perſpicere : diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaquè, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compoſitioneſquè figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioquè ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur : nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcquè iuxta interiora contempletur, & rationum impreſſionibus vtatur, à ſeſequè ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſquè, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniformiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit : tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliquè expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcquè ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus : ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſquè intelligentem reducentis cognitionem ; necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemquè, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſſibiliquè mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiãgula, omniaquè in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula : alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem : Idcircò igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus : quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiquè ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterquè in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt ; à quo autem pro-

Idẽ vide ſuperius i lib. 1. c. 1.

Optimus finis Geometrici ſtudii, & doni Mercurialis opus. De Calypſone vide Plutar. in opuſc. de vitãda vſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione eſt: in quo verò eſt id, quod promitur, paſsibilis, quæ vocatur mens. Quæ ſeſe circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à ſeſe puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem ſeparat, & ſeſe iuxta omnes informes ſpecies conformat, omniaqúe prorſus euadit, ex quibus conſtat cogitatio ipſa, & quę in nobis eſt impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philoſophus in Miſcellaneis conſcripſit, & quæcunque quāplurimi Platonicorum deſcribunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati ſumus, & Platoni, qui quę Geometriæ ſubijciuntur ea eſſe vult, quæ ſub cogitationem cadunt. Hæc enim ſibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum cauſæ quidem, per quas cogitatio etiam demonſtrationes profert, in ipſa præextiterunt cogitatione: ipſæ verò ſingulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantaſia ſitæ ſunt.

Porphyrius in Miſcellaneis.

Pla. in Timęo, & in 7. de Rep.

Quæ ſcientia, Geometria ſit.
Cap. II.

DE ipſa verò ſcientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur eſt Magnitudinū, & Figurarū, & in his exiſtentiū Terminorum, & Rationum, quæ in ipſis ſunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Paſsionū, variarumqúe Poſitionum, ac Motuū cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediēs, ad Solida autem vſq; deſcendens, multiformeſqúe ipſorum differentias inueniens. Rurſuſqúe à compoſitioribus ad ſimpliciora, & ad horum recurrens principia. Compoſitionibus enim, ac Reſolutionibus vtitur, ſemper quidem à ſuppoſitionibus incohans, principia quoque à pręuia ſibi aſſumendo ſcientia: cunctis verò Dialecticis vijs vtens. In principijs quidem, formarum Diuiſionibus à generibus, Definiētibuſqúe orationibus. In eis autem, quæ poſt principia ſunt, Demonſtrationibus, ac Reſolutionibus. Vt & à ſimplicioribus varia magis oſtendat prodeuntia: & ad ipſa rurſus redeuntia. Et ſeorſum quidē de ſibi Subiectis verba faciens: ſeorſum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōſtrationes exurgit: ſeorſum verò de per ſe Accidentibus, quæ Subiectis quoq; ineſſe oſtendit. Vnaquæq; .n. ſcientiarum aliud quidem habet genus, circa quod verſatur, cuiuſqúe paſſiones ſibi conſiderandas proponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonſtrationibus: alia autem, quę per ſe inſunt. Et Pronunciata

Tria ī vnaquaq; ſcia requirunt ſubiectum Accidens, & Principium.

quidem cõmunia ſunt omnibus (licet ſingulæ propriè ipſis in ſubiecta ſibi vtantur materia) genus verò, & per ſe accidens diuerſum. Geometrię igitur ſubiecta quidẽ ſunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Fguræqúe prorſus, ac Magnitudines, harumqúe Termini. Quæ autẽ his per ſe inſunt, Diuiſiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Exceſſus, Defectus, huiuſcemodi omnia. Petitiones verò, & Pronuntiata, quibus ſingula demonſtrat: illud, à quocunq; ſigno, ad quodcunque ſignum rectam lineam ducere. Et illud, ſi ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia eſſe. Quæqúe his cõſequentia ſunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæſitum omne Geometricum eſt, ſed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictuſqúe fuerit: conuincetur vtique vt Geometra. Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verùm à Geometrica contemplatione ſunt aliena. Et hæc duplicia ſunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæſitum illud eſt, quemadmodum Quæſitum Muſicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorſus emanat ſuppoſitionibus, non autẽ à Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, ſed peruerſè, vt ſiquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoq; inſtrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoſcere poterimus, quæ nam ipſius conſequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere poſſumus prout errant, hanc habẽt promisſionem. Alia nanq; Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum eſt, ſiquidem ab ijs plurimùm diſtant? Certior nanq; alia, quàm alia eſt ſcientia (vt ait Ariſtoteles) quæ quidem à ſimplicioribus emanat ſuppoſitionibus, quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs: quæqúe dicit propter quid, quàm ea, quæ tantùm rem ita ſe habere cognoſcit: & quæ circa intellectilia verſatur, quàm ea, quę ſenſilia attingit. Et iuxta haſce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior eſt: eius ſiquidem principia ſimplicitate ſua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, poſitionis eſt expers: Punctum verò, poſitionem habet. Et Punctum quidem, cùm poſitionẽ ſuſceperit, Geometriæ principium eſt: Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Sphęrica: & Arithmetica, quàm Muſica. Hæ nanque cauſas eorum, quæ ſub illis continentur Theorematum vniuerſaliter reddunt. Geometria rurſus, quàm Mechanica, Perſpectiua, ac Specularia: quoniam ipſæ de ſenſilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

Geometrię ſubiecta.

Geometrię accidentia.

Geometrię principia.

Quæ ſint q̃ſita Geometrica.

Quæ ſint quęſita nõ Geometrica.

Duplex ẽ quęſitũ nõ Geometricum.

Geometria nobis exhibet inſtrumenta iudicandi

Ariſto. 1. poſt. t. 42.

Arithmetica certior eſt q̃ Geometria.

Geometria certior quàm ſpherica, & Arithmetica, q̃ Muſica.

Geometria certior quàm Mechanica, Perſpectiua, & Specularia cipijs differunt, harum verò duarum ſuppoſitiones diſtant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemqúe conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonſtrantur theorematum, alia quidem ſunt ipſis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi poſſe, ſoli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipſa rationes etiam, quæ exprimi non poſſunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones ſecundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorſus non datur. Geometriæ verò peculiaria ſunt ea, quæ circa poſitiones verſantur: numeri enim nullam habent poſitionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nõ poſſunt: vbi enim in infinitum procedit diuiſio, ibi quoque quod exprimi non poteſt extat. Ambabus autem communia ſunt, quæ de diuiſionibus habentur, quales tradit Euclides in ſecundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rurſus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus ſimiliter competunt, quæ à tota Mathematica ſciẽtia in ipſas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationũ conuerſiones, et cõpoſitiones, ac diuiſiones, hoc modo ambabus cõmunia ſunt. Quæ verò cõmenſurabilia ſunt, Arithmetica quidem primùm inſpicit: poſtea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuſcemodi cõmenſurabilia, hæc eſſe determinat, quęcunq; rationem ad ſe inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commenſurabilitas in numeris præcipuè ſubſiſtat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cõmenſurabile: & vbi cõmenſurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inſpicit: iuxta proportionem autem ab ipſa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta cauſam ſunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipſarum cauſas, quæ in numeris ſunt, trãſimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inſpicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula reſoluitur: Quandoque verò proximo contenti ſumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius duplũ eẽ dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à ſeptenario duplus eſt, vno defficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cõmunicant.

Quæ ſint cõia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

Cõmuniũ theorematum diſtinctio.

ſcientiarum principia eſt, atque differentiam oſtendentes. Ad Geometricum ſiquidem ſpectat conſpicere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et ſic non Geometrica quidem, ac Geometrica diſtinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre ſcientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quouſque progrediatur, quæqúe ſit ipſius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rurſus exordium ſumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quouſque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipſa eſt rectè perſpiciemus. Intelligemus ſanè per omnia ea, quæ ſunt, ipſam ſimul extendi: & cunctis ſuas accōmodare animaduerſiones: & omnium formas in ſe continere: & iuxta quidem ſupremum eius, quodqúe ſummam intelligendi vim habet, ea, quæ verè ſunt circunſpicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumqúe formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et oſtendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ ſint: quæ verò primis eſſentijs: quæ autem animarum ſubſtantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis eſt, varietatem explicat, atque inſpicit: ipſarumqúe exiſtentiam oſtendit, & eas, quæ in ipſis ſunt paſsiones: necnon ipſarum cōmunitates, & differētias. E quibus ſanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad eſſentialemqúe rationū redigit ſubſtantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam conſiderat, traditqúe quonam pacto ſenſilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum, iuxta cauſam in rationibus ipſis ſunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuerſorum intellectilium generum: exemplaria verò ſenſiliū: ſuam autem iuxta ea, quæ cogitationi ſubiecta ſunt cōpleuit eſſentiam. Per hæcqúe veluti per media ad vniuerſa ea, quæ ſunt, & ea, quæ fiunt aſcendit, atque deſcendit. Geometricè verò de ijs, quæ ſunt, ſemper philoſophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumqúe, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus: & varias ipſarum in ſe oſtendit mutationes. Hæc quidem agens īmateriali quadam, cognoſcendiqúe vi: materiā verò attingens, multas à ſe ſe promit ſcientias; vt Geodeſiam, Mechanicam, & Perſpectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim inſtrumenta, ciuitatumqúe propugnacula hiſce ſcientijs conſtruxit. Et montium circuitus, locorumqúe ſitus cognitos fecit. Menſuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra; aliàs verò earum, quæ ſunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinaſqúe conſtruxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemqúe totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaqúe hominibus ab ijs, quæ incredibilia ſunt, manifeſtauit, omnibuſqúe oſtendit credibilia. Quale ſanè Hieron quoque Syracuſius de Archimede dixiſſe fertur, cùm nauem trinis inſtructam velis fabricaſſet, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere pręparabat. Cùm .n. omnes vnà Syracuſij nauẽ illã protrahere minimè poſſent, Archimedes Hieronem ſolum ipſam ſubduxiſſe fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum eſt. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixiſſe, cùm corona, quam fabricatus eſt non ſoluta, ſingulum cõmiſtarum materiarum pondus comperiſſet. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes: & proinde pauca ex pluribus nos in præſenti appoſuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemqúe oſtendentes.

Hierõ Syracuſius.

Gelonis corona.

Quis ſit Geometriæ ortus, quæqúe fuerint ipſius inuentores Cap. IIII.

ORtus autẽ ipſius, qui hoc ſeculo extiterit, poſthæc indicandus eſt. Diuinus .n. Ariſtoteles dixit eaſdẽ ſententias ſæpe ad homines peruenire iuxta quaſdàm ordinatas ipſius orbis conuolutiones. Nec noſtris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti ſunt ſcientias conſtitutionem ſuſcepiſſe, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuiſſe ipſas, & rurſus euanuiſſe. At quoniam principia quoque artium, atque ſcientiarum, iuxta præſentem conuolutionem conſideranda ſunt, dicimus quòd à pleriſque memoriæ proditum eſt, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuiſſe, quæ ab agrorum emenſione ortum habuit. Hæc ſiquidẽ illis neceſſaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes ſingulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum ſcientiarum inuentionem ſumpſiſſe initium. Siquidem quod

in

Ariſto. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽſione apud Aegyptios primùm.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' ſenſu igitur ad conſiderationem, & ab hac ad mentem non immeritò fiet tranſitus. Quemadmodum ergo apud Phęnicas propter mercaturas, atque cõmertia, numerorum certa cognitio ſumpſit exordium, ita ſanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta eſt cauſam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petijſſet, hanc cognitionem in Græciam tranſtulit. Et multa quidem ipſe inuenit, multorum autem principia ſibi ſuccedentibus enarrauit. Alia quidẽ vniuerſalius, alia verò ſenſibilius attingens. Poſt hunc autem Ameriſtus Steſichori Poetę frater, tanquam qui Geometriæ ſtudium tetigit, deguſtauitquè memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentionem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Poſt hos autem Pythagoras eã Philoſophiã, quæ circa ipſam Geometriã verſatur, in liberalis doctrinæ figurã cõmutauit, altius ipſius principia cõſiderans; immaterialiterquè, & intellectiliter theoremata perſcrutans. Qui ſanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non poſſunt tractationem, mundanarumquè figurarum conſtitutionẽ inuenit. Hunc verò ſecutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggreſſus eſt. Oenopideſquè Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriã ſint conſecuti. Quibus ſuccedens Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodoruſquè Cyrenęus inſignes in Geometria euaſere. Primus nanꝙ eorum, qui cõmemorantur, Hippocrates Elementa conſcripſit: Plato autẽ cùm his ſucceſſiſſet, fecit tum Geometriam ipſam, tum etiã cæteras Mathematicas Diſciplinas maximum ſuſcepiſſe additamentum, propter ingens, quod ipſis adhibuit ſtudium. Queãdmodum alicubi ipſe ſeſe manifeſtat, & volumina Mathematicis ſermonibus reddendo frequẽtia: & vbiꝙ excitando quod in ipſis mirabile eſt, Philoſophiãquè attingit. Hoc autem tẽpore fuit & Leodamas Thaſius, & Architas Tarentinus, & Theęthetus Athenienſis: à quibus theoremata aucta ſunt, ad peritioremquè peruenere conſtitutionem. Leodamante autem iunior Neoclides fuit, huiusquè diſcipulus Leon: qui ad ea, quæ ſuperiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoꝙ conſtruxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vſum eorum, quæ in ipſis oſtenduntur: & determinationem inuenerit, quando ſcilicet quod quęritur problema poſſibile ſit, & quando impoſſibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, ſodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

quæ

Apud Phęnicas numerorũ icepit cognitio.

Mathematici clari.

Thales Mileſius primus, ab Aegypto ĩ Græciam Geometriam trãſtulit.

Ameriſtus

Hippias

Pythagoras.

Anaxagoras.

Oenopides.

Hippocrates.

Theodorus.

Plato

Leodamas

Architas

Theętetus

Neoclides

Leon.

Eudoxus.

quæ vniuerſalia appellantur locupletiorem reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa ſectionem à Platone ſumpſerāt initium, in huberiorem diffudit multitudinem, reſolutionibus etiam in ipſis vſus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem diſcipulus, cum Platone autem verſatus, eiusq́ue frater Dinoſtratus perfectiorem adhuc totā fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis diſciplinis, tum etiā in reliqua Philoſophia præcellere viſus eſt. Elementa nanque conſtruxit egregiè, multaq́ue particularium, magis vniuerſalia fecit. Cyzicinus præterea Athenienſis ijſdem temporibus vigens, & in alijs quidem Mathematicis diſciplinis, potisſimùm autem in Geometria illuſtris euaſit. Diuerſabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæſtiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Theętheto prius edita fuerant huberiora fecit, cōpluraq́ue inuenit Elementa, Locosq́ue nonnullos conſcripſit. Philippus autē Mendęus Platonis diſcipulus, ab ipſoq́ue in Mathematicis diſciplinis incēſus, & quæſtiones iuxta Platonis inſtitutiones faciebat, & hæc ſibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicę Philoſophiæ conducere exiſtimabat. Qui itaque hiſtorias perſcripſere, hucuſque ſcientiæ huius perfectionem producunt. Non multò autē his iunior Euclides eſt, qui Elementa collegit, & multa quidem conſtruxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Theęteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio oſtenſa fuerāt, ad eas redegit demonſtrationes, quæ nec coargui, nec conuinci poſſunt. Fuit autē iſte vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum eſſet'ne aliqua ad Geometriam capeſſendam Elementari inſtitutione breuior via, reſpondiſſe nullam eſſe viā regiā, quæ ad Geometriā ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē eſt, antiquior verò Eratoſthene, & Archimede (hi.n. vno, eodemq́ tēpore vixerunt, vt tradit Eratoſthenes) Secta aūt Platonicus, huicq́ue philoſophię familiaris eſt. Vnde ſanè totius quoq; Elemētorū inſtitutionis finē ſtatuit, earū, quæ Platonicæ appellātur figurarū cōſtitutionē.

Amyclas
Menæchmus.
Dinoſtratus.
Theudius.
Cyzicinus
Hermotimus.
Philippus Mendęus.
Euclides.
Primus Ptolem.
Archimedes.
Eratoſthenes.
Platonicę figuræ.

Quæ Euclides Mathematica ſcripſerit volumina.

Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiuſce viri Mathematica volumina,

Euclidis opera

Perſpectiua.
Specularia.
Muſica.
Liber de diuiſionibus.
Geometrica Elemẽta.

na, admirandę diligentię, peritęqúe cuiuſdam conſiderationis plena. Talis enim eſt eius Perſpectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Muſicam capeſſendam conducunt Elementares inſtitutiones. Itemqúe de Diuiſionibus liber. Præcipuè verò circa Geometricam Elementorum inſtitutionem eum quiſpiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa diſtribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea aſſumpſit omnia, quę poterat dicere, ſed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autẽ omnis generis ſyllogiſmorũ modos, alios quidẽ à cauſis fidem ſuſcipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad ſcientiamqúe accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in eſſentialibus rationibus: Demonſtrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæſita fiunt progreſsionibus: Reſoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum ſpecies; tum earum, quæ ſimpliciores, tum etiam earum, quæ compoſitiores ſunt, in hac tractatione commodè eſt intueri. Et quæ quidem tota totis conuerti poſſunt: quæ verò, tota partibus, & contrà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, diſpoſitionem, atque ordinem pręcedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiã quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumqúe mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanq̃ quę veritati adhęrent, quęqúe parientibus ſciẽtiam principijs ſunt conſequẽtia, quæ tamen tendunt in eũ, qui ex principijs fluit errorem, rudioresqúe decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omniqúe deceptione permanere immunes. Atque hoc ſanè volumen, per quod hanc infert nobis pręparationẽ ([illegible]) hoc eſt Mendaciorũ, ſiue Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientiæqúe ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiqúe vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamqúe habet enarrationem.

Liber Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.

Quod

Quod nam ſit Geometrię Propoſitum.
Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propoſitum ſit, fortaſſe ſciſcitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propoſitũ eſſe diſtinguendum, tum iuxta res, de quibus quæſita fiunt, tum etiam iuxta addiſcentem. Et ad ipſa quidem ſubiecta reſpicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ eſt ſermo. Quippe qui à ſimplicibus quidem incipit, in harum verò conſtitutionis varietatem deſinit. Et ſeorſum quidem ſingulas conſtituit, ſimul verò ipſarum in Sphęram inſcriptiones, quaſqúe habent rationes tradit. Quapropter ſingulorum quoque librorũ Propoſita ad Mundum eſſe referenda nonnulli opinati ſunt, ipſorumqúe vſum, atque vtilitatem, quam ad Vniuerſi contemplationẽ nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiſcẽtem verò reſpiciendo Propoſitum diſtinguentes, hoc ipſum quod (Stichioſis) dicitur, hoc eſt Elementorum inſtitutio, ipſi Propoſitum eſſe dicemus: necnon addiſcentium cogitationis perfectionem ad vniuerſam Geometriam. Ab his enim auſpicantes reliquas quoque huiuſce ſcientiæ partes cognoſcere, varietatẽqúe in ipſa exiſtentem comprehendere poterimus. Et ſine his impoſſibilis nobis, incomprehenſibiliſqúe cæterorum eſt diſciplina. Principaliſſima nanque, ac ſimpliciſſima, primiſqúe ſuppoſitionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata ſunt. Cæterorumqúe demonſtrationes his tanquam notiſſimis vtuntur, ab hiſqúe egreſſæ ſunt. Quemadmodũ ſanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphęra, & Cylindro cõſcripſit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quę in hac oſtenſa ſunt tractatione, tanquã euidentibus videntur vti principijs. Propoſitum igitur id eſt, addiſcentes nempe ad totam ſcientiam Elementis inſtituere, Mundanarumqúe Figurarum determinatas conſtitutiones tradere.

Duplex ꝓpoſitum.

Primum Geometrę Propoſitũ

Quorũdã opinio.

Secundum Geometrę Propoſitũ

Archimedes.

Apollonius.

Geometriæ totum Propoſitũ

Vndenam ortum ſit Elementaris inſtitutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc eſt Elementorũ inſtitutor vocetur.
Cap. VII.

HOc ipſum autem (Stichioſeos) hoc eſt Elementaris inſtitutionis, ipſiuſqúe Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque inſtitutio,

Inſcriptio

Triplex Theorema.

Elementū quid.

Elementare quid.

Theorema.

Quid ſit Theorema quod neq; Elementū eſt, neque Elemētare.

Duplex Elementum ex Menechmi ſententia.

Petitiones Theorematū Elemēta ſunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Difficile ē Elementa cōſtruere.

quam habet rationem, vt ſanè de inſcriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Elementaria appellare conſueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum conſideratio ad aliorum pertranſit ſcientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipſis contingunt ſuccurrit nobis ſolutio. Nam quemadmodum vocis literatæ ſunt quædam principia prima, & ſimpliciſſima, & indiuiſibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omniſque dictio, atque oratio ex his conſtituta eſt: ita ſanè totius quoque Geometriæ ſunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ ſequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia ſpectantia, multorumque accidentium demonſtrationes præbentia, quæ Elementa appellant. Elementaria verò ſunt, quæcunque ad plura ſe extendũt, & ſimplicitatem quandam, atque ſuauitatem habent, non tamen eiuſdem ſunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd ſua contemplatio ad omnem ſcientiam communis non eſt, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extenſam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò ſcitum quicquam, atque elegans patefaciunt; hæc cadunt etiam extra Elementarium vim. Rurſus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum eſt. vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintique, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elemementa eſſe dicentur. Mutuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinſeci Rectilineorum Anguli, quatuor ſunt rectis æquales, intrinſecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, oſtenditur. Sumptionique huiuſcemodi Elementum aſſimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm ſit magis ſimplex, compoſitum diſſoluitur. Ita autem non omne rurſus, omnis Elementum vocabitur: verùm ea, quæ principaliſſima ſunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione ſunt conſtituta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa ſunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa conſtructa ſunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana verſatur, alia verò Stereometriæ. Eodem ſanè modo in Arithmeticis quoque, in Aſtronomicisque Elementares inſtitutiones multi conſcripſere. Difficile autem hoc eſt, eligere quidem, commodeque in vnaquaque ſcientia ordinare Elementa, ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæquè reſoluantur. Atq; eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vſi ſunt Demonſtrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modũ per impoſſibile, alij verò Proportionem prætermiſerunt, alij autem præparationes aduerſus deſtruentes principia moliti ſunt. Omninoquè plurimi Elementaris inſtitutionis modi à ſingulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod ſuperuacaneum eſt de medio tollere: impedimentum ſiquidem hoc in ſcientia eſt. Cuncta verò propoſitũ continentia, concludentiaquè eligere: commodiſſimum enim hoc in ſcientia eſt, atque vtiliſſimum. Diluciditatis autem ſimul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem noſtram perturbant. Vniuerſalem denique Theorematum in terminis cõprehenſionem ſibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia fruſtra diſſecant, incomprehenſibilem efficiunt cognitionẽ. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis inſtitutionem, aliorum inſtitutionibus excellere facilè quiſpiam reperire poſſet. Ipſius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contẽplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamquè traditionẽ, ille, qui fit à ſimplicioribus ad magis varia tranſitus efficit, nec non ea, quæ à cõmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuerſalitatem autem demonſtrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusquè Theorematibus ad Quæſita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijſdem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicruriſquè conſtitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamquè varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena ſunt, qualia ſunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copioſius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita ſunt tanquam ex cauſis facilè conſtituuntur, quẽadmodum plurimæ Angulorum, Linearumquè ſpecies. Hæc enim ab Euclide quidem omiſſa fuere, apudquè alios longum ſunt ſortita ſermonem, cognoſcuntur autem à ſimplicibus. Atque hæc de vniuerſa Elementari inſtitutione perſcribenda nobis erant.

Diuerſis modis multi Elementa tradiderunt.

Condõnes quę requiruntur ad optimã Elementorũ inſtitutionem.

Euclidis Elemẽtaris inſtitutio oẽs iã dictas habet conditiones. Et ideo omnes aliorũ inſtitutiones excellit.

Cur quædã ab Euclide prætermittanẽ.

Apollonius.

Quis nam ſit Geometricorum ſermonum ordo.

Cap. VIII.

VNiuerſum autem ſermonum, qui in ipſa ſunt ordinem hoc pacto

Prima philoſophia.

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquã) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisq́ue principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantùm abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt vtique Geometricam Elementorum inſtitutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cõcluſiones: deq́ue principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare.

Nulla ſcĩa ſua demõſtrat principia.

Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipſis verba facit: verùm circa ipſa per ſeſe ſibi facit fidem, magisq́ue ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſeſe, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens.

Motus, vt ſuppoſitio pricipiũ ẽ.

Ita Medicus, cæterarumq́ue ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſq; peritus. Quòd ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaq́ue conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant.

Euclides.

Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataq́ue diuidit.

Quõ differant inter ſe Pronuntiatũ, Petitio, & Suppoſitio ex ſententia Ari.1.poſtè.tex.25

Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cùm quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſeſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia eſſe. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quę per ſeſe fidem faciat, verũtamen ponit, conceditq́ue id aſſumenti, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiuſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verũ audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cùm autem rurſus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conceſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos ęquales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

ſitio. Sæpenumero autem omnia quocꝫ hæc quidam Suppoſitiones vocant, quemadmodum Stoici omnem ſimplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum ſententiam, Suppoſitiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppoſitiones appellabuntur. Rurſus autem, quæ ex principijs ſcaturiunt, in Problemata, Theoremataqúe diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesqúe prorſus, quæ circa ipſas ſunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per ſeſe ſingulis accidunt oſtendentia. Quēadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis ſunt participes: eodem ſanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præaſſumpſere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speuſippi, Amphinomiqúe Sectatores, arbitrati ſcientijs contemplantibus magis eſſe propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præſertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non eſt. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, effectionemqúe eius, quod prius nō erat enuntiando, vtputa Aequilateris Trianguli conſtitutionē, vel Quadranguli data recta linea deſcriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum poſitionem. Melius itaque (inquiunt) eſt, dicere quòd omnia, huiuſcemodi ſunt. Ortus autem ipſorum non efficiendo, ſed cognoſcendo cernimus, perinde ac ſi fiant, quę ſemper ſunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè ſuſcipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda eſſe Problemata cenſebant: Quemadmodum qui Menęchmum ſecuti ſunt Mathematici. Munus autem Problematis eſſe duplex, aliquando quidem quæſitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid ſit, vel quale quid ſit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud reſpectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speuſippi ſectatores bene ſentiunt. Non enim eiuſmodi ſunt Geometriæ Problemata, cuiuſmodi Mechanices. Senſilia nanque ea ſunt, ortumqúe habentia, & cuiuſcunque generis mutationem. Et qui Menęchmum ſecuti ſunt, à veritate non diſſentiunt. Siquidem necꝫ Theorematum inuentiones, abſque in materiam acceſſu eſſe vllo modo poſſunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaquę rationes progreſſæ, ipſamqúe informantes, non immeritò vtique generationibus aſſimilari dicuntur. Cogitationis nanque noſtrę motum, rationumqúe in ipſa exiſtentium productionem: Figurarum,

Stoicorũ opinio.

Quæ à prĩcipiis emanāt in Problemata, Theoremataq́; diuiduntur.

Speuſippi, & Amphinomi opinio.

Eorũ fundamētum.

Menæchmi opinio.

Munus ꝓblematis duplex ſecundũ Menęchmum

Duarũ ſuperiorum opinionũ cōciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantaſia ſunt, nec non earum, quę circa ipſas verſantur affectionum, ortum eſſe dicimus. Ibi enim ſunt & Conſtitutiones, & Sectiones, & Poſitiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione ſunt, ſine ortu, omniqúe mutatione conſtiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipſa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Prorſus nanque Demonſtrationes contemplationis ſunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria poſt principia ſunt, per Demonſtrationem ſumuntur. Proinde Theorema communius eſt. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, ſed ſunt quædam, quæ etiam ex ſe ſe Quæſiti Demonſtrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate diſtinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, ſuumqúe oppoſitum ſuſcipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem ſuſcipere ſymptoma, non autem & oppoſitum. Ipſorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatũ, id, quod per ſeſe accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Poſitionem, vel aliquid aliud huiuſcemodi. Cùm igitur ita quiſpiam propoſuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Poſſis nanque in ipſum & non æquilaterum intendere. Rurſusqúe ſuper datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum conſtituere. Fieri enim poteſt, vt & non æquilaterum conſtituatur. Cùm autẽ Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales eſſe quiſpiã propoſuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non poteſt, vt non æquales etiam ſint Anguli, qui ad Baſim ſunt Aequicrurium. Quo circa ſiquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus exiſtimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo exiſtit, Rectus eſt. In quibus ergo Symptoma vniuerſale eſt, totamqúe materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda ſunt: in quibus verò nõ vniuerſale, nec ſubiectum prorſus conſequitur, id Problema ponendum eſt. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariã, vel in partes æquales ſecare. nam fieri poteſt, vt in nõ æquales quoque ſecetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas diſpeſcere. datur enim & in non æquales diuiſio. Ex data recta Linea Quadrangulum deſcribere. poteſt ſiquidem, & non Quadrãgulum deſcri-

Aliorũ opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatũ ſymptoma quid.

deſcribi. Atque omnia quæcunque id genus ſunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò diſcipulus, Theorema à Problemate diſtinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid ſit ſymptoma, quod de ea, quæ in ipſo eſt materia prædicatur: Problema autem quo exiſtente, quid ſit. Vnde Poſidonij ſectatores Theorema quidem Propoſitionem definierunt, perquam quæritur ſit nec ne: Problema verò, Propoſitionem, in qua quæritur quid eſt, vel quale quid eſt. Et illam quidem, cōtemplantem Propoſitionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omniſque Aequicruris æquales ſunt, qui ad Baſim ſunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes ſit'ne ſuper hance rectam Lineam Triangulum conſtituere. Differe enim (dicebant ipſi) abſolutè quidem, atque indefinitè quærere ſit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineā ad Angulos rectos erigere, & quæ nam ſit ipſa Perpendicularis inſpicere. Ceterùm quòd quidem nonnulla ſit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifeſtum eſt. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris inſtitutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex ſingulis manifeſtum fiet. Siquidem ipſe quoque in fine eorum, quæ demonſtrantur adiecit, interdum quidem [quod oſtendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod oſtendendum erat] Theorematum ſit deſignatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonſtratio ſit, veruntamen quandoque quidem Demonſtratio quoq; generationis gratia, nam vt oſtendamus quòd id, quod iuſſum erat, factum eſt, Demonſtrationem aſſumimus: quandoque verò, ipſa per ſe ſe digna eſt, ſiquidem Quæſiti naturam in medium afferre poteſt. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipſiſquè alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum eſt, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta ſint.

Qũo differat Theorema à ꝓblemate iuxta Zenodori opinionem.

Definitio Theorematis, & Problematis à Poſsidonii ſectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris inſtitutio Problemata hēt, & Theoremata.

Huius rei cauſam vide ĩferius in lib. 3. in com. propoſitionis 4. & 9. atque aliis ĩ locis

Quod ſit primi libri Propoſitum. Cap. VIIII.

POſthæc autem cùm primi libri Propoſitum determinauerimus, diui-

Primi libri Propoſitū.

diuiſionemq́ue in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propoſitum itaque in hoc libro eſt, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deq́ue ipſo conſideratio, Rectilineorum eſſentia, ac cognitione præſtantior ſit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à ſenſilibusq́ue ad intellectilia Cogitationē transferre feſtinantibus magis conueniens eſt. Etenim ſenſilibus quidem rectilineæ Figuræ ſunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam ſanè quod quidem ſimplex, & vniforme, & definitum eſt, naturæ eorum, quæ ſunt competit: quod autem varium exiſtit, indefiniteq́ue continentium Laterum numero creſcit, ad ſenſilia ſpectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principaliſſimæq́ue Rectilineorum Figurę traduntur, Triangulum inquā, & Parallelogrāmum. In his enim tanquam ſub genere Elementorum quoque cauſæ continentur. Aequicrus ſcilicet, atq; Scalenum, & quæ ex his conſtituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ conſtitutæ ſunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem ſuper datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium Elementorum eſt cauſa, Ignis ſcilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum eſt. Ac demum primi libri Propoſitum toti cōuenit tractationi, ad vniuerſamq́ue mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiſcentes inſtituit in eam, quæ de rectilineis Figuris eſt ſcientiam. Prima ſiquidem ipſarum rectè inuenit principia, accurateq́ue colligauit.

Maximè primæ, & principaliſſimę Rectilineorū Figuræ Triāgulum, & Parallelogrāmum.

Triangulū ęquilaterū trium Elementorum eſt proxima cauſa, Quadrangulum verò, vnius.

Primi libri Diuiſio Cap. X.

Prima pars primi libri eiuſq; propoſitum.

DIuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesq́ue declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipſorum inſuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodq; per ſe ſe inſpicit. Triangulum nanq; vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos conſiderat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atq; inæqualitatem. Duoq́ue ſupponens, eadem rurſus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrāmorumq́ue generationes deſcribens. Itemq́ue Symptomata, quæ ſunt in ipſis demonſtrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumq́ue cōmunicationem oſtēdit,

Secūda, & eius propoſitum.

Tertia, & eius propoſitum.

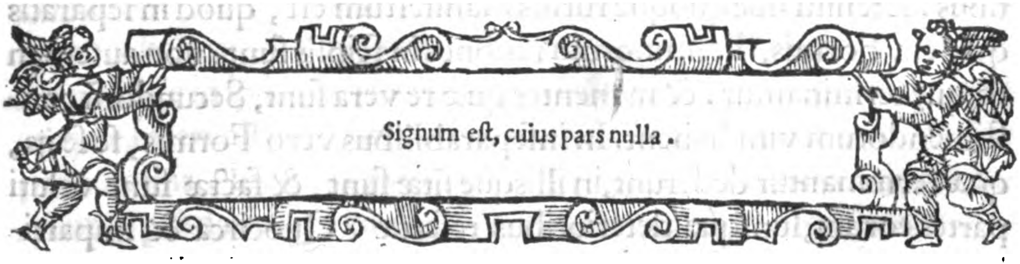
oſtendit, & in Symptomatibus, & in ĳs, quæ ad inuicem fiunt comparationibus. Etenim quæ in eiſdem, & in æqualibus ſunt Baſibus Triangula, atque Parallelogrãma ĳſdem affici paſſionibus oſtendit: & per complicationem, vtriſque in vna Baſi exiſtentibus: & quonã pacto fiat Parallelogrãmum ęquale Triangulo: ac deniq; de ĳs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus deſcribuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à ſubtendente rectum Angulum fit, ad ea, quę à comprehendentibus ipſum. Talis ſit & Diuiſio.

Quædã ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de ſingulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi ſunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Caſus, & ſiquid aliud id genus eſt, quæcunque ab ĳs, qui nos anteceſſerunt diuulgata fuere. Nam horum quidem ſatietate ſumus affecti, & ipſa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuerſamqúe ſpectant Philoſophiam, horum præcipuam faciemus cõmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] oſtendentibus quòd vtique oportet eam ſectari Philoſophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum aſcendit, Animamqúe tollit in altum: non autem in ſenſilibus eam permanere ſinit, & contubernalem mortalibus explere vſum, huicqúe conſulentem, quę hinc fit euectionem negligere.

Pythagoreorum Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum eſt, cuius pars nulla.

Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compoſitioribus ad ſimpliciora fit tranſitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimenſionibus diſtat, ad Superficiẽ, quæ hoc terminat: à ſuperficie aũt ad huius Terminũ Lineam: à Linea verò ad Signũ ab omni dimenſione immune, ſępenumero dictum fuit, & omnino manifeſtum eſt. Quoniam autem iſti Termini in compluribus quidem locis propter

Cõment. primum.

Geometra ꝓgreditur à cõpoſitioribus ad ſimpliciora.

Qõ vbi nã Termini Terminatis pręcellãt, & vbi Terminata, Terminis.

In immaterialibus rebus ſimpliciora p̃cellunt cõpoſitioribus.

Termini ĩmateriales pręcellunt Terminatis ĩmaterialibus.

Ratio.

In materialibus rebus cõpoſitiora ſimplicioribus pręcellũt.

Terminata materialia pręcellũt Terminis materialibus.

Ratio.

ſimplicitatem, natura compoſitorum præſtantiores eſſe videntur: in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipſis terminantur habeant exiſtentiam, accidentibus ſimiles ſunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ ſunt generibus inſpiciatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quę materiæ ſunt expertia, & in ſeparatis ſubſiſtunt rationibus, formisqúe ipſis, quæ ſunt ſub ſe ſe collocatę, ſemper prius ſortita ſunt ſimpliciorum ſubſiſtentiam principaliorem, compoſitiorum ſubſiſtentia. Proptereaqúe & in Mente, & in Ornatibus tũ medijs, tũ ijs, qui Animæ ſunt, & in Naturis ipſis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta eſſentiam pręcellunt: & quàm ipſa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij ſunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio ſuſcipit perfectius eſt. Quæ verò materiæ egent, & in alijs conſiſtunt, & à ſua degenerant eſſentia, & circa ſubiecta ſparguntur, vnionemqúe habent aſcititiam; compoſitiores ſortita ſunt rationes prius quàm ſimpliciores. Et propterea quæ in Phantaſia, & earum, quæ ſub Phantaſiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæqúe in ſenſilibus ſunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis diſtat dimenſionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel ſenſu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progreſſa lateat, Linea ipſam præaſſumpſit, determinauitqúe ipſi aduenieus. & Signum ſimiliter Lineam: compoſitis propter ſimplicia ſubſiſtentibus. Etenim hoc quoque rurſus manifeſtum eſt, quòd in ſeparatis quidem Formis, Terminorum rationes in ſeipſis ſunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera ſunt, Secundorũ conſtituendorum vim habent. In inſeparabilibus verò Formis, ſe ſe ijs, quæ terminantur dederunt, in illisqúe ſitæ ſunt, & factæ ſunt veluti partes eorum, ſuntqúe deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili eſſentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita ſunt. Suamqúe ſimplicitatem, atque puritatem non amplius Termini cuſtodire poſſunt. Cùm enim in alio conſiſtant, naturam ſuam in ſubiecti materiam immutarunt. Materia ſiquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obſcurans dimenſionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, ſimulqúe

Cõfirmatio eorum quæ dicta ſunt.

diſtra-

diſtrahitur cum ijs,quæ ab ipſo terminantur. Cunctis enim hiſce rationibus in materiam delapſis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in ſenſilem, ſubiectis refertæ ſunt. à ſuaqúe ſimplicitate in alienas compoſitiones, atque Interualla diſceſſerunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter,& ſine vlla dimenſione exiſtētibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita ſunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam eſt, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum ſortitę ſint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes ſunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas ſuas habent potentias,aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ ſunt, aliæ autem Infinitati? Etſi enim hiſce duobus principijs omnes participant, verūtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ ſunt, eiusqúe magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorſus eſt impartibile,ſiquidem iuxta quoque Finem ſubſiſtit. Habet autem vim infinitam latēter,qua etiam omnia producit Interualla. Progreſſusqúe omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis eſt particeps. Quapropter ex eorum quoque numero eſt, quæ aliunde terminantur, iuxtaqúe omnes dimenſiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media ſunt,ſecundū Extremorū diſtātiā, aut ex eorū ſunt numero,quę Fine abundant: aut ex eorum,quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant,& terminantur. Siquidem quatenus ex Fine conſtant, alia terminare poſſunt,quatenus autem Infinitate participant,indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus ſit, in participatione propriam conſeruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipſo terminantur adeſſe cogatur, infinitè in ipſis eſt. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea,quæ Interuallis diſtant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit cauſa, & ferax vniuerſorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia exiſtens. Vtqúe paucis rem complectar, formæ, quæ propter ſimplicitatem, atque impartibilitatē in principijs ſuperiorē tenent locū, in participationibus ſeruant quidē (vt natura eis cōparatum eſt) ſuam proprietatem, deteriores tamen cōpoſitioribus factę rationibus. Materia nanq;, harū clarius poteſt fieri particeps, ad hasqúe potius quàm ad ſimplicisſimas eorum,quæ ſunt cauſas ſuſcipiendas præparari. Qua propter ſe-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarū īmaterialium ordo

Reſpōdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum veſtigia deſcendunt in ipſam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis cauſæ eſt particeps, quàm Plani. huiusq́ue magis, quàm formæ ipſius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręeſt, omniaq́ue partibilia vnit, ac continet, eorumq́ue progreſſus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini ſunt, Signum verò, omnium.

Digreſſio

Stoicorũ opinio, ipſiusq; oppugnatio.

Quòd autem non opinandum eſt huiuſcemodi Terminos (Corporum inquã) ſola excogitatione ſubſiſtere, quemadmodum Stoici cenſuerunt: verùm eſſe quaſdam huiuſcemodi naturas in ijs, quæ ſunt, ipſorumq́ue rationes opificas præ ſe ferre, in memoriam quidem redigiſſemus ſi ad totum inſpexiſſemus Mundum, & eas, quæ in ipſo fiunt conuolutiones, conuolutionumq́ue Centra, nec non ad Axes per tota ipſa penetrantes.

Cẽtra q̃d faciant.

Centra nanque actu ſubſiſtunt, ſiquidem Sphæras continent, in ſtatuq́ue ſuo conſeruant, & ipſarũ Interualla vniunt, & potentias in ipſis exiſtentes conſtringunt, ad ſeſeq́ue conſtabiliunt.

Axes.

Axes autẽ ipſas euoluunt, atque circũducunt, & circa ſe ſe reuoluunt ipſi immobiliter ſiti.

Poli.

Quin etiam Poli Sphęrarum & ipſos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in ſe ſe conſtringentes, quopacto perſpicuè non oſtendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis diſtant omnium perfectrices, & vnionis, atq; inceſſabilis motus præbitrices?

Pla. in 10. de Rep.

Vnde ſanè Plato quoque Adamantinam eſſe dicit ipſorum ſubſiſtentiam, immutabilem ipſorum eſſentiæ vim, & æternam, & ſtabilem, quæq́ue eodem ſemper modo ſe ſe habet, oſtendens. Fuſumq́ue ait totum circa ipſa verti, & circa ipſorum vnionem circũſilire. Aliæ autem magis reconditę, abſtruſæq́ue orationes Opificem quoq; Mundo aiunt aſſiſtere Polis inſidentem, ſuoq́ue diuino Amore Vniuerſum ad ſe ſe conuertentem.

Pythagorei qua de cauſa Polum Rheę Sigillũ appellabãt.

Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appallandum eſſe cenſebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisq́ue vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemq́ue vim per hæc in vniuerſum effundit.

Cur centrũ Iouis carcerem.

Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam cuſtodiam Iuppiter in ſinu Mundi poſuiſſet, in Medio ipſam firmiter collocauit. Centro ſiquidẽ manente Vniuerſum quoque immobilem ſuum habet ornatum, & aſſiduam conuolutionem: manentq́ue omnia ſuum cuſtodientia ordinem immutabilem:

Dij Polorum.

& qui Polis aſſiſtunt Dij, diuiſorum collectricem, multiplicatorumq́ue vnitricem adepti ſunt potentiam: quiq́ue

Axes

Axes ſortiti ſunt, conuolutiones coercent, æterneq́ue euoluunt. Et ſi fas eſt noſtram in medium afferre ſententiam, Cētra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ ſunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compoſitionem affingentes. Axes verò, vniuerſorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasq́ue ipſi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphęrę autem ipſæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines ſunt, principium fini copulãtes, & omnibus Figuris ſimplicitate, & ſimilitudine, & perfectione præſtantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt oſtenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo ſunt Terminorum vim, quòdq́ue iſti, quatenus primarum, & maximè principalium cauſarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerſo ſortiti ſunt ordinem. Non enim eiuſmodi Termini ſunt Centra, & Poli, cuiuſmodi eorum, quæ terminantur: ſed actu ſubſiſtunt, habentq́ue exiſtentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ĳs, quæ terminantur imperfectè ſubſiſtunt inſpicientes, exilem eorum ſubſiſtentiam eſſe exiſtimant, & alĳ quidem dicunt ſola excogitatione à ſenſilibus ipſos ſeparari, alĳ verò nullibi etiam, niſi in noſtris excogitationibus eſſentiam habere. Quoniam autem ſunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, conſiderabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipſis exiſtentem, in eorum etiam, quæ ſunt generibus ſubſiſtant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt; verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes ſecundum vnicam formam ſubſiſtant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter exiſtit. Omnes verò in Animis, ſed iuxta Lineæ formam. Vnde ſanè Timęus quoque ex rectis, circularibusq́ue Lineis Animam conſtituit. Quilibet nanq; Circulorum Linea tantum eſt. Omnes autẽ in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum conſtituendorum vim habentes, per Plana manifeſtari iubebat. Corporumq́ue in Plana reſolutio ad proximam eorum, quæ apparent cauſam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. ſiquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipſis ſubſiſtunt. Omnes igitur vbique, & vnaquęq; iuxta proprium ordinem apparent: diuerſitasq́ue à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile exiſtit, quodq́ue partibile eſt cùm ſimplicitate præſtet iuxta hancce eorũ, quæ ſunt diminutionẽ,

Dii Axiũ.

Propria opinio.

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, ſecũda Ariſto.

Qũo iſti Termini ſubſiſtant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tãtum eſt.

Pla. in Timęo, vide etiã Ariſt. ĩ tertio de Cœlo.

hoc quoque eximiam partibilium ſibi vendicauit ſubſiſtentiam. & interdum quidem penitus ipſa ſuperat ſecundũ cauſæ excellentiam, interdum verò ipſis connexum eſt, interdum autem aduentitiam in ipſis ſortitum eſt exiſtentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam abſumit impartibilitatem. Quemadmodũ igitur Vnitas alia quidem eſt Numerorum genitrix, alia verò vt ſubſtrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita ſanè Signum quoque partim quidem eſt Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem cauſam. Nunquid ergo Signum ſolum impartibile ſit? an etiã Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autẽ Philoſopho quidem de omnibus, quę ſunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; ſub diſtributionem cadentia conuenit inſpicere, omnesqúe partium primarias ſubſiſtentias: particularium verò ſcientia prædito à quibuſdam definitis principijs contemplationem producenti, & vſque ad illa recurrenti, progreſſus autẽ eorum, quæ ſunt minimè ſcrutanti, hanc ſolam impartibilem naturam, quæ ad eius ſpectat prima principia, aggredi, conſiderare, & tradere: hancqúe intueri ſimplicitatem, quæ præeſt omnibus ijs, quæ ſub cognitionem ipſi cadunt? Solum igitur Signũ iuxta Geometricã materiam partitionis eſt expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta ſit, in præſenti tamen ſcientia perfecta eſt. Siquidẽ Medicus quoque corporum Elementa eſſe ait Ignẽ, atque Aquam, hisqúe ſimilia. & ipſorum reſolutio adhæc vſque progreditur. At Naturalis Philoſophus ad alia, quæ his ſimpliciora ſunt tranſit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad ſenſum, hic verò, ſimplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam ſcientiam. Neque igitur Signi definitionem peccaſſe putauerimus, neque imperfectam ipſam eſſe poſuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusqúe principia ſufficienter tradita eſt. hoc ſiquidem ipſi tantùm deeſt, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum eſt. meumqúe principium, & ſimpliciſſimũ nil aliud eſt, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiũ negatione principium nobis declarauit ad totius ſibi ſubiectæ naturæ conſiderationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamqúe cauſam ſolis negationibus tradidit. Omne ſiquidem principium diuerſa ab eis, quæ ſcatent à principio conſtat eſſentia: & horum negationes illius nobis patefa-

Dupliciter vnitas cõſideratur.

Dupliciter Signũ cõſiderat.

Dubitatio

Solutio.

Solum Signũ i Geometria partiũ expers eſt, & ſola vnitas in Arithmetica.

Finis Digreſſionis

Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.

Parmenides.

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem eſt cauſa, nihil autẽ horum eſt, quorum eſt cauſa, huiuſcemodi doctrina perſpicuum fit. Fortè autẽ quiſpiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantaſia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipſa inſpicit? non enim quia rationes in Cogitatione exiſtentes, ſed Intelligentiũ, diuinarumqúe Formarum Simulachra Phantaſia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & ſub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quã ſanè ambiguitatem dicamus, quòd imaginarij motus ſpecies neque partibilis tantùm eſt, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod eſt Forma expreſſum. Nã ſi partibilis eſſet tantùm, non vtique plures Formarum in ſeſe cuſtodire poſſet impreſſiones, ſubeuntibus præexiſtentes obſcurantibus. Siquidem nullum Corpus ſimul, & ſecundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per ſecundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta ſpectãte nõ eſſet inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipſam neceſſe eſt incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincqúe † conſatam, conſperſamúe promere Formam cuiuslibet eorum, quæ ſub cognitionem cadunt, ad ipſam penetrantium: deſinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quòd ſi huiuſcemodi naturam ſortita eſt, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipſa. & iuxta illam, Signum præcipuè eſſentiam habere dicendum. Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipſa eſt. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem poſitionem habentem, conſiderandum quid nam ſibi velint. Quòd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisqúe puri, quàm Magnitudines ſint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio ſimplicius ſit, cuilibet manifeſtum eſt. At cùm dicant Vnitatem quidem poſitionẽ habentem, Signum eſſe, oſtendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione ſubſiſtunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus eſt in qualibet Anima, & non plures: Figuraqúe carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantaſia palàm ſe ſe offert, & tanquam in loco exiſtit, & materiale eſt, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque poſitionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omniqúe Interuallo, ac loco immunis. Ha-

Dubitatio

Solutio.

Fundamẽtum.

Primũ argumentũ.

Secũdũ argumentũ.

Cõcluſio.

† Cõuolutã promere &c.

Phantaſię duplex vis.

Definitio Signi ſecũdũ Pythagoreos, & eius expoſitio.

Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt.

Intellectilis materia.

bet autem poſitionem Signum, quatenus in Phantaſię gremijs apparet, materialeq́ue exiſtit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto ſimplicior eſt. Siquidem iuxta poſitionem Punctum Vnitatem ſuperauit: appoſitiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appoſitiones ipſas recipiunt.

Definitio ſecunda.

TEXTVS

Linea autem, Longitudo ſine Latitudine.

Cōm. ſecundum.

Linea ſecundum obtinet locum quatenus longè primum, & ſimpliciſſimum eſt Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea reſpectu Superficiei, principij habet rationē. Nam Signum quidem vtpote Magnitudinum omnium principiū ſola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. eſt ſiquidem Lōgitudo, hacq́ue Signi impartibilitatē excedit. ſine Latitudine tamen, quippe quæ à cęteris ſeiuncta eſt Dimenſionibus. Nam omne porrò, quod eſt Latitudinis expers, idem etiam Craſſitudine caret, non autem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Craſſitiem quoq; ſimul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non craſſa quoq;, tanquam quod conſequatur notionem eius, quod ſine Latitudine eſt. Definiūt autem ipſam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc quidem definitio perfecta eſt, Lineæ eſſentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à cauſa producente, ipſam manifeſtare videtur: & non omnem Lineam, ſed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile exiſtens, quod tamen partibilibus exiſtētiæ eſt cauſa. Fluxus autem progreſſum oſtendit, fœcundamq́ue vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumq́ue detrimentum accipientem, eandem quidem ſemper manentem, cunctis autem Partibilibus eſſentiam præbentem. Cęterum hęc quidem cuilibet nota, manifeſtaq́ue ſunt. At nobis metipſis magis Pythagoricos ſermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correſpondentia ponunt. quæ tamē vt ea, quæ cum Interuallo

Aliæ Lineæ definitiones.

Digreſſio

teruallo ſunt ſuſcipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam, Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, ſolidum Corpus. Vnde etiam Ariſtoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati aſſimilari: quæ autem poſt Signum ſunt, ſubſiſtere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancqúe ſeruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodqꝫ ſui proximi ſuperioris, & eundem ad propinquum, adqúe ſequens habere gradum, quem illud ad ipſum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancqúe Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem eſſe Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterqꝫ igitur ordo rationem habet. Principalior autem eſt Pythagoreorū ordo, qui deſuper ſumpſit initium, & eorum, quæ ſunt naturam conſequitur. nam Signum quidem duplex eſt, vel enim per ſe ſe eſt, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus ſit ſolum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, ſupremam eorum, quæ ſunt imitatur naturam, Quapropter Vnitati quoque proportione reſpondere poſitum fuit. Vnitas ſiquidem ibi primùm, vbi paterna eſt Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem ſit, eò quòd vnico diſtat Interuallo, Dyadicaqúe propter progreſſum: ſi .n. infinita ſit, indefiniti Binarij eſt particeps, ſi autem finita, duobus ei opus eſt Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemqúe illum ſortita eſt. Quæ etiam porrecta eſt Vnitas, & duo gignit. hæc enim progreſſum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico diſtat Interuallo: Binarijqúe materiam. Superficies autem, Ternarius cùm ſit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamqúe formam, atque ſpeciem ſuſceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ ſunt terminanti, primûm: Binario verò ipſam diuidenti, quodāmodo ſimilis eſt. Solidum verò cùm tripliciter diſtet, per Quaternariumqúe Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem diſtinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet diſtinctio, necnon vniuerſorū in tres partes diuiſio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc eſt genitrice, atqꝫ feminea. At hęc quidem fuſius pertractari poſſunt. Lineam autem rurſus ſecūdam exiſtentem, iuxtaqúe primam ab impartibili natura motionem conſtitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque ſermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Ariſt. primo de cęlo tex. 2.

Exēplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei Lineā Diadicam appellabāt. Parmenides.

†hoc nāq;

Finis Digresſionis Notio Lineæ iuxta Apollonium.

Pulcherrimus Lineę ſenſus.

poſt Vnitatem,& Linea poſt Binarium,Superficiesqúe poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd ſi Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum,& Binarius ante Lineam, Vnitasqúe ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit,quæ multitudinem gignit,Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque ſectatores dicentes,quòd Lineæ quidē notionem habemus,quando Longitudines tantùm, aut viarum,aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Craſsitiemqúe ſubiungimus: ſed vnicam dūtaxat conſideramus diſtantiam. Quemadmodum ſanè,cùm etiam campos metimur,Superficiem cernimus. cùm autem Puteos,Solidum. omnes .n. diſtantias ſimul colligentes, tantùm eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtique,ſi diuiſiones locorū lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam,quę ſuper Terram eſt. hoc nāque medium,iuxta Latitudinem quidem,nullam habet diſtantiam: Longitudinem autem habet,quę vnà cùm Lumine,& Vmbra extenditur.

Definitio tertia.

TEXTVS

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cōm. 3.

Intolerabilis Binarii audacia

Digresſio

OMne cōpoſitum à ſimplici,& omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumqúe imagines in Mathematicis principijs palàm ſe ſe offerunt. Cùm .n. Lineam à Signis terminari dicat,manifeſtè videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quę propter proprium progreſſum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur,ſuamqúe intolerabilem audaciam ſub Terminū, Finemqúe redigit, cùm ab illa coerceatur: ita ſanè Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur. Cùm .n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa,quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiū expers Signi Ratio,progreſſa autem illinc ipſa longè prima cum Interuallo ſeipſam

conſti-

conſtituendo, & mouens ſe ſe, & fluens in infinitum, indefinitumq́ue Binarium imitans, à proprio quidẽ coercetur principio, ab eodemq́ue vnitur, atqꝫ vndequaqꝫ corripitur. Infinita ergo, finitaq́ue ſimul exiſtit. iuxta quidem ſui progreſſum, infinita: iuxta verò terminatricis cauſæ participationẽ, finita. Cùm .n. ipſi aduenerit, illius cõprehenſione retinetur, terminaturq́ue iuxta illius vnionem. Vnde porrò in Imaginibus quoque Signa finem, atqꝫ principium Lineę occupando, ipſam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato ſeparatus eſt, hìc verò duplex. in ipſo enim Terminato ſubſiſtit. Et hoc afferret vtique mirabile indicium, Formas in ſe ſe quidem manentes ea, quę ipſis participant, iuxta cauſam pręcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem ſubſiſtere. Siquidem vnà cum ipſis multiplicantur, & partiuntur, ſubiectorumq́ue diuiſionem recipiunt. Pręterea hoc quoqꝫ de Linea præaccipiendum eſt, quòd ipſa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum ęquilaterum conſtituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis ęquales ſint, Triangulũ conſtruere. in Problematis .n. Conſtructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraqꝫ parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datã rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non ſit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipſum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque ſcitu dignum cùm ſit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta ſunt? & cuius Lineæ? ſiquidem neqꝫ infinitæ, neqꝫ cuiuslibet finitæ? Nam eſt quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis eſt, quæ in ſe ſe coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta: talis etiam Clypei eſt Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea eſt? accipiemus .n. quandam circunferentiã, quæ à Signis terminatur, Lineæq́ue Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypeiq́ue Linea quandam etiã aliam ſibi aſſumpſit proprietatem, per quam non ſolùm Linea eſt, verùm etiam Figuræ perficiẽdæ vim habens. Ipſæ ergo Lineæ quidem vtraſque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in ſe ſe coeunt. quòd ſi deſcribi quoqꝫ eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis terminantur. Si verò deſcriptas iam acceperis, finemq́ue principio con-

Finis digreſſionis

Notãdũ

Prima propoſitio primi Elemẽtorũ.

Vigeſima ſecunda ꝓpoſitio eiuſdem.

Duodecima propoſitio eiuſdem.

Tripliciter Linea à Geometra cõſideratur.

Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipſarum Extrema poteris inſpicere.

Definitio quarta.

TEXTVS

Recta Linea eſt, quę ex æquo inter ſua Signa ſita eſt.

Cõm. 4. Diuiſio Lineæ ſecundum Plat. & Ariſt.

Pla. in Parmenide.

Ariſt. 1. de cœlo t. 5.

Dubitatio Xenocratis.

Apollonius in libro de Cochlea.

PLato quidem Lineæ duas ſimplicisſimas, præcipuasqúe ponens ſpecies, Rectam vtiqꝫ, & Circularem, reliquas omnes per miſtionem ex his conſtituit, quæcunqꝫ Tortuoſæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ ſunt, aliæ verò circa Solida ſubſiſtunt: & quęcunque per Solidorum ſectiones producuntur curuarum Linearum ſpecies. Et videtur Signum quidem (ſi fas eſt dicere) Vnius, iuxta Platonis ſententiam, afferre imaginẽ. hoc nanque nullam habet partẽ, quemadmodũ ille quoque in Parmenide oſtendit. Quoniam autẽ poſt Vnũ, tres ſunt ſubſtantiæ, Finis, Infinitũ, & Miſtum, per haſce Linearũ, & Angulorum, & Figurarũ ſpecies in rerũ natura producuntur. & Fini quidẽ Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphęra in Solidis proportione reſpondent: Infinitati verò, Rectũ iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cõpetit, ſi in vnoquoqꝫ ſpectetur. Miſtum autẽ, quod in his omnibus eſt, Miſto illic exiſtenti. Lineæ nanque miſtæ ſunt, vt circunuolutæ, implexæqúe Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræqúe Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, vt Coni, atqꝫ Cylindri, cæteræqúe id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Miſtum in his omnibus eſt. Quinetiam Ariſtoteles Platoni aſtipulatur. Omnis ſiquidem (inquit) Lineæ ſpecies vel Recta eſt, vel Circularis, vel ex his Miſta. Vnde & Motus tres ſunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Miſtus. Ambigunt autem quidam aduerſus hanc diuiſionem, & dicunt non eſſe duas tantũmodo ſimplices Lineas, verùm quandã quoque tertiã dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrũ deſcribitur, quando, dũ recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiẽ, Signum in ipſa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc eſt implexa, circunuolutaqúe Linea, quæ omnes ſui partes omnibus ſecundũ partium ſimilitudinẽ adaptat, vt oſtendit Apollonius in libro de Cochlea. quę quidẽ pasſio ex omnibus Helicibus ipſi ſoli cõpetit. Planę nanqꝫ Helicis partes inter ſe diſſimiles ſunt. necnõ eius, quæ circa Conũ, & eius, quæ circa Sphæram deſcribitur. Sola

aũt

autem Cylindrica eodem ſanè modo ſimilium partium eſt,quo etiam Recta,circularisq́ue Linea.Nunquid itaque ſimplices Lineę tres ſint, & non duæ tantùm? cui dubitationi occurremus dicentes, ſimilium quidē partium eſſe huiuſcemodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoq; docuit, ſimplicem autem minimè. non .n. idem eſſe quod ſimilium partium eſt,& quod ſimplex. ſiquidem eorum etiā, quæ natura conſtant, ſimilium quidem partium ſunt Aurum,& Argentum, ſimplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Miſtionē ex ſimplicibus,ipſam quoq; Generationem manifeſtare.Oritur.n.dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipſa recta Linea fertur.Duo igitur motus ſimplices ipſam cōſtituerunt. Quamobrē ex numero Miſtarum eſt Linearum, non autem ſimplicium. Quod .n. ex diſsimilibus eſt conſtitutum, Simplex non eſt: ſed Miſtum. Recteq́ue Geminus cùm ex pluribus quidem motibus,ſimplicium quoque Linearū aliquam produci conceſsiſſet, non equidem omnem etiā talem Miſtam eſſe conceſsit: verū illam, quæ ex diſsimilibus oritur motibus. ſi .n. Quadrangulum, duosq́ue motus,qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta exiſtens Linea,non obid tamen Linea recta mixta eſt.Nulla.n. alia ipſam præcedit Linea, quæ ſit per ſimplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verùm nec ſi quis in Angulo recto rectam ſubduci Lineam excogitauerit, bipartitaq́ue ſectione Circulum deſcribere,propter hoc Linea circularis Miſtione producta eſt. eius .n. quæ hoc modò mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectā deſcribunt: bipartita verò ſectio cùm inęqualiter deuoluatur,circulum deſignat: reliqua autem Signa, deſcribunt Ellipſim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit ſectione inæqualitatem conſecuta eſt circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam,non autem ſecundum naturam moueri ſuppoſitum fuit. At hæc quidē de his ſint ſatis. Videbitur autē vtriſque Lineis ſimplicibus exiſtentibus (Recta inquā,& Circulari) Recta vtique ſimplicior eſſe. in hac .n. ne opinione quidē diſsimilitudo excogitari poteſt. in Circulari verò,Concauum, & Conuexum diſſimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā ſecundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen reſpectum ad centrum, ſecum affert. Quid autem ſiquis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad conſtitutionem indigere? ſi enim rectę Lineę terminatę vtriuſuis qui-

dem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio deſcribet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum erit.

Solutio.

An id, quod Circulum deſcribit, Signum eſt, quod circa manens fertur, non recta Linea? diſtantiam enim duntaxat ipſa determinat; Circularẽ verò Lineam Signũ conſtituit dum circulariter mouetur. De his autem ſatis.

Digreſſio

Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima eſſe videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ ſunt. finita ſi quidem eſt, ſolaqúe ex ſimplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã ceſſat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta ſunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne miſtum Linearum genus conſtitutum eſt, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis conſiſtunt corporibus. Et propter hanc cauſam Anima quoq; Rectum, & Circulare ſecundum eſſentiam in ſe pręaſſumpſit, vt omnem, quæ in Mundo eſt Infiniti coordinationem, omnemqúe Finis moderetur naturam. Recto quidem progreſſum, Circulari verò regreſſum ipſorum conſtituens. atque illo quidem in multitudinem ipſa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ ſolùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, hasqúe potentias ipſi tradidit, vtraſque primarias in ſeſe habet cauſas. cùm enim omnium eorum, quæ ſunt, principiũ, Media, fineſqúe præaſſumpſiſſet, rectas Lineas terminat ſecundum naturam circũiens, inquit Plato.

Pla. in Timęo.

ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad ſeſeqúe reuerſus eſt, manens in ſuo quodãmodo more, ait Timæus.

Timæus.

Linea recta cuius ſit Nota.

Nota autẽ eſt Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusqúe aſſiſtentis prouidentiæ.

Circunferētia cuius Nota ſit.

Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in ſeſe coit actionis, quæqúe ad ſe ſe conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur.

Duę, quæ ī Deo sūt Vnitates.

Cùm itaque duo hęc principia Rectum ſcilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in ſeipſo prępoſuiſſet, duas à ſe ſe produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumqúe eſſentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, ſenſilibusqúe ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, ſenſiliaqúe ſortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò ſenſilibus præeſt, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ ſunt ſimilitudine, dicta ſufficiant.

Finis Digreſſionis

Ponderat definitionem Euclidis.

At rectè Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam poſuimus: per quam oſtendit ſolam rectam Lineam ei, quod inter ſua ſitum eſt Signa

gna æquale occupare ſpatium. quanta .n. eſt alterius Signorum ab altero diſtãtia, tanta eſt rectę, quæ ab ipſis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc eſt ex æquali inter ſua collocari Signa. Quòd ſi in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa ſumpſeris, quod inter hæc includitur Lineæ ſpatium, ipſorum diſtantiã ſuperat: omniſqúe Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam neceſſarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à neceſſario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam ſic definit. Linea recta eſt, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum poſita ſunt pati neceſſe eſt: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio ſita ſunt Interuallo, haud neceſſariũ eſt vt hoc patiantur. Quapropter Aſtrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipſe, & Luna, noſterqúe oculus in vna fuerint recta Linea. tunc .n. à Luna media inter nos, atq; ipſum exiſtente obumbrari. Et forſan rectæ Lineæ paſſio oſtenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ ſunt, iuxta proceſſus, qui à cauſis emanãt, Media quidem Extremorũ diſtantiam, adinuicemqúe cõmunicationem, diuidendi vim habent. quẽadmodum ſanè iuxta regreſſus, quæ etiã ab ipſis diſtant ad primarias conuertuntur cauſas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eoſdem. Cùm .n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter ſua collocata ſit Signa, hac de cauſa eoſdẽ Terminos habentium minima eſt. ſi .n. quędã fuerit minor, non ex æquo inter ſua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in eaſdẽ recidunt ſententias. Exẽpli gratia, quòd in ſuis conſtituta eſt extremitatibus. & quòd nõ eſt pars quidẽ ipſius in ſubiecto Plano; pars verò, in ſublimiori. & ꝙ omnes eius partes omnibus ſimiliter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipſa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ ſit ſibi ſpecie ſimilis Figurã non perficit. hæc .n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd ſimplex eſt, & vnum habet breuiſſimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progreſſum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta ſint. Diuidit autem rurſus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompoſitam, & Compoſitam. vocat autem Cõpoſitam, refractam, Angulumqúe efficientẽ: reliquas verò ipſarum omnes, Incompoſitas. Deinde Compoſitã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeiqúe Lineam, quæqúe Hæderę ſimilis eſt: non facere autẽ Rectanguli, Obtuſanguliqúe Coni ſectionem, Con-

Definitio rectę Lineæ ſecundum Pla.

Pulchra ď rectæ Lineę paſſione in iis, quæ ſunt, cõtẽplatio

Defõ rectæ Lineæ ſecundum Archime.

Multę rectæ Lineę defões.

Alia Lineę diuiſio ſecũdũ Geminum

chæ

chæ ſimilem, Rectam, id genus omnes. Rurſusqúe alio modo Incōpoſitæ Lineæ aliam quidem ſimplicem eſſe, aliam verò miſtam. Et ſimplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam eſſe, vt Rectam. Miſtę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis eſſe. Et eius, quæ in Planis eſt, aliam quidē in ſe ſe coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Ciſſoides vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis eſt, aliā quidem in Solidorum ſectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipſa conſiſtere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū deſcribitur, circa Solida conſiſtere: Conicas verò, vel Spiricas ſectiones à tali Solidorū gigni ſectione. Iſtas autē ſectiones alias quidē à Menęchmo, Conicas ſcilicet, excogitatas fuiſſe, quod etiam Eratoſthenes referens ait.

Eratoſthenis Pentametrum.

Neque Mænechmos in Cono ſecare Ternarios.

Alias verò à Perſeo, qui Epigramma quoque in earum inuentione compoſuit, dicens.

Perſei Epigrāma.

Tres Lineas in quinq; ſectionibus ſpiricas cùm inueniſſet
Perſeus, harum cauſa Dijs ſacrificauit.

Conicæ ſectiones

Spiricæ ſectiones

Quæ quidem tres Conorū ſectiones ſunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipſis. Spiricarum autē ſectionum alia quidē implicata, inuolutaqúe eſt, equinę ſimilis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga exiſtens medium quidem ſpatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem miſtionum multitudo infinita eſt. Solidarū nanque Figurarum innumera eſt multitudo, multiformesqúe ipſarum conſtituuntur ſectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipſæ. Multifariè igitur ſi ſecentur hæc Solida, varias Linearum oſtendunt ſpecies. Earum demum, quæ circa Solida conſiſtunt Linearū, aliæ quidem ſimilium partiū ſunt, vt quæ circa Cylindrum ſunt Helices: aliæ verò diſsimiliū partium, quemadmodū cęteræ omnes.

Treſ ſolæ ſunt Lineę partium ſimilium

Theorema Gemini.

Ex his itaque diuiſionibus colligitur quòd tres Solæ ſunt Lineæ partium ſimilium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano ſimplices, vna verò miſta circa Solidum. Idqúe euidenter Geminus demonſtrat, cùm inſuper demonſtraſſet, quòd ſi ad ſimilium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipſa Angulos facientes, æquales ſunt. Ex eiuſque voluminibus horum demonſtrationes ſtudioſis capeſſendæ ſunt. ſiquidem ortus quoque ſpiricarum, & conchoidum,

Hæderę

Hęderęqúe ſimilium Linearum tradit. Nos verò ipſarum quidē cognomina, diuiſioneſqúe cōmemorauimus, ad ipſarum inquiſitionem ingenioſos excitantes. Ad ſingularum autem inueſtigationem rationes diligenter perquirere, ſuperuacaneū in præſenti eſſe arbitramur. cùm Geometra ſimplices, primariaſqúe duntaxat Lineas hîc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præſenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, eſſe Circunferentiam. Miſtę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit miſtos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas miſtas, Segmēta .ſ. atq; Sectores: Solidaſqúe, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuſcuiuſq; tradidit ſpecies. Linearum autē, duas tantum, ideſt Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus eſſe in ſermonibus, qui de ſimplicibus habentur, ſimplices aſſumere ſpecies. reliqua .n. omnia, Lineis compoſitiora ſunt. Quamobrem nos quoq; Geometram ſequentes in ſimplicibus Lineis ipſarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ort⁹ Spiricarū, et Cōchoidū, & Hæderę ſimiliū Linearum.

Cur Euclides duas tātùm Lineæ ſpēs tradiderit

TEXTVS

Superficies aūt eſt, quę Lōgitudinem, & Latitudinē tātùm habet.

Definitio quinta.

POſt Signum, & Lineā Superficies collocata eſt, quæ duplici diſtat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Craſſitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimenſione diſtante ſimpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātùm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in ſuperficie non exiſtente. hæcqúe negationi Craſſitudinis æquipollet, vt hîc quoq; Superficiei ad Solidum cōparatæ iuxta ſimplicitatem præſtantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione oſtendat: diminutionem verò, quam habet ſi ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipſis. Alij autem Corporis Terminum ipſam definiuerunt, idē propemodum dicentes. ſiquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna ſuperatur diſtantia. Alij verò, magnitudinem binis diſtantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant aſſignationem, idem declarantes. Superficiei autē cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumqúe extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem diſtinguimus: ſenſum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit de Linea ſuperius in cōmento 2.

re,vmbras inſpicientes. cùm .n. ipſæ ſine Craſsitudine ſint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt, Latitudinem tantùm,atque Longitudinem habent. Qua de cā Pythagorei Ternario Supficiem aſsimilari dicebant. Pythagorei autē Ternario ipſam aſsimilari dicebant. Quoniā ſanè omnibus, quæ in ipſa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa. Circulus .n. qui Orbicularium principiū eſt,latenter Ternarium habet,Centro,Interuallo,atq; Circunferentia. Triangulū autem cùm omnium Rectilineorū principatum teneat,vndequaque manifeſtum eſt, quòd Ternario clauditur,& iuxta illum Formam ſuſcepit.

Definitio ſexta.

TEXTVS

Superficiei verò Extrema, ſunt Lineæ.

Cōm. 6. Digreſsio

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū eſt, quòd omne proximum quolibet eorū,quæ ſunt ſimplicius, Terminū cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationē perficit, atque determinat: & Natura,Corporū Motionem: & ante hæc Mens, Animę conuolutiones metitur: ipſiusquè Mentis vitam, Vnū. Vnū hic, pro Deo. illud .n. mēſura omniū eſt. Quēadmodum ſanè in his quoque Solidū quidem à Superficie, Superficies aūt à Linea,Lineaquè à Signo terminatur. illud ſiquidem,Terminus omniū eſt. In Formis igitur immaterialibus, rationibusquè impartibilibus Linea vniformis exiſtēs, in Superficiei progreſſu variū motum terminat,ac coërcet, ipſiusquè proximè vnit infinitatē. In imaginibus aūt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminū ipſi præbet. Dubitatio Siquis autē hîc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema ſint. Sphęræ nanq; Superficies,terminata quidem eſt,non autē à Lineis, ſed à ſe ſe. Solutio. Dicemus quòd accipiendo Superficiē qnatenus duplici diſtat Interuallo, à Lineis ipſam terminari iuxta Longitudinē,Latitudinemquè reperiemus. Quòd ſi Sphæricā inſpexerimus,ipſam vtique accipimus vt eam,quæ iā Figuram ſuſcepit,& aliam habuit qualitatē, & finem principio coniunxit, ex duobusquè Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum exiſtens, non autem actu.

Plana

TEXTVS

Plana Superficies eſt, quę ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas.

Definitio ſeptima.

PRiſcis non placuit Philoſophis Planũ Superficiei ponere ſpeciem, verùm vt idẽ vtrunque aſſumere, ad Magnitudinẽ duplici Interuallo diſtantem repręſentandã. Ita nanqꝫ Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum eſſe dixit contemplatricem, Stereometriæ ipſam in diuiſione opponens, perinde ac ſi eſſet idem Planum, & Superficies. Itidẽ admirandus etiã Ariſtoteles. At Euclides, & qui eũ ſecuti ſunt, genus quidem Superficiẽ faciunt, eius verò ſpeciem, Planum, quẽadmodum Lineæ, Rectã. Quapropter Planum quoque ſeorſum à Superficie definit, ad rectæ Lineę ſimilitudinẽ. illã nanque ſpatio, quod inter Signa collocatum eſt æqualẽ eſſe dicebat. Hancqúe ſimiliter ait duabus poſitis rectis Lineis locũ occupare ſpatio, quod inter duas illas Lineas ſitum eſt, æqualẽ. Hæc .n. eſt, quæ ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas, quã alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus ſuis conſtitutã dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidã fortaſſe dicant ipſam, breuisſimã quoque eadem Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extrema, omneſqúe rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus ſolum mutantes, transferre poterint. ſiquidẽ Rectum, & Circulare, & Miſtũ à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt, vt ſuperius diximus. ſunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportione. Ideò Parmenides etiã omnem ait Figuram aut Rectam eſſe, aut Circularem, aut Miſtam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus conſiderare, ſume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: ſi autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: ſi verò Miſtũ, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autẽ (inquit Gemînus) cùm Linea, itemqùe Superficies Miſta dicatur, Miſtionis modum cognoſcere, quoniã diuerſus eſt. Neque .n. per cõpoſitionẽ tantùm, neque per Tẽperationem Miſtio in Lineis eſt. Helix ſiquidem miſta eſt, nec tamen eſt pars quidem ipſius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compoſitionẽ miſta ſunt. neque etiã ſi vtcunque ſecetur Helix ſimplicium imaginẽ affert, quod patiuntur ea, quæ per Tẽperationem ſunt miſta: verùm in ipſa, corrupta ſimul Extrema, confuſaqúe ſunt. Quamobrem hoc quidem Miſtionẽ eſſe

Cõm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Ariſto. in pluribus locis.

Aliorum multæ Suꝑficiei definitiones

In cõm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Miſtionis modus diuerſus eſt in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per Cõfuſionem miſtę ſunt.

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus ſentit. In Suberficiebus verò Miſtio, neque per Cõpoſitionem eſt, neqꝫ per Confuſionẽ: ſed potius per quandam Temperationẽ. Circulũ.n. in ſubiecto Plano intelligentes, & Signum ſublime, à Signoqúe ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipſamqúe rotantes, Conicã vtique faciemus Superficiem, quæ miſta eſt. Rurſusqúe ipſam ſecantes reſoluemus in ſimplicia. à vertice .n. ad Baſim ſectionẽ ducentes, quod ſecat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Miſtionis modũ haud per tẽperationem eſſe oſtendit. neque .n. nos ad Elementorũ ſimplicem remittit naturã. Superficies autẽ ſi ſecentur, ſtatim per quas etiã Lineas ſint procreatę, nobis oſtendunt. Modus igitur Miſtionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non eſt. Quemadmodũ autẽ in Lineis erant quædã ſimplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiã nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Miſtarum verò ſpecies magis artificioſa indigebant deprehenſione: ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares ſunt Planarũ, atqꝫ Sphæricarũ ex ſe ſe notiones hábemus: earum verò, quæ per Miſtionem cõſtituuntur, ſcientia ipſa, eiusqúe ratio inueſtigat varietatẽ. Hoc aũt admirabile in ipſis eſt, quòd ſcilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Miſtio in generatione ſæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoqꝫ contingere dicimus Superficiei. per Circuli .n. reuolutionẽ hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signũ, quod eius Centrũ non ſit ſe ſe voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n. in Circunferentia Centrum eſt, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quòd ſi in Circunferentia quidem Centrum ſit, fit Spira Continua: ſi autẽ intra Circũferentiã, Implicita: ſi verò extra, Diuidua. Tresqúe ſunt Spiricæ ſectiones, iuxta haſce tres differentias. Verũtamen omnis Spira miſta eſt, licet vnus ſit, à quo producitur, Circularisqúe motus. Fiunt aũt Superficies miſtæ tum à ſimplicibus (vt diximus) Lineis, dũ huiuſcemodi motu mouentur, tũ etiã à miſtis. Cùm ergo tres ſint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt miſtas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axẽ conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipſi verò, quę Sphęroidea nominantur. ſi circa maiorẽ quidem Axem conuolutio fiat, Oblongũ: ſi verò circa minorẽ, Latum. Ab Hyperbole demũ, Obtuſangulũ Conoides. Sciendum autem eſt, quòd interdum quidẽ ex Lineis in ſuperficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis .n. Spiriciſqúe Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Error Theodori Mathematici.

Supficies per Tẽperationem miſtę sũt. Coni ort⁹

Pulchrũ.

Commune Lineis, & Superficiebus.

Admirabĩle Superficierũ proprium. Spirę ort⁹

Tres ſunt Spiræ.

1 Spira cõtinua.
2 Spira implicita.
3 Spira diuidua.

Tres ſunt Spiricę Sectiones

Dupliciter fiũt miſtæ Superficies.

Quatuor corpora, q̃ miſtas hñt Supficies, à trib⁹ Conicis Lineis producuntur. Et eorũ Sup

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum eſt de Linearum, Superficierumq́ue differentia, quòd Lineæ quidem partiũ ſimilium tres ſunt (vt ſuperius dictũ fuit) Superficies verò duæ tãtùm. Plana, atque Sphærica. non autẽ Cylindrica quoque, ſiquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere poſſunt. Hæc de Superficierum quoq; differentiis à nobis dicta ſint, quarum cùm vnã Geometra elegiſſet (Planã inquam) hanc vtique definiuit, in hacq́ue vtpote ſubiecta, Figuras, harumq́ue paſſiones contẽplabitur. copioſior nanque in hac ei eſt ſermo, quàm in alijs Superficiebus. rectas ſiquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipſa poſſumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumq́ue Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omniſq́ue generis Angulorum conſtitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inſpici poſſunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineũ Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorũ Sectiones, vel rectarum Linearum inſpicies? Non ĩmeritò igitur hãc Superficiem & definiuit, & in ipſa cuncta edendo res ſuas pertractat. hinc nanque præſentem tractationẽ Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectũ, & ante oculos conſtitutum: cuncta verò in hoc Cogitatione deſcribentẽ, Phantaſia quidem quaſi Plano æquiparata ſpeculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione ſunt ſuas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulũ Conoides.
2 Obtuſãgulũ Conoides.
3 Oblongũ Sphæroides.
4 Latum Sphęroides.
Secũda cõmunitas linearũ, & ſupficierũ
Scd'a diia Linearũ, & Superficierum.
In cõm. 4.
Duæ tãtũ ſimiliũ ptiũ Supficies ſunt.
Cur Geometra Planã tantùm definiuerit Superficiẽ
Qũo Planũ intelligendũ ſit ĩ Geometria.

TEXTVS

Planus autem Angulus eſt, duarum Linearum in Plano ſe ſe tãgentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

ANgulum alij quidem veterũ Philoſophorũ in Prædicamento eorum, quæ ſunt ad Aliquid collocantes, Inclinationẽ eſſe dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad ſeinuicem inclinata ſunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atq; Obliquitatem, talem dicunt Superficiei eſſe, vel Solidi paſſionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipſum, vel Solidum eſſe fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud eſt, niſi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea ſiquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur eſt, ipſum aut Superficiem eſſe, aut Solidũ.

Cõm. 8.
Digreſſio
Triplex de Angulo opinio.
1 opinio, q̃ eſt Euclidis.
2 opinio, q̃ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorũq́; fundamentũ.

Solidum.

Tertię opinionis cõfutatio.

Verùm ſi Magnitudo quidẽ eſt, omnes autẽ eiuſdem generis Magnitudines, finitæ exiſtentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiuſdem generis, nempe qui in Superficiebus ſunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationẽ habent, ſi multiplicentur, poſſunt ſeinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri poteſt. oſtenditur ſiquidem omni Rectilineo minor.

In tertio Elem. propône 16.

Secundæ opinionis cõfutatio.

Primũ argumentũ.

Atqui ſi Qualitas ſolùm eſt, queadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuiſibilis eſt? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas ineſt, & inæqualitas, omninoq́ue diuiſibilitas: verùm ſimiliter vtriſq; per ſe ſe accidunt. Quòd ſi ea, quibus hæc per ſe inſunt, Quantitates quædam ſunt, non autẽ Qualitates, manifeſtũ eſt vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt.

Secũdum argumẽtũ

Qualitatis ſiquidem Magis, & Minus propriæ ſunt paſſiones, non autẽ Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hũc quidem maiorem, illũ verò minorem: ſed diſſimiles, aliumq́ue magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena ſint à Mathematicarum rerum eſſentia, nemo eſt, qui nõ videat. omnis ſiquidem Angulus eandem ſuſcipit definitionem, neque hic quidẽ magis Angulus eſt, ille verò minus.

Primę opinionis cõfutatio.

Tertiò ſi Angulus Inclinatio eſt, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna exiſtente Inclinatione, vnus quoque ſit Angulus, non autem plures. Nam ſi nihil aliud eſt quàm ipſe Linearum, vel Planorum reſpectus, quî fieri poteſt vt vnus quidẽ Linearum, vel Planorum ſit reſpectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Baſim Triangulo diſſectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inſpicies Inclinationem: duos verò diſtinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipſius ſcilicet Trianguli: alterum verò, in miſta Coni Superficie, comprehenſum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum reſpectus Angulum faciebat.

Argumentũ in contrarium.

Cęterùm neceſſe eſt ipſum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ ſunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates ſunt, harũ verò ad ſeinuicẽ rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque ſub horum trium generum aliquo reduci.

Propria opinio.

Talibus planè Dubijs exiſtentibus, & Euclide quidẽ Angulum Inclinationẽ dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo ſub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuerſaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem noſtrum

ſtrum

ſtrum ſequentibus dicendum eſt, Angulum nil quidem prædictorum ipſum per ſe ſe eſſe: ſed per horum omnium concurſum conſtitui. Et propter hanc cauſam dubitationem illis attuliſſe, qui ad Vnũ quoddam ſpectarunt. Non eſt autẽ Angulus duntaxat huiuſcemodi, ſed Triangulum quoq;. Quantitatis ſiquidem ipſum eſt particeps, ęqualeq́ue dicitur, & inęquale, vtpote materiæ ad ipſa rationẽ habẽs. Adeſt autẽ ipſi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam ſimilia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget ſubiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quaſi propriam habet Formam, exiſtentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipſum terminantium, vel Superficierum ipſum comprehendentium reſpectu. ex hisq́ue conſtat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid iſtorum eſt. Et eſt quidem diuiſibilis, & æqualitatem, atq; inæqualitatem ſuſcipere poteſt, iuxta eam, quæ in ipſo eſt Quantitatem. Non cogitur autem eiuſdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem, per quam ſæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles ſunt: neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. ſiquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata eſt Lineas, ipſius complet eſſentiam. Si itaque ad haſce perſpexerimus diſtinctiones, & Abſurda diſſoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non eſſe quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoque ipſius cõpleant eſſentiam) verùm nihil aliud eſſe, quàm Superficiem ipſam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehenſam, vel ab vna ad ſe ſe inclinata Linea: ipſumq́ue Solidum ab inclinatis ad ſeinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum, à taliq́ue reſpectu conſtitutum definitionem ipſi ſuppeditet: non autem Quantitas per ſe, nec Qualitas ſolùm, neque Relatio. Hæc de Angulorum ſubſtantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem, antequã in ſpecies ipſum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo ſint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo ſcripſit, Qualitatem ipſum eſſe conceſſit. ortum .n. Anguli conſiderans, nil aliud eſſe ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd ſi Rectitudo Qualitas eſt, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipſum cùm in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem eſſe. Euclides autẽ, & quicunq; ipſum Inclinationem dixere, inter ea, quę ſunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipſum, quicunque Angulum eſſe dicunt

Deſtruit argumẽta quæ in ipſum reflecti poſsẽt.

Anguli Plani perfecta definitio.

Anguli Solidi perfecta defõ.

Vniuerſalis, & pfecta Anguli defõ.

Opinionũ diſtributio

Eudemi fũdamẽtum in lib. ſuo đ Angulo

Euclides.

primum ſub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã eſt, Apollonium quoque in eandem compellens ſententiam . oportet .n. (inquit) eſſe aliquod Interuallum primum ſub continentium Linearum , vel Superficierum Inclinatione . Imò cùm Interuallum, quod ſub Signo eſt,continuum ſit,fieri non poteſt , vt primum accipiatur . omne ſiquidem Interuallum,in infinitum eſt diuiſibile . Præter hoc etiam ſi vtcunque primum diſtinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam,Triangulum fit, non autē Angulus vnus . Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum eſſe ait , & diſtantiam cōprehendentium ipſum Linearum , vel Superficierum : hancqúe vnico diſtantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam eſſe ipſum Angulum . non .n. omne, quod vnico diſtat Interuallo , eſſe Lineam . Hoc autem omnium abſurdiſsimum eſt , aliquam ſcilicet eſſe Magnitudinem,quæ vnico diſtet Interuallo,præter Lineam.verùm de his quidem ſatis, ſuperqúe . Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios vero in Solidis conſiſtere dicendum. Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in ſimplicibus, alios verò in miſtis. In Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus , & in Conica, & in Sphærica,& in Plana . Eorum autem, qui in ſimplicibus conſiſtunt Superficiebus,alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis conſtituuntur . facit .n. Angulos & ipſe Signifer , Aequinoctialē in duas diſſecans partes , ad Superficierum ſecantium verticem . ſuntqúe in Sphærica Superficie huiuſcemodi Anguli . Eorum verò, qui in Planis , alij quidem à ſimplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à miſtis,alij verò ab vtriſque . in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiqúe Linea Angulus comprehenditur : ſed harum vna quidem miſta eſt , altera verò ſimplex . Quòd ſi Clypeum Circulus ſecet, erit Angulus à Circunferentia,& Ellipſi comprehenſus . Cùm autem Ciſſoides, hoc eſt Hæderę ſimiles Lineæ,ad vnum coëuntes Signum, ſicut Hęderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint,à miſtis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus . Itidem cùm Hippopeda, hoc eſt equinæ ſimilis Pedicæ Linea,quæ Spiricarum vna eſt,Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque miſtæ comprehendunt Lineæ . Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à ſimplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rurſus alij quidem à ſimilibus ſpecie continentur,alij verò à ſpecie diſsimilibus. duę nanque Circunferentiæ ſeinuicem ſecando,vel ſe ſe cōtingendo,Angulos efficiunt . ipſoſqúe triplices,aut .n. vtrinque conuexos,quando ſcilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa : aut vtrinque Ca-

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamētum.

Fūdamēti deſtructio

Primū argumentū.

Secūdum argumētū

Carpi aliud fundamentum.

Fūdamēti deſtructio

Finis Digreſsionis

Angulorū diuiſio.

Anguli Sphęrales

Angulus ex Clypei Linea.

Linearum Ciſſoidum denoīatio.

Angulus Ciſſoides.

Angulus ex Hippopedis Lineis

Tres ex Circūferētiis Anguli fiunt.

Angulus vtrinque cōuexus

quando vtraq; Caua extra ſunt, quos Syſtroides vocant: aut miſtos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipſi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus conſtituuntur Angulos Geometra in pręſentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipſis impoſuit. & genus quidem ipſorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipſum, Anguli nanque poſitionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, ſcilicet oportet eſſe Lineas ad minus, & non tres, vt in ſolido. hasque ſe ſe tangere, & ſeſe tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio ſit, & Linearum comprehenſio: non autem diſtantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Ciſſoides cùm vna ſit, Angulum efficit. & Hippopeda ſimiliter. totam enim Ciſſoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coëuntes Angulum faciunt) totamq́ue Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna ſit, ipſa ad ſe ſe Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna exiſtente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunq; alia aduerſus hanc opinionem obijci conſueuere. Tertiò demum ſuperuacanea in quibuſdam Angulis eſſe, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam abſque etiam huiuſce partis adminiculo, definitio perfecta eſt. harum ſiquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipſum efficiet Angulum. prorſus .n. fieri non poteſt, vt in directo Orbiculares Iaceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda cenſuimus, partim quidem ipſam interpretantes, partim verò aduerſus eam dubitantes.

Angulus vtrinq; cauus, vel Syſtroides.

Angulus Lunularis

Duo fiunt Anguli ex Linea recta, & circũferẽtia.

Angulus Semicircularis.

Angulus Cornicularis.

Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quib⁹ ĩferius in cõ. 10.

Ponderat Euclidis dẽfinitionẽ.

Confutat Euclidis dẽfinitionem triplici fũdamẽto.

Primũ fundamentũ.

Secundum fundamẽtum.

Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defõ 9.

Cõm. 9. Digreſsio

ANgulum Notam eſſe dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Vniuerſalis Anguli cõſideratio.

Oracula.

Pulcherrima Angulorũ oĩum cõſideratio.

Angulorũ qui in Superficiebus.

Angulorũ qui in Solidis.

Angulorũ qui in ſimplicbus Superficiebus.

Angulorũ qui in miſtis Superficiebus.

Angulorũ Circularium.

Angulorũ Rectilineorum.

Angulorũ Miſtorũ.

Pythagorei.

Philolaus

Aſinæus Philoſophus.

Vide idẽ ſuperius cap. 9.

Solutio tacitę obiectionis

in diuinis generibus eſt, ordiniſqúe diuiſa in vnũ, & partibilia in impartibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cõmunitatẽ. copula .n. is quoque plurium Linearũ, Superficierumqúe fit, & Magnitudinis in impartibilitatẽ Signorum collector, & omnis, quæ per ipſum conſtituitur Figuræ cõprehenſor. Quapropter Oracula quoque Angulares Figurarum cõpagines, Nodos nuncupant, quatenus imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumqúe coniunctionum, perquas ea, quæ natura diſcreta ſunt coherent ſibi inuicem. Qui ergo in Superficiebus ſunt Anguli, magis ĩmateriales ipſarum, & ſimpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Solidis, eas, quę vſque ad inferiora progrediuntur, diſiunctiſqúe rebus cõmunitatem, & vndequaq; partibilibus, eiuſdem naturæ conſtructionem ſuppeditant. Eorum autẽ, qui in Superficiebus, alij quidem primas ipſarum, ĩmiſtaſqúe affingunt: alij verò eas, quæ infinitatẽ progreſſionum in ipſis exiſtentium complectuntur. & alij quidem intelligentium Formarum vnitrices: alij autem Senſilium Rationum; alij verò earum, quæ inter haſce medium obtinent locum copulatrices. Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli cauſas imitãtur, quę intelligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq; ad ſe ſe coire properantes, mentis, intelligentiumqúe Formarũ imagines ſunt: Rectilinei verò eas, quæ ſenſibus pręſident, & Rationum in his exiſtentium coniunctionem præbent: Miſti autem, cõmunitatum, tam ſenſilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam immobilem vnionem conſeruatrices. Operæpretiũ eſt igitur adhæc reſpiciendo Exemplaria, ſingulorum quoque cauſas reddere. apud Pythagoreos nanque, alios Angulos Dijs alijs dicatos inueniemus, quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem Angulum; alijs verò Quadrangularem: alijſqúe alios conſecrauit. necnon eundem pluribus Dijs, eidemqúe Deo plures, iuxta diuerſas, quæ in ipſo ſunt potentias, permiſit. Ad quæ mihi videtur Aſinæus quoque Philoſophus reſpiciens, & ad opificum Triangulum, quod totius Elementorũ exornationis primaria eſt cauſa, alios quidẽ iuxta Latera: alios verò iuxta Angulos conſtituiſſe Deos. Illos quidem, progreſſionem, atq; potentiã; hos autem, vniuerſorum coniunctionẽ, progreſſorumqúe rurſus in vnũ collectionem, ſuppeditãtes. At hæc quidẽ ad eorum, quę ſunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę hîc Angulũ cõtinere dicuntur, nil mirũ eſt. nam quod in his Vnũ, & impartibile reperitur, aduentitiũ eſt: in ipſis autẽ Deis, & ijs, quæ verè ſunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuiſa præcedit.

Cùm

TEXTVS

Cùm verò recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam eos, qui ſunt deinceps Angulos æquales adinuicem fecerit: vterque æqualium Angulorum Rectus eſt: & quæ inſidet recta Linea, Perpendicularis vocatur ſuper quam inſedit.

Defō 10.

Obtuſus Angulus eſt, qui maior eſt Recto.

Defō 11.

Acutus verò, qui Recto eſt minor.

Defō 12.

HAe ſunt triplices Angulorum ſpecies, de quibus Socrates quoqꝫ in Republica dicit, qui ex ſuppoſitione apud Geometras accipiũtur, Rectilineo iuxta diuiſionẽ in ſpecies, hoſce conſtituẽte Angulos, Rectũ (inquã) Obtuſum, & Acutũ. Illo quidẽ per ęqualitatẽ, & identitatẽ, ſimilitudinemqúe definito: his verò per Maioris, & Minoris naturã, ac deniqꝫ per inæqualitatẽ, & diuerſitatẽ, & per Magis, & Minus indeterminatè conſtitutis. At multi quidẽ Geometrę huiuſce diuiſionis nullã poſſunt reddere rationẽ, verùm vt ſuppoſitione hac quoqꝫ vtũtur, tres .ſ. eſſe Angulos. Cùm autẽ de cauſa ipſos interrogauerimus, hæc ab ipſis non eſſe poſtulanda reſpondent. Pythagorici verò triplicis diſtributionis ſolutionẽ ad principia referẽtes, nõ ſunt inopes in reddẽdis huius quoqꝫ Rectilineorũ Angulorũ differentię cauſis. cũ.n. principiorũ vnũ quidem per Finẽ ſubſiſtat, Terminiqúe, & idẽtitatis, & ęqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis cauſa abſolutionibus ſit: alterũ verò infinitũ exiſtat, progreſſumqú in infinitũ, & accretionẽ, & decretionẽ, & inęqualitatẽ, & omnis generis diuerſitatẽ à ſe ipſo genitis tribuat, omninoqúe deteriori præſit ſeriei, iurè ſanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa conſtituantur principia, quæ quidẽ à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate reſpectu cuiuslibet Recti, ſimilitudineqúe præditum, & finitum ſemper, atque determinatum, eundemqúe manentẽ, neque accretionẽ, neque decretionem ſuſcipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm ſit ſecunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cōm. 10. Socrates ĩ Repub.

Digreſſio

Pythagorici Geometrę reddunt cām cur tres ſint rectilinei Anguli.

Finis.

Infinitum

Rō, quæ à Fine prouenit rectũ efficit Angulũ.

Rō, q̄ ab Infinito ꝓuenit Obtuſum, & Acutũ ꝓducit Angulum.

Rectilineorũ Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

Rectilineorũ Angulorũ ad ea, q̃ ſunt cõparatio

Pulchrum

Perpẽdicularis pulchra cõſideratio, et cõparatio

Perpẽdiculari Figurarũ metimur altitudines. Huius ãt cauſã vide inferius ĩ cõmẽto 19.

Rectilineorũ Angulorũ ad virtutẽ, & vitiũ cõparatio.

Epilogus.

Finis Digreſsionis Primũ notãdum.

naturam diſtinctos, iuxtaqúe Magis, & Minus, motũ infinitũ habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtuſus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumqúe potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraqúe inflexibilitas, & ĩmutabilitas illis conuenit Dijs; Obtuſos verò, atque Acutos Dijs progreſſionis, & motus, potẽtiarumqúe varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo ſiquidem expanſę prorſus Formarum progreſsionis imago eſt, Acumen verò, diuidenti, mouentiqúe vniuerſorum cauſę aſsimilatur. Quin etiam in ijs, quæ ſunt, eſſentiæ quidem Rectitudo aſsimilatur, eundem Eſſe ſui Terminum conſeruans: Accidentibus verò, Obtuſus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus ſuſcipiunt, & indefinitè mutari nunquã ceſſant. Iurè igitur & Animam adhortantur deſcenſum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem ſpeciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiuſdam .n. conuenientię, coniunctionisqúe naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię diſtributio, ipſam in materialem deducit errorem, indefinitamqúe varietatẽ. Nota igitur eſt Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, ĩmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiuſcemodi omnium. Eſt autem & diuinæ, intelligentisqúe menſuræ Signum. Perpendiculari ſiquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectũ relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipſi per ſe ſe indefiniti, indeterminatiqúe ſint. ſiquidem in exceſſu, defectuqúe inſpiciuntur, quorum vterque per ſe indefinitus eſt. Quapropter Virtutem quoq; dicunt iuxta Rectitudinem ſtare, vitium verò iuxta Obtuſi, & Acuti Infinitatem ſubſiſtere, exceſſusqúe partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius ĩmoderationem oſtendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hiſqúe ſimilium: Obtuſum verò, atq; Acutum, motus infiniti, & inceſſabilis progreſsionis, & diuiſionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his. Definitionibus autem Obtuſi, Acutiqúe Anguli genus addendum eſt. vterq; .n. eſt Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis abſolutè, qui Recto minor, Acutus eſt. Cornicularis nanque omni Recto eſt minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto eſt minor, Acutus tamen non eſt. Cauſa autem, quoniam Miſti ſunt,

& nõ

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtuſi ſunt. Oportet ſiquidem Obtuſum, Rectilineũ eſſe. Hoc itaque primùm adnotamus. Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire propoſuiſſet, rectam ſuſcepit Lineã ſuper aliam rectã Lineam ſtantẽ, & eos, qui deinceps ſunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtuſum verò, atque Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclinatam: ſed à relatione ad Rectum tradidit. ipſe .n. & non Rectorum menſura eſt, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ; & non vnica tantùm, queãdmodũ Perpendicularis. Poſt hæc autẽ illud, quod dixt [Angulos æquales adinuicem] ad ſummã quandam Geometricam diligentiam ſpectare cenſemus. ſiquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alĳs eſſent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ ſint, Rectos eſſe neceſſe eſt. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur eſſe ſuperuacanea, vt quibuſdã non rectè viſum fuit: ſed rectitudinis rationem oſtendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus eſt, quia cùm ſint deinceps, æquales ſunt. Siquidem quæ inſidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambobus eſt, & vtrique rectitudinis cauſa. Non igitur abſolutè adinuicem æqualitas, ſed conſequenter poſitio, vnà cũ æqualitate, cauſa eſt Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hìc quoque Autoris noſtri propoſitum in memoriã reuocandum cenſeo, quòd ſcilicet de ĳs ſermonem habet, qui in vno Plano conſiſtunt Angulis. Quãobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio eſt: ſed eius, quę in vno eſt, eodemque Plano. Illam verò, quę Solida appellatur, non eſt præſentis tẽporis definire. Queãdmodum igitur Planũ definiuit Angulum: ita etiã huiuſcemodi Perpendicularẽ. quoniam ſolida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in ſubiecto ſunt Plano. hoc ſiquidem illi eſt proprium.

Secũdum.

Rectus angulus non Rectorũ mẽſura ẽ, queãdmodũ, & Inæqualium ęqualitas.

Tertium.

Quartũ.

Quintum

TEXTVS

Terminus eſt, quod alicuius Extremum eſt.

Defõ 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus eſt, Lineę nanq;

Cõm. 11.

Termi-

Geometria, q̃ ab initio fuit

Terminus eſt, & Extremum: verùm ad Spatia, quæ in Superficiebus ſunt, & ad ſolida Corpora. nunc .n. Terminum vocat Ambitũ, qui vnũquodque Spatium terminat, atque diſtinguit. huiuſcemodiqúe Terminum, Extremum eſſe definit. non eo modo, quo Signum, Lineę Extremum dicitur: ſed eo, quo illud, quod includit, atqꝫ excludit à circũiacentibus. Eſt autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebãtur, & Terminos ipſos inconfuſos, diſtinctosqúe ſeruabant, ex qua in præſentis quoqꝫ ſcientiæ cognitionem peruenere. Cùm itaqꝫ externum Ambitum, Terminũ Euclides vocaſſet, nõ immeritò ipſum, Extremum quoqꝫ Spatiorum definiuit. per hunc .n. quodlibet comprehenſorum circũſcribitur. Dico autem exempli cauſa in Circulo, Circunferentiam quidẽ, Terminum, atqꝫ Extremum: ipſum verò Planum, quoddam Spatium: in cæterisqúe ſimiliter.

Circulus eſt quoddã Planũ ſpatiũ. Cõtrariũ vide ſuperiꝰ in cõm. 1.

Defõ 14.

TEXTVS

Figura eſt, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur.

Cõm. 12. Figura multipliciter dicitur Prima ſpecies Figuræ.

Secũda.

Tertia.

Quarta.

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuerſaſqúe in ſpecies diuiditur, operępretium eſt primùm eius differentias inſpicere: poſtea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione diſſerere. Eſt itaqꝫ Figura quædam, quæ per mutationem conſtituitur, & à paſſione fit, dũ illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones ſuſcipiunt, vel alterãtur, vel alias varias affectiones patiuntur. Eſt etiam Figura, quę ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexiſtentem in Arte ipſa Rationem: Arte quidẽ ſpeciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venuſtatem illinc recipiente. Sunt autẽ his adhuc nobiliores, pręclarioresqúe Figurę, Naturę opificia. alię quidẽ in ijs, quę ſub Luna ſunt Elemẽtis, Rationũ in ipſis exiſtentium cõprehendendarũ vim habẽtes: alię verò in cœlis, quæ ipſorũ potentias, & motus diſtingunt. per ſe ſe nanqꝫ & adinuicẽ cęleſtia corpora plurimã, admirabilẽqúe exhibent Figurarũ varietatẽ: & alias alio in tẽpore formas oſtẽdunt, intelligẽtiũ formarũ imaginẽ afferentes: & ſuis cõcinnis reuolutionibus incorporeas, ĩmaterialesqúe Figurarũ deſcribunt potentias. Sunt autẽ rurſus præter has quoque puriſſimæ, atque perfectiſſimæ pulchritudines, Ani-

marum

marum Figuræ; quæ cùm vita quidem plenæ, per ſe ſeqúe mobiles ſint, ijs, quæ ab alio mouentur præexiſtunt: cùm verò immaterialiter, & ſine vlla dimenſione ſubſiſtant, ijs, quę dimenſionem, & materiam habent præcellunt, de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, eſſentialemqúe Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniores ſunt, quæ vndique quidem partibilibus eſſentijs præſtant; vndiq; verò impartibili, Mentiſqúe luce reſplendent; vniuerſorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices ſunt: & omnibus ex æquo adſunt, in ipſiſqúe firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, ſenſilium verò Figurarum ĩmutationẽ ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus ſeparatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quę exprimi non poſſunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium inſident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis ſuis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circũambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuſcemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò ſedentia faciens: & alia quidẽ cordi ſimilia, alia autem ſphærica, alia verò alijs expreſſa Figuris: & alia quidẽ ſimplicia, alia verò ex pluribus cõpoſita formis: & alia quidẽ ſacra, atque venerabilia, alia autem domeſtica, & Deorum propriam manſuetudinem exhibentia. alia verò torua conſtruens, aliaſqúe demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Figura ab ipſis Deis ſumat exordium, vſque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens cauſis. oportet ſiquidem ante imperfecta, perfecta ſupponere; & ante ea, quæ in alijs exiſtunt, ea, quæ in ſe ſe ſita ſunt: & ante ea, quæ ſua priuatione ſunt plena, ea, quæ propriã naturam ſynceram cuſtodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales ſunt, materiali inuenuſtate participant, nec habent conuenientem ſibi puritatem. Cœleſtes verò, partibiles ſunt, in alijſqúe ſubſiſtunt. Animarum autẽ, diuiſione, & varietate, omniſqúe generis inuolutione præditæ ſunt. Mentium verò, vnà cum vnione progreſſum in multitudinem habent. Ipſæ autem Deorum liberę, & vniformes, & ſimplices, & genitrices Figuræ, ante omnia ſubſiſtunt, omnẽ in ſe ſe perfectionem habentes, & à ſe ſe cunctis abſolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auſcultandi, tolerandiqúe ſunt, qui dicunt quaſdam additiones, & ablationes, & alterationes, ſenſiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figurę ſpẽs oium pfectiſſima.

Theurgia

Digreſſio

Figurarũ oium conſideratio.

Democriti opinio, & eius cõ

futatio, vi de ẽt Ari. in lib. de ſẽſu & ſẽ ſili, & ĩ li. de diuinatione per ſomnũ.
Primũ argumẽtũm
Secũdũ argumẽtum
Opinio ꝓpria.
Prima opinio, quæ ẽ Antiquorũ, & eius cõfutatio.
Secũda opinio, q̃ eſt Stoicorũ, & eius cõfutatio, vide ẽt. Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19.
Primũ argumentũ.
Secũdũ argumẽtum
Propria opinio.

guras, producere (motus ſiquidem cùm imperfecti ſint, principalem vtique, primariamq́ue habere non poſſent effectuum cauſam: neque ex motibus contrarĳs eædẽ ſæpe fierent Figuræ. ex additione nanq; & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hæc alĳs in generatione ſeruire cenſebimus, perfectionemq́ue ipſis ab alĳs primigenĳs cauſis aſsignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes ſunt Figuræ ſubſiſtere non poſſunt, illæ verò tantùm, quæ in materia ſunt, ſubſiſtunt, vt quidam alicubi dicunt. At neque (vt alĳ aiunt) ſunt quidẽ extra materiam, ſubſiſtunt verò ſecundum excogitationẽ duntaxat, & abſtractionem. vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ĳs, quæ per abſtractionem ſubſiſtunt, incolumis ſeruari poteſt? eiuſmodi .n. cùm ſint, cuiuſmodi ſenſiles, quàm longè ab inconuincibili, puraq́ue deficiunt certitudine. Cùm autem ſuſcipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenã hæc accipient? aut .n. à Senſilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nã dicere ab eo, quod non eſt, omnium eſt abſurdisſimum. non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo ſubſiſtentes reliquit. nec fas eſt Animam noſtram certiores, & perfectiores, magisq́ue ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipſiq́ue Dĳ. Sunt ergo ante ſenſiles Figuras, per ſe ſe mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes. & nòs excitamur quidem à ſenſilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines ſunt. & his ſenſiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cògnoſcimus. emergentes .n. ſe ſeq́ue propagantes quæ in nobis ſunt Rationes, Deorum formas oſtendunt, vniformesq́ue vniuerſorum Terminos. per quos inexplicabiliter in ſe ſe cuncta conuertunt, in ſe ſeq́ue continent. In Deis igitur cum egregia vniuerſarum Figurarum cognitio eſt, tum gignendi, & cuncta inferiora conſtituendi vis. In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent: cognitionis verò, intelligẽtisq́ue perceptionis expertes ſunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio eſt, & per ſe ſe agens cognitio: fœcunda autem, efficaxq́ue cauſa, non eſt. Quemadmodum igitur Natura efficiendo Senſilibus præeſt Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem ſui partem agendo, promit in Phantaſia tanquam in ſpeculo Figurarum Rationes. Illa autẽ in ſuis ſpectris eas recipiẽs, habensq́ue imagines earũ, quæ intus exiſtunt Rationum, per haſce quippe imagines præbet, Animæ intus conuerſionem, ad ſe ſeq́ue ab ipſis ſpectris

actionẽ

Qualis in Deis Figura ſit.
Qualis in Naturis.
Qualis in Animis.
Pulchra Naturę ad Aĩam cõparatio.

actionem. Exempli gratia, ſiquis in ſpeculo ſe ſe aſpiciens, & Naturæ potentiam, ſuamqúe pulchritudinem admiratus, ſe ſe videre voluerit, huiuſcemodiqúe potentiam acceperit, ita vt denique aſpiciens ſimul, obiectumqúe euadat. Anima nanque hoc pacto extra ſe in phantaſia aſpiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipſarumqúe pulchritudinē admirata, & ordinem, ſuas admiratione proſequitur Rationes, à quibus hæ quoque ſcaturiunt, mirificeqúe delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra verſantem dimittit, ſuam verò quærit, introrſusqúe tranſire deſiderat, & Circulum ibi, atq; Triangulum, omniaqúe ſimul, & impartibiliter cernere, ſeqúe obiectis inſerere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in ſacrarijs, adytisqúe ſunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo diſtans, ac denique cæterorum, quæ ſub cognitionem cadunt quoduis in vnionem aſcendens. Figura igitur per ſe mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per ſe mobilem: quæ verò Vni eadem eſt, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. eſt ſi quidem cunctis illinc ad Eſſe ſuum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantaſia eſt contempletur Figuram, hancqúe primùm definiat (ſi quidem ſenſilibus etiam definitio hæc ſecundo loco congruit) Figuram eſſe ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipſam vnà cum materia iam accepiſſet, & tanquam Interuallis diſtantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamqúe vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel ſenſilem, aliunde Terminum ſortitur. Nec ipſum Terminus eſt, ſed Terminatum. neque ſuijpſius Terminus, ſed aliud quidem in ipſo Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipſo eſt Termino, ſed ab ipſo continetur. Quantitati enim adnectitur, & ſimul cum illa ſubſiſtit, ipſiqúe ſubijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aſpectus, nil aliud eſt, quàm Figura, & Forma. ipſam ſiquidē terminat, Characteremqúe ipſi talem, & Terminum vel ſimplicem, vel compoſitū adijcit. cùm .n. hęc quoq; Finis, & Infiniti duplicē progreſſum in proprijs Formis oſtendat (quēadmodum etiā Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formāqúe ſimplicē infert ijs, quę ab ipſa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exēplum.

Applicat dictis exēplum.

Epilogus.

Vnū hic ꝓ Deo, vt ēt ſuperius ī cōm. 6.

Finis Digreſſionis.

Geometra eā cōtéplaī Figurā, quæ in Phantaſia eſt.

Ponderat Euclidis Defōnem

Qūo Figura, Finem, et Infinitū in ꝓpriis Formis oſtendat

L circa

circa omne Figuratum aut vnum ſibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum eſt, & materiale, Quantitatiqúe annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipſam contineri inſuper dixit. At Poſidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate ſeparans: ipſamqúe terminandi, & definiendi, & comprehendendi cauſam eſſe cenſens. quod enim claudit, diuerſum eſt ab eo, quod clauditur. Terminusqúe, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinſecus circumpoſitum Terminum reſpicere, ille verò ad totum ſubiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremqúe ambitum Figuram eſſe: alter verò iuxta Circumferentiam tantùm oſtendit. & alter quidem definit quod fignratum eſt, quodqúe vnà cum ſubiecto inſpicitur: alter verò Circuli Rationem definire deſiderat, ipſam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captioſusqúe vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ ſunt ſpecies) aduerſus ipſum vtique dicendum erit, quòd genera quoque, formarum potentias in ſe ſe præoccuparunt. cumqúe priſcæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus ſunt, genera ipſa manifeſtare volunt, videntur quidem à formis propoſitum aggredi: re vera autem ipſa à ſeipſis edocent, & à potentijs, quæ in ipſis exiſtunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna ſit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipſa eſt, atque Infinitatem, & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipſa exiſtentium differentias definitione complectitur. Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusúe cauſis perficitur? Dico ſanè, quòd primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisqúe Miſto. Proinde ipſa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Miſto producit ſpecies. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his conſtant, Miſti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in diſſimiles dirimitur partes. Vnde porrò ipſa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuerſas ipſarum diſſecatur ſpecies. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione diſſimiles diuidi poteſt Figuras. Quod & ipſe Euclides in Diuiſionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in ſimiles datas Figuras,

Qualis ſit Figura, q̃ ab Eucli. definitur.

Ceſõ Poſidonii.

Cõparat Poſidonii Defõnem Definitioni Euclid.

Duplex Circuli cõſideratio. vide ét ſuperius in cõm. 1. & in cõ. 11.

Dub. cõ contra Euclidis definitionem.

Argumentum.

Solutio.

Digreſſio. Cauſę Figurã perficientes.

Figurę Rationis triplex cã prima.

Secũda cã q̃ eſt pria Totalitas.

Euclides ĩ lib. de Diuiſionibus

ras, aliam verò in diſsimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine,& propter hoc cuiuſcunq; generis porrigit Formas, multiformesq́ue Figurarum producit Rationes. Et ſe ſe propagans,non ceſſat vtiq;,donec ad vltimum quoddam perueniat,omnemq́ue Formarum varietatem aperiat.Et quēadmodum illic Vnũ, in eo,quod eſt: & id, quod eſt, in Vno ſimul eſſe oſtenditur, ita ſanè ipſa etiã in rectilineis Figuris Circulares,& cõtrà rectilineas in Circularibus comprehenſas oſtendit. Totamq́ue ſui naturam in vnaquaq; propriè manifeſtat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam ſimul in omnibus ſit, & in vnoquoq; ſeorſum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progreſsionis formarum menſuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros conſtituit, alias quidem iuxta ſimpliciores, alias verò iuxta compoſitiores. Triangula ſiquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaq́ue Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verùm qua de cauſa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum eſt, Scientibus autem vbi quidem Numerus ſit,vbi verò Figura, manifeſta eſt reddendæ cauſæ ratio. Quintò ab alia Totalitate ſecũda, quæ etiam in conſimilia diuiditur, ea Formarum diuiſione repletur, quæ ipſas in alias ſimiles diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula,& Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id,quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficimus,ſiquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad haſce aſsignationes reſpiciendo,plurimas de Figuris reddere poſſumus cauſas,ipſas ad ſua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuſcemodi ſortita eſt ordinem, à totq́ue cauſis perfectionem ſuſcipit.Hinc verò ad Deorum progreditur genera,& iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterq́ue in alios agit. Alijs quidem ſimpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compoſitiores. & alijs quidem primarias aſsignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (ſolidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis ſunt ſibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus exiſtentibus, Deorum ſiquidem Formæ accumulatæ ſunt,vniuerſarumq́ue plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia,alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemq́ue modo in Solidis.

Tertia cã, quæ eſt accumulata Multitudo.

Quarta cã q̃ ẽ Numerus Ternarius.

Numerus eſt ĩ Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quĩta cã, q̃ eſt ſecũda Totalitas

Quõ Figura Diis attribuatur.

TEXTVS

Defõ 15. Circulus eſt Figura Plana ab vna Linea cõprehenſa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurã ſunt oẽs rectæ Lineæ incidentes, ſibi inuicem ęquales ſunt.
Defõ 16. Centrum verò ipſius Circuli, id Signum appellatur.

Cõm. 13. PRima, ſimplicisſima, atque perfectisſima Figurarũ Circulus eſt: nã
Circulus é oĩum Figurarũ ꝑſtãtisſima. Solidis quidem omnibus præſtat, eò quòd in ſimpliciori loco exiſtit:
ijs verò, quæ in Planis ſubſiſtunt, ſimilitudine, atque identitate excellit.
Finiqúe, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione
reſpondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ ſupra Mundum
ſunt Figurarum diuiſiones faciens, ſemper diuinioris eſſe naturę
Circulum reperies. ſi .n. in cœlum, & Generationẽ vniuerſum diuidas,
cœlo quidem formam Circularẽ, Generationi verò rectam aſſignabis.
quicquid nanque in generabilibus Circulare eſt, in mutationibus
nempe, atq; in Figuris, deſuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunuolutionem
Generatio ad ſe ſe reuoluitur: inſtabilemqúe mutationem,
ad ordinatam redigit continuationem. Quòd ſi in Animam,
& Mentẽ ea, quæ corpore carent diſtribuas, Mentis quidẽ eſſe dixeris
Circulũ, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta
conuerſionẽ ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet
Socrates ĩ Timæo. rationẽ Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlũ. Circulariter
.n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentẽ imitatur. Animę
autẽ generatio, & progreſſus, ſecundum rectã, fit Lineã. aliàs .n. alijs
ſe applicare Formis, Animæ proprium eſt. Si verò in corpus, & Animam
diuidere velis, omne quidẽ corporeum Recti portione: omne
verò Animale, Circuli identitate, ſimilitudineqúe participare conſtitues.
nam illud quidẽ cõpoſitum eſt, potẽtijsqúe varium, quẽadmodum
rectilineæ Figuræ: hoc verò, ſimplex, & intelligẽs: per ſe mobile,
& per ſe agens: in ſe ipſum conuerſum, in ſe ſeqúe agens. Vnde
Timæus. porrò Timæus quoq; cùm vniuerſi Elementa rectilineis conſtituiſſet
Figuris, motum ipſis Circularẽ, & informationẽ ab ea, quæ Mundo
Epilogus. inſidet Anima præbuit. Veruntamẽ quòd Circulus quidẽ vbiq; reſpectu
aliarum Figurarũ primas tenet, ex iam dictis manifeſtum eſt.
Digresſio Operępretium eſt autẽ totam quoq; ipſius ſeriẽ inſpicere, deſuper inchoantẽ,
Circulus ꝑfectionẽ reb⁹ oĩbus prebet. & vſq; ad inferiora deſinentẽ, omniaqúe perficientẽ, iuxta
eorum aptitudinẽ, quæ ipſius ſuſcipiunt conſortium. Dijs itaq; conuerſionẽ
ad ſuas cauſas, atq; vnionẽ præbet, & hoc, quòd in ſeipſis
Deis. maneant, à beatitudineqúe ſua non diſcedant, ſummas quidẽ ipſorũ

vnio-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus deſiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum circa illa ſtabiliter collocans, illorumq́ue ſimplicitate continens. Mētium autē eſſentijs hoc ſuggerit, quòd ſcilicet in ſe ſe perpetuò agant, & à ſe ſe cognitione repleantur, & in ſe ſe intellectilia contracta teneant, in ſe ſeq́ue intellectiones perficiant. omnis ſiquidē Mens intellectile ſibi proponit, hocq́ue tanquam Centrū eſt Menti: Mens autē ipſa, circa ipſum ſe implicat, & agit, & vnitur intra ſe ſe vniuerſis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illuſtrat vim per ſe viuendi, per ſe mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circunſiliēdi, redeundiq́ue iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rurſus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præſtabūt, Animæ verò circa ipſas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē ſui partem intelligentē, & ipſum Vnum ſupremum, Centrum ſuſcepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē ſuam circumplecti deſiderans. Cœleſtibus autē corporibus, aſſimilationē ad Mentē, ſimilitudinem, ęquationē, vniuerſorum in Extremis comprehenſionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēſuris, ſempiternam ſubſiſtentiam, hocq́ue demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ ſub concauo orbis Lunæ ſunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum aſſimilationē: id, quod in generabilibus eſt ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum exiſtit. omnia .n. ſemper ſunt propter generationis Circulū, & æquabilitas ſeruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam ſi generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipſorum ordo, totaq́ue euaneſceret exornatio. Rurſus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur ſimilitudinem affert. ex ſeminibus ſiquidem hæc, ex hisq́ue ſemina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà: vt corruptio quoq; vnà cū generatione ſit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipſorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipſa quoq; decēter exornat poſtremis ſuarum potētiarum veſtigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam ſterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones ſubſiſtunt (vt oſtendit Muſarum ſermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta ſint, circunuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adeſt Circularis reuolutio, Circularisq́ue ordo.

Mentium eſſentijs.

Animis.

Vnum hic pro Mēte.

Cęleſtib⁹ corporib⁹

Quatuor Elemētis.

Aīalibus, & Plātis.

Iis, q̄ pter naturam fiūt.

Muſæ i 8. de Repu.

Socrat. in Repub.

ordo: vt nullum immoderatum,malumqúe ſit,nec deſertum à Dijs: ſed perfectrix vniuerſorum prouidentia, malorum etiã infinitam varietatem ad terminum,conuenientemqúe ipſis redigat ordinẽ. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus,ad vltimas vſque participationes, & nihil reliquit ſuæ participationis expers,cùm decorem illis,& ſimilitudinem,& formationem,& perfectionem ſuppeditet. Quocirca in Numeris quoq; media continet Centra totius Numerorum progreſſionis,quæ ab Vnitate vſq; ad Denarium circunuoluitur. Quinarius enim, atq; Senarius ex omnibus Circularem oſtendunt potentiam, quippe qui in ijs,quæ fiunt ex ſe ſe progreſſionibus, in ſe ſe iterum reuertuntur. cùm .n. multiplicantur, in ſe ſe deſinunt. Progreſſionis igitur imago eſt multiplicatio, ſiquidem in multitudinem extẽditur: Regreſſionis verò,exitus in eadem ſpecie. Horum autẽ vtrunq; Circularis præbet potentia, excitãs quidẽ à manente veluti Centro cauſas,multitudinis productrices,cõuertẽs verò poſt productiones multitudinem ad cauſas. Duo itaq; Numeri medium inter omnes poſſident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne maſculorum, impariſqúe Naturæ conuertibile genus præcedit: alter verò omne femineum, & par, fœcundaſqúe ſeries ad propria reuocat principia,iuxta Circularem potentiam. Verùm hęc quidem hucuſq; terminata ſint. Mathematicam autẽ Circuli definitionem accuratam vndequaq; exiſtentem contemplabimur. Figuram itaq; ipſum definiuit, quoniam ſanè finitus eſt, & ab vno Termino vndequaq; comprehenditur, & non eſt infinitæ naturæ, ſed Terminio conſociatus. Itemqúe Planũ, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in ſolidis ſpectẽtur Corporibus, Circulus planarũ Figurarũ prima eſt, ſimplicitate quidẽ ſolidis pręſtans, Vnitatis verò ad planas rationẽ habens. Ab vna autẽ Linea cõprehenſum,eò quòd Vni eſt ſimilis, & per Vnum definitur, Terminorumqúe extrinſecus circũpoſitorum varietatẽ non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum,quæ intra ipſum ſunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent: aliæ verò haud cunctas. Ellipſis nanq; ab vna comprehenditur Linea,non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipſamqúe incidentes, æquales ſunt: verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Ciſſoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non eſt tamen in ipſo Centrum,à quo omnes ęquales ſint. Quoniam autẽ Centrum in Circulo,omnino vnum eſt Signum (plura .n. vnius haud ſunt Centra)

Epilogus.

Circuli pulchra in Numeris cõtẽplatio

Numeri Circularis cõtẽplatio

Quinari⁹, et ſenarius mediũ inter oẽs numeros poſſidẽt locũ.

Finis Digreſſionis Mathematicę Circuli defõnis cõtẽplatio,& cõditiones.

Prima cõditio.

Secũda cõditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales eſſe Lineas. infinita .n. ſunt intra ipſum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnũ hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales ſunt, vel intra Circulum eſt, vel extra (quilibet nanq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales ſunt) propterea illud addidit [eorum quę intra Figuram ſunt Signorum] neq; hoc abrę fecit, Centrum ſolum accipiẽs, non autem Polum, ſiquidẽ vult cuncta in vno inſpicere Plano, Polus verò ſubiecto Plano ſublimior eſt. Neceſſariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipſo ad Circunferentiã incidentes, æquales ſuut, Centrum eſt Circuli. nam duo tantùm huiuſcemodi Signa ſunt, Polus nempe, atq; Centrum. verùm ille quidem extra Planum eſt, hoc verò intra. exẽpli gratia, Si Gnomonem in Cẽtro Circuli ſtantem intellexeris, ſuperior ipſius extremitas Polus eſt. omnes .n. quę ab ipſo ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonſtrantur. ſimiliterq́ue in Cono, totius Coni vertex, Polus eſt Circuli ad Baſim exiſtentis. Quid igitur Circulus ſit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferẽtia, quidq́ue tota Circularis Figura, hucuſq; deteterminatum eſt. Rurſus ergo ex his ad Exẽplarium recurramus contemplationem, in illisq́ue Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præſtantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem diſtantias, iuxta progreſſus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progreſſorum regresſionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in ſuam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta ſunt ſimul, Centrum, Interualla, externaq́ue Circunferentia: ita ſanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexiſtunt, alia verò conſequuntur, verùm vnà quidem omnia ſunt, permanſio, progreſſus, atq; regreſſus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuiſibiliter, & ſine vlla dimenſione ſubſiſtunt: hæc verò cum dimenſione, & diuiſibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinſeca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno ſunt. Quòd ſi illud, quod vice fungitur Centri ſuſcipias, in hoc cuncta reperies. Quòd ſi diſtantẽ ab hoc progreſſum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd ſi regreſſum, ſimiliter. Cùm itaque cuncta ad inuicem perſpexeris, & defectum à dimenſione proue-

Sexta.

Defõ Cẽtri.

Quid ſit Polus Circuli, & ei' defõ.

Epilogus.

Digresſio. Centri, & diſtãtiarũ à Centro, & Circũferẽtiæ in Exẽplaribus cõtẽplatio.

Q̃uo hæc cũ illis cõmunicẽt.

Q̃uo differant.

Pulchrum

Q̃uo inueniatur ille qui verè ẽ

Circulus, & vera Circularis natura.

Idē ſuperius in principio hui⁹ cōmenti.

Cētri Mathematici ad cētrum intelligibile pulchra comparatio

nientē abſtuleris, poſitionēqúe ipſam, circa quā fit partitio è cōſpectu remoueris, eū, qui verè eſt Circulus inuenies, ad ſeſe progredientē, & ſeſe terminantem, & in ſeſe agentem, & vnum & multa exiſtentem; & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non ſui maximè impartibile, maximeq́; ſingulare firmiter collocantem: prorſus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaqúe eam, quæ in ipſo eſt infinitatem: ad vnum verò ſeſe exſeſe conuoluentem, per ſimilitudinemqúe, & identitatem ad impartibilem ſui naturę, occultatricemqúe in ipſo vnius vim ſe ſe excitantem. Quod porrò vnum cùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipſum iuxta etiam ſui ipſius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, eſt tanquā Centrum, quod Interuallo diſtet, ad ſeſeqúe annuit, Centrum ſuſcipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeqúe progreſſus principium habuit, ibi terminare regreſſum. tale enim vbique Centrum eſt rei amabilis loco, atq; deſiderabilis, omnibus circa ipſum ſubſiſtentibus prępoſitum, omniumqúe progreſſuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à ſeſe ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemqúe ipſis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Defō Cētri ab Oraculis tradita.

Centrum eſt, à quo omnes vſq; ad Circunferentiam ęquales ſunt:
Et ad quod.

Verùm quòd quidem ſit diſtantiæ Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc ſiquidem ex omni ſui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus eſt cauſam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemqúe ſuſcepit, ſupremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis cauſæ aſſimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad ſeſe infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam iſtarum terminat extenſionem, ipſamqúe rurſus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his conſtanti ſimilis eſt. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Prima cā, ꝑ quā Figura Circularis apparuit.

Orphei carmen

Infinitum autem ſecundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Triadicus Deus.

Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudqúe tanquā Centrum ſuæ habeat lationis, iure ipſo Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progreſſio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primã in ſe ſe continuit cauſam. hinc ſiquidem & nomen ipſi, Sapientes, Theologicorumque maximè arcani impoſuere. ex hisquè manifeſtum eſt, quòd prima quidē Figurarum Circulus eſt: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, ſubſiſtunt autem iuxta præexiſtentes latenter in intellectilibus cauſas.

Prima Figurarũ circulus, & prima Rectilinearũ Triãgulũ.
Epilogus.

TEXTVS

Dimetiens autem Circuli, eſt recta quædam Linea per Centrũ ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumque bifariam ſecat.

Defõ 17.

Cõm. 14.

QVòd non omnem definit Dimetientem, ſed Circularem tantummodo, perſpicuè Euclides ipſe oſtēdit: quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens eſt, ac denique omnium Parallelogrãmorum, eſt etiam Sphæræ in ſolidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipſis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere conſueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea eſt, multis autē in Circulo rectis Lineis exiſtentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum eſt, ita ſanè Dimetiens quoq; hæc tantùm vocatur, quæ tranſit per Centrum, nec intra Circunferentiam deſinit, neq; huius terminum tranſcendit: ſed vtrinq; ab ipſa terminatur. Et hæc quidem ipſius ortum oſtendunt. Quod autem in fine adiectum eſt, quòd bifariam quoq; Circulum ſecat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminãtur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente ſecari, Thaletem ferunt primum demonſtraſſe. Cauſa autem bipartitæ Sectionis eſt, indeclinabilis per Centrũ rectæ Lineæ tranſitus. cum .n. per medium ducatur, ſemperquè eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem ſeruet, ęquum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abſcindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem oſtendere deſideras, intellige ductam Dimetienrem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. ſi .n. ęqualis non eſt, vel intra cadit, vel

Qũo differãt Dimetiens, & Diagoniꝰ, & Axis.

Dimetiẽs in circulo tãtùm propriè dicit.

Thales.

Demõſtratio.

extra : vtcunque autem ſe habeat, eueniet minorem rectam Lineam eſſe æqualem maiori. ſiquidem omnes à Centro ad Circunferẽtiam, ſunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit. at hoc fieri non poteſt. congruũt ergo, & proinde æquales ſunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam ſecat.

Dubitatio Hac vtit obiectione Io. gra. in lib. cõtra Proc. Vide ét Siplicíũ 13. digreſsione contra Gra. in 8. phiſico. Solutio.

Verùm ſi vno exiſtente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitę verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum eſſe, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduerſus Magnitudinum in infinitum ſectionem. Nos autem dicimus quòd ſecatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm. & hoc quidem eſſentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vno Dimetiente duo ſunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitę erunt, & ſi in infinitum ſumptę fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt: verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia ſunt. ſemper ſiquidem ſumptę Dimetientes, finitę numero ſunt. quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuiſiones, cùm Numerus ante Magnitudines ſit, & omnes ipſarum ſectiones definiat, & infinitatem pręoccupet, ſemperqúe partes, quę oriuntur determinet?

TEXTVS

Defõ. 18. Semicirculus verò, eſt Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipſa Dimetiente aufertur Circuli Circunferentia.

Defõ 19. Centrum autẽ Semicirculi, idem eſt, quod etiam Circuli.

Cõm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę ſunt in Circulo Signis diſcrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamqúe ab alijs rectis, quæ intra Circulum deſcribuntur Lineis ſeparauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam ſit edocet: & quòd à duobus Terminis continetur, hiſqúe ſemper differentibus, Recta ſcilicet, atque Circunferentia: & quòd Recta illa non quælibet eſt, ſed Circuli Dimetiens. ſiquidem minus quoq; Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaqúe continentur, non tamen hęc Semicirculi ſunt. eò quòd Circuli diuiſio, per Centrum facta non eſt. Cunctæ ergo huiuſcemodi Figuræ,

Figurę biformes.

bifor-

biformes ſunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex diſsimilibus conſtant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus miſtis Lineis, veluti ſi duæ Ellipſes ſeinuicem interſecent (Figuram ſiquidem claudent, quæ inter ipſas intercipitur) vel à miſta, & Circunferentia, ſicuti quando Circulus ſecat Ellipſim: vel à miſta, & recta, vtpote Ellipſis dimidium. Semicirculus autem ex diſsimilibus eſt Lineis, verùm ſimplicibus, hisqúe per appoſitionem ſeinuicem tangentibus. Antequam igitur ſermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo poſt Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam ſpatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo poſſunt comprehendere ſpatia. & duæ Circunferentiæ ſimiliter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti ſi concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtroſque intercipitur ſpatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusqúe fit Angulus. non enim ſeinuicem interſecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæterùm quòd idem Semicirculi Centrum ſit, quod etiam Circuli, manifeſtum eſt. Dimetiens enim Centrum in ſe ſe habens, Semicirculum complet, ab hocqúe omnes ductæ ad Semicircunferentiam, ſunt æquales. hæc nanque pars eſt Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur eſt Semicirculi, Circuliqúe Centrum. Et eſt adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc ſola in ſuo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibuſdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumúe rerum affert imaginem, niſi omnes Figuras, quæ à primis non prorſus diſceſſere, ſed ipſis quodammodo participant, poſſe ipſis concentricas eſſe, eiſdemqúe cauſis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque eſt ipſis commune. Et forſan aſsimilatur vtique Semicirculus ſecundis poſt ſimplicisſima prin-

Monadicꝰ Circulus.

Figuræ, q̃ à duobus Terminis cõprehẽditur diuiſio

Cur Euclides Semicirculũ in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit ét ſegmenta. ibi .n. locus eſt proprius.

Figura Lunularis

Corona

Vtrinque cõuexa Figura.

Notãdum

Centrum tres habet locos.

Digresſio

Dupliciter Semicirculꝰ cũ Circulo cõicat.

Pulchra ſemicirculi cõſideratio.

cipia coordinationibus,quę illis principijs participant: & per cognationem,quam habent cum illis,licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen,quod eſt,primamqúe ipſarum cauſam reducuntur.

TEXTVS

Defõ 20. Rectilineę Figurę ſunt,quę à rectis cõprehenduntur Lineis.
Defõ 21. Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Defõ 22. Quadrilateræ verò,quæ à quatuor.
Defõ 23. Multilaterę aũt,q̃ à pluribus q̃ quatuor cõprehendũtur Lateribus.

Cõm.16.

Idẽ ĩ ſuperiori cõ.

Quomodo Binariꝰ. mediꝰ ſit ĩter vnitatem, & Numerũ. Qũo Semicirculꝰ medius ſit ĩter Circulũ, & Figuras rectilineas.

POſt Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemqúe Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progreſſus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta eſt, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidẽ cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quẽadmodum etiã Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius eſt. nam ſi Vnitas quidẽ componatur plus facit,quàm ſi multiplicetur: Numerus verò contrà, plus ſi multiplicetur, quã ſi componatur: Binarius aũt ſiue in ſe ſe multiplicetur,ſiue componatur,ęquale perficit. Quẽadmodum igitur iſtę Vnitatis, atque multitudinis medietas eſt: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Baſim cum Rectilineis cõmunicat,iuxta verò Circunferentiã,cum Circulo. Progrediuntur aũt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vſque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilaterę enim inquit,& Quadrilateræ, deincepsqúe cõmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ ſiquidem Multilateræ quoqꝫ ſunt; verùm habent etiã propriam præter cõmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progreſſum proſequi minimè potuiſſemus, cõmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarũ verò,Quadrilaterarumqúe duntaxat mentionẽ fecit, quoniã Numerorum ẽt primi ſunt in ordine Ternarius,& Quaternarius; ille quidem in Imparibus purus Impar exiſtens, hic verò in Paribus,Par. Vterqꝫ itaque ab ipſo fuit aſſumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad ſubſiſtentiam ipſarum iuxta omnes Numeros Pares quidẽ, atque Impares oſtendendam. Quinetiam cùm de his tanquã de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrãmis) in primo libro docturus ſit,non ĩmeritò ad hæc vſque propriam ſtatuit enumerationẽ: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cõmuni amplexus eſt nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

Duplici d̃ cauſa duarum tantùm rectilinearũ Figurarum Euclides mentionẽ fecit.

Prima cauſa.

Secunda.

ſuffi

ſufficiant. Rurſus autem altius exordiendo dicendũ, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à ſimplicibus continentut Lineis, aliæ verò à miſtis, aliæ autẽ ab vtriſque. Et earũ, quæ à ſimplicibus cõprehenduntur, aliæ quidẽ à ſimilibus ſpecie, vt rectilineæ: aliæ verò à ſpecie diſſimilibus, vt Semicirculi, & Segmẽta, & Apſides, quæ Semicirculis minores ſunt. necnon earum, quæ à ſimilibus ſpecie continentur, alię quidẽ à Circulari cõprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autẽ, quæ à Circulari Linea cõprehenduntur, aliæ quidẽ ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autẽ à pluribus continentur. Ab vna quidẽ, Circulus ipſe. A' duabus verò, alię quidẽ deangulares, vt Corona, quę à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Anguloſæ, vt Lunula. A pluribus autẽ quàm duabus, proceſſus in infinitũ. à tribus nanque, & quatuor, deincepsq́ue Circunferentijs quædã continentur Figuræ, ſi .n. tres Circuli ſe ſe tangant, quoddam ſpatium Trilaterum intercipiũt, quod tribus Circunferentijs terminatur: ſi verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsq́ue ſimiliter. Earũ autẽ, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidẽ à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autẽ à pluribus cõprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis ſpatium cõprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidẽ ſpatium, quod ab vno Termino, vel duobus cõprehenditur, aut miſtũ eſt, aut Circulare. Miſtumq́ue dupliciter, aut quoniã miſtæ ipſum cõprehendunt Lineæ, quẽadmodum illud, quod à Ciſſoide Linea intercipitur: aut quia diſſimiles ſpecie ipſum continent, veluti etiã Apſidẽ: dupliciter ſiquidẽ Miſtio fit, vel per Appoſitionem, vel per Confuſionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera eſt, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autẽ omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea eſt. ſiquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuiſione ſufficiant. Quòd autem Rectitudo progreſſionis, & motus, & infinitatis eſt Nota, quòdq́ue genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisq́ue, & motus autoribus peculiaris eſt, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hiſce peculiares ſunt Dijs, qui feracis totius Formarum progreſſus actionis ſunt principes. Quocirca generatio quoque per haſce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeq́ue ſubſiſtit ſuam ſortita eſt eſſentiam.

Planarum Figurarũ diuiſio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmẽta, & Apſides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis ſpatiũ nõ cõprehẽdit. idẽ ĩ ſuperiori com. & ĩferius ĩ 10. pronuntiato.

Figura dupliciter Miſta dicitur.

Dupliciter fit Miſtio. idem ſuperius ĩ com. 7.

Digreſſio.

Vide ſuperiꝰ cõ. 10.

Generationẽ hic intelligit Elemẽtarẽ regionem. vide etiam in com. 13.

TEXTUS

Defô 24 Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum eſt, quod tria Latera habet æqualia.

25. equicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26. Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27. Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum eſt, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtuſangulum autem, quod vnum Obtuſum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Côm. 17.

Duplex Triãgulorũ diuiſio.

TRiangulorum diuiſio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: ſequitur autẽ ea, quę ab Angulis tanquam propria. ſiquidem hi etiam tres Anguli ſolis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtuſus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, eſt vtique in non rectilineis quoque Figuris.

Diuiſio Triãgulorũ à Lateribus.

Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera ſunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia.

Diuiſio Triangulorum ab Angulis

& rurſus quòd Triangulorum alia Rectangula ſunt, alia Obtuſangula, alia Acutangula. & Rectãgulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quẽadmodum etiam Obtuſangulum, quod vnum habet Obtuſum: plures ſiquidem vno vel Rectos, vel Obtuſos Triangulum habere Angulos impoſſibile. Acutangulum verò, quod vtiq; omnes habet Acutos. non.n. hîc quoq; ſatis eſt vnicum habere Acutũ. cuncta ſiquidẽ Triangula hoc pacto Acutangula eſſent. nam omne Triangulũ duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulũ ſolum.

Cur Euclides duplicẽ Triãgulorum tradat Diuiſionem.

Triangulũ Quadrilaterũ, quod Acidoides

Videtur autem mihi Euclides ad illud ſolum reſpiciens ſeorſum quidem ab Angulis, ſeorſum verò à Lateribus diuiſionẽ feciſſe: quòd ſcilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam eſt. ſunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (ἀκιδοειδῆ) hoc eſt cuſpidis ſimilia à Mathematicis ipſis vocantur: à Zenodoro autem (κοιλογώνια) hoc eſt cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, ſu-

perqúe

perqúe vno Latere duas Rectas introrſum conſtitue. Clauditur igitur quoddam ſpatium, quod ab externis, & internis rectis cõprehenditur Lineis, tresqúe habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipſæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur eſt huiuſcemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo ſi quod tres habet Angulos inuenerimus ſiue Acutos, ſiue vnum Rectum, ſiue Obtuſum vnum, ſtatim etiam Trilaterum, quod vel ęquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum ſit, inuenimus. erit .n. fortaſſe & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera: & ideo nõ eſt temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda ſententia. At hæc quidem de his ſufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem ſimpliciter generationis, generabiliumqúe formationis dicunt eſſe principium. Quocirca tum naturales, tum conſtructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait eſſe Timæus. triplici nanq; diſtant Interuallo, & vndequaq; partibiliũ, varieqúe permutabilium ſunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumqúe materialium coniunctiones, ſolutas præ ſe ferunt: quemadmodum ſanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipſis aduentitium, coniunctionemqúe præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dijs quatuor conſecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem deſuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmẽtis deuenientem, in hiſce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam conſtituit eſſentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terreſtrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota eſt, humidum, calidumqúe exiſtens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti ſunt adinuicem. propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipſorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiã differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium conſtitutionis eorum, quæ ſub Luna ſunt, & autorem eſſe fatebimur. nam rectus quidem Angulus eſſentiam ipſis exhibet, & ipſius Eſſe menſuram determinat: Rectanguliqúe Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit eſſentiam, Obtuſus verò vniuerſam diſtantiam ipſis tribuit:

Obtu-

vel Cœlogoniũ appellatur.

Quadrangulũ quinquilaterũ.

Digreſſio.

Pythagorei.

Timæus.

Attẽde ſimilitudinem pulcherrimã, & nota q̃s ſit Aduentitius Angulꝰ, quẽ Triãguli tres Anguli Lineis Triãgularibus præbẽt.

Philolaus quatuor Diis Triãgulare Angulũ cõſecrauit.

Quadripartita Elemẽtorũ exornatio

Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quę ſint horũ Deorũ in ĩferioribꝰ operõnes.

Nota quæ ſint horũ

Decorũ ꝓpriæ naturæ. Cõfirmat Pythagoreorũ, & Timæi dictum alia ratione. Finis Digreſsionis Documentum. Septẽ Triangulorũ ſunt ſpẽs.

Obtuſanguliq́ue Ratio formas materiales in magnitudinẽ auget, & in omnis generis mutationẽ. Acutus autem Angulus diuiſibilem ipſorum naturã efficit: Acutanguliq́ue Ratio diuiſiones ipſis in infinitũ fieri præparat. ſimpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo diſtantem, & vndequaq; partibilẽ materialium corporum conſtituit eſſentiam. Tot quidẽ de Triangulis erant à nobis inſpicienda. Ex hiſce autẽ diuiſionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum ſpecies eſſe ſeptẽ numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidẽ vnum eſt, cùm Acutangulum tantùm ſit: reliquorum autẽ vtrunque eſt triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulũ eſt, aut Obtuſangulũ, aut Acutangulum: Scalenumq́ue ſimiliter hanc triplicẽ habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo ſe habẽt, ſeptẽ omnes Triangulorum ſpecies dicantur.

Digreſsio Aequilaterum Triãgulũ Diuinis aſsimilatur Aĩs. Aequicrus meliorib⁹ generibus. Scalenum Vitis partibilibus.

Rurſus autẽ iuxta Laterum quoq; diuiſionem, Triangulorum ad ea, quæ ſunt proportionẽ intelligas: nam Aequilaterum quidẽ æqualitate prorſus, ſimplicitateq́ue præſtans, Diuinis cognatũ eſt Animis: menſura ſiquidem eſt & inæqualium æqualitas, queẽadmodum & inferiorũ omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialẽ naturam dirigentibus, quorũ maior pars quidẽ menſura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemq́ue ĩmoderationem attingunt: Aequicrurium nanq; duo quidẽ Latera æqualia ſunt, Baſis autẽ inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaq; claudicãt, ſe ſeq́ue præparant, cùm ad generationẽ tendant, refertæq́ue materia ſint.

TEXTVS

Defõ 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem eſt, quæ æquilatera eſt, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.

33. Rhomboides verò, quæ ex oppoſito Latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Cōm. 18. Diuiſio Quadrilaterarū Figurarū ſecundū Poſidonium.

QVadrilaterarum Figurarum primam diuiſionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipſarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, ſed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut.n. vtrūque habere oportet, æqualitatem ſcilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter conſtituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorſus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuſcemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura ſeptem nobis conſtituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum eſt: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: ſexta, Scalenum Trapezium: ſeptima, Trapezoides. Verùm Poſidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorum diuiſionem, quippe qui ſeptē horum quoqꝫ poſuit ſpecies, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimè potuit, quippe qui neqꝫ de Parallelis mentionē fecit, neqꝫ de Parallelogrāmo ipſo nos docuit. Trapezia aūt, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipſa deſcribens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē eſt ex oppoſito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanqꝫ, & Altera parte longius, ipſeque Rhombus ex oppoſito Latera, & Angulos habent æquales. Ipſe autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne ſolis ipſum negationibus definiat, cùm neqꝫ æquilaterū ipſum dixiſſet, neqꝫ rectangulū. in quibus.n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti neceſſarium eſt. Quòd verò hoc ſit cunctis commune Parallelogrammis ipſum oſtendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtuſitates, & Acumina. cùm illa rectangula ſint. ſi.n. Quadran-

Septē sūt ſpēs Quadrilaterarum Figurarum.

Euclidis Diuiſio.

Parallelogrāmorū ꝓprietas.

In Propoſitiōne 34 primi. Documētum.

gulum, aut Partealtera longius iuxta oppoſitos Angulos diſtrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosqúe fieri reperies; alios verò dilatari, Obtuſosqúe apparere. Videturqúe hoc nomen Rhombo à motu impoſitum fuiſſe. etenim ſi Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò ſi Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipſis ſtatim apparet. De ipſo autem Quadrangulo fortaſſe quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus eſt commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neq; æquilatera ſunt, ſimiliterqúe Quinquanguli; ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici poteſt. ipſe ſiquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum ęquilaterum] vel [Quinquangulum, quod ęquilaterum ſit, atque æquiangulum] quaſi poſsint hæc, talia quoq; non eſſe. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, ſtatim æquilaterũ indicat, atque rectangulum. Huiuſce autem rei ratio hæc eſt. Solum Quadrangulum ſpatiũ & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipſorum Rectus eſt, Angulorum menſuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præſtans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumqúe Obtuſos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris ſolum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumqúe Rectitudine repletum ſit, hoc nomen ſortitum fuit. præſtantibus enim formis, Totius nomen ſæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ eſſentiæ afferre imaginem. purum ſiquidem, immaculatumqúe ordinem per hoc potiſsimùm ſignificant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipſa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus ſtabilis collocationis, & puri, incontaminatiqúe ordinis, & indeclinabilis potentiæ ſunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quaſi ab imagine manifeſtantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehenſionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Veſtæqúe Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrã cõſtituat, proximumqúe ipſius ſit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipſa, genitalia ſemina, fœcundasqúe ſuſcipiat potentias, non iniurià hiſce Dijs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

†optimũ.

Digreſsio Pulchra Pythagoreorũ conſideratio.

Motus ab inęqualitate emanat Quies aũt ab ęqualitate, idẽ in 1. lib. c. 13

Philolaus trib⁹ Deis Quadrangularẽ angulũ cõſecrauit.

Quadrangulũ pximũ Terræ eſt Elemẽtũ. Idẽ ſu gientibus Quadranguli Angulum permiſit. quidam etenim Terram, Cereremque ipſam, Veſtam appellant, & tota Rhea ipſam participare dicunt, omneſque in ipſa eſſe genitrices cauſas. Terreſtri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Aſſimilant autem quidam vniuerſæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & ſeipſa contentam, & Menſuram, & Terminum vitæ, omniſque Obtuſi, & Acuti medietatem. Oportet autẽ non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipſorum tranſitum oſtendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariuſque Triadicus fœcundorũ quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in ſtatuque ſuo conſeruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulũ Iouis eſſe Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conſeruat. præeſt enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuerſumque abſolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris noſtri ſententiam declarantes, tum etiam ad inſpectiores apprehenſiones ijs anſam præbentes, qui intellectilium, occultarumque eſſentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide ét Platonem in Timęo. Vide iterpretem in Theogonia Heſiodi.

Quorũdã cõtẽplatio

Notãdum pulcherrimum.

Cõcluſio.

Duodenarius eſt Iouis imperium.

Dodecagoni Angulũ Ioui Philolaus cõſecrauit cuius cãm vide etiã apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclũ in Thimæo, & apud Plutar. in op. de Placitis.

Epilogus.

Defõ 35.

TEXTVS

Parallelæ rectæ Lineæ ſunt, quæ cùm in eodem ſint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in nulla parte ſibi inuicem coincidunt.

QVę nam ſint Parallelarum Elementa, quibuſque in his accidentibus cognoſcantur, poſtea diſcemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę ſint, his verbis definit. Oportet itaque ipſas (inquit) in vno eſſe Plano, & dum ex vtraq; parte producuntur non coincidere, ſed in infinitũ produci. & non Parallelę niſi aliquatenus producantur, non coin-

Cõm. 19.

In ꝑpõne 27. & 28.

cident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit. neque etiam hoc abſolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri poteſt vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera diſtant. Cauſa autem hæc eſt, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum ſpatium comprehendere poſſunt. quòd ſi ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem eſſe Plano, rectè inſuper acceptum fuit. ſi enim altera quidem in ſubiecto eſſet Plano, altera verò in ſublimi, iuxta omnem poſitionem ſibi inuicem non coincident. non tamen proinde Parallelę ſunt. Vnum igitur Planum ſit, producanturqúe ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte ſibi inuicem coincidant: his enim exiſtentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Poſidonius autem hæ Parallelæ ſunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: ſed æquales habent omnes Perpendiculares, quę à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores ſemper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia ſibi inuicem annuunt. Perpendicularis ſiquidem Spatiorum altitudines, Linearumqúe diſtantias terminare poteſt. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus exiſtentibus, æquales etiam ſunt rectarum Linearum diſtantiæ: maioribus verò, atque minoribus factis, diſtantia quoque fit maior, & minor, & ſibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus ſunt Perpendiculares minores. Sciendum autem eſt, quòd ipſum non coincidere haud prorſus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum nanque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: ſed opus eſt etiam ipſas in infinitum produci. Hoc autem non ſolis Rectis, verum etiam alijs ineſt Lineis. poſſibile enim eſt intelligere Helices circa rectas Lineas ordine deſcribi, quæ ſi vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his rectè diuiſit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ ſunt terminatę, Figuramqúe continent, vt Circulus, ipſiuſqúe Ellipſis Linea, necnon Ciſſoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectanguliqúe Coni, atque Obtuſanguli ſectio, necnon Conchoides ipſa. Rurſus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ ſectiones: aliæ verò coëuntes, Figuramqúe facientes, in infinitum poſtea pro-

ducun-

Duę rectę Lineę nullũ ſpatiũ cōprehendere poſſunt. Idē in cō. 15. & 16. & hæc eſt cā cur nō Parallelę ex vna parte in infinitũ ꝓduci poſſint.

Cōdōnes Parallelarũ rectarũ Linearũ.

Poſidonii Parallelarum defō.

Perpendiculares terminãt Spatiorũ altitudines, & Linearũ diſtantias: ideo ꝑpendiculari Figurarũ metimur altitudines, vt dictũ eſt ſuperius in cōm. 10.

Notandũ.

Diuiſio Linearũ ſecundũ Geminum.

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes ſunt, quę ſcilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno ſunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoq́ue Plano exiſtentium, aliæ quidem æquali ſemper interuallo diſtant ab inuicem: aliæ verò interuallum ſemper imminuunt, quēadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæ ſiquidem cùm imminuatur ſemper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem ſibiinuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile eſt in Geometria Theorema, oſtendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali ſemper diſtant interuallo, quæ ſunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas poſitum eſt nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ ſunt.

Admirabile in Geomet. Theorema. de quo ẽt inferius in cõm. 3. & 3 quarti Hic quędã q̃ non sũt parui momẽti animaduertemus in cõmentariis noſtris.

Tot etiam ab eleganti Gemini ſtudio ad propoſitorum explanationem decerpſimus.

❧

FINIS SECVNDI LIBRI.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

De Petitione, & Pronuntiato Cap. Vnicum.

Cōtinuatio Libri.

In cap. 8. ſuperioris Libri.

QVVM Geometriæ principia trifariè diuiſa ſint, in Suppoſitiones, Petitiones, & Pronuntiata, quænam inter hæc ſit differentia, in ſuperioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius diſſerere in præſentia propoſitum nobis ſit, quandoquidem & de ijs præcipuè nunc ſermonem habeamus. Suppoſitiones ſiquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis expoſuimus.

Cōmunitas Petitionū, & Pronūtiatorum ex ſententia autoris, et Gemini. Eorū differentia.

Commune igitur eſt tam Pronuntiatis, quàm Petitionibus nulla egere demonſtratione, neque Geometrica fide: ſed tanquam manifeſtas accipi, cæterorumqúe principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus diſtincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta conſequitur perſpicere, ac cognoſcere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem ſanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per ſe ſe cognitu manifeſta ſunt, noſtriſqúe indoctis notionibus ſunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunꝙ factu, comparatuqúe facilia ſunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæqúe nulla egent varietate, & nulla Conſtructione. Euidens ergo, & indemonſtrabilis cognitio, inconſtructaqúe ſumptio, Petitiones, à Pronuntiatis diſtinguunt. quemadmodum etiam demonſtrans cognitio, Quæſitorumqúe vnà cū Conſtructione ſumptio Theoremata, à Problematibus ſeiunxit. vbique .n. principia, ſimplicitate, & indemonſtrabilitate, atque eò quòd per ſe ſe fidem faciunt, ijs, quæ poſt principia ſunt præſtare oportet.

Speuſippus.

vniuerſaliter ſiquidem (inquit Speuſippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decurſu profert, & ad futurā inquiſitionem

nem pręparat,euidentioremq́ue horum habet apprehenſionẽ,quàm obiectorum viſus:alia verò cùm ſtatim aſſequi non poſſit, per tranſitum ab illis progrediens, iuxta conſequentiam ipſa venari conatur.

Exẽplum.

Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere,tanquã euidens,factuq́ue facile ſuſcipit. Cùm enim indecliui Signi fluxu componatur, ſimulq́ue progrediatur, eò quòd nuſquam magis,vel minus declinat,in altero incidit Signo. Rurſus ſi vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipſum moueatur, Circulum nullo negotio deſcripſit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem deſcribere voluerit,magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipſa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit conſtituere,is quoq; methodo quadam egebit, ad Trianguli conſtitutionẽ.

Helicis Planę generatio.

dicet .n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam,quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud,& Signũ, quod à manente Extremo in ipſa moueatur, vnius reuolutionis Helicẽ deſcripſi. cum .n. ſimul & rectæ Lineæ extremitas, quæ deſcribit Circulum,& Signum, quod in ipſa mouetur recta Linea, in eodẽ Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rurſus cùm Circulos æquales deſcripſerim, & à cõmuni ſectione ad Cẽtra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroq́ue Centrorum,ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum.

Aequilateri Triãguli cõſtitutio.

Multũ itaque abeſt vt hæc ſimplici apprehenſione, primaq́ue notione perficiantur. nam contenti eſſemus ortus ipſorum conſequi. Facilius ergo,vel difficilius hæc comparari,& vel pluribus, vel paucioribus Medijs oſtendi, propter aggredientium habitus euenit: prorſus verò Demõſtratione egere,atq; Conſtructione,propter Quæſitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur ſimplex, & deprehenſu facile debet eſſe, Petitio inquam,& Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandã materiam, ad Symptomatis aſſignationem, quæ habeat ſimplicem, facilemq́ue deprehenſionem: Pronuntiatum verò, quoddam per ſe accidens dicit, ex ſe ſe audientibus cognitum. vtpote calidum eſſe Ignem, vel quoddã aliud eorũ,quæ manifeſtiſſima ſunt, & in quibus dubitantes, aut ſenſu,aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiuſdem quidẽ generis eſt Petitio, & Pronuntiatum: differunt autẽ iam dicto modo. vtrũque .n. principium eſt indemonſtrabile, verùm hoc quidem ſic: illa verò aliter,vt diximus. Iam autem alij quidem omnia iſta Petitiones

vocan-

vocanda cenſent, ſicut etiam Problemata, Quæſita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) ęqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus ęquè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quiſpiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quēadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonſtratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia tranſiere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametſi ambo indemonſtrabilia ſint, quemadmodum illa, demonſtratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile ſumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium conſenſu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis diſtinguit. Alij autem fortaſſe dicant quòd Petitiones quidem, ſunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuerſæ, quæ circa Quantum, & Quotum verſatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos eſſe æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem ſunt æqualia, inuicem quoq; eſſe æqualia, communis eſt notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quiſq; ſcientia præditus vtitur quod cōmune eſt ſuæ accomodans materiæ. Ariſtoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonſtrabilis ſit, ab audienteqúe non concedatur, tāquam principium tamen ſuſcipi: Pronuntiatum verò, per ſeſe indemonſtrabile eſſe, omneſqúe id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui diſputationis gratia contra ipſum dubitarint. Tres itaq; cùm ſint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipſo Comparare, ac Cognoſcere tantū Petitionem à Pronūtiato diſtinguit, manifeſtum eſt, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem eſſe, non eſt Petitio. nec quinta, quæ ait, ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad eaſdemqúe partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. hæ ſiquidem neq; in Conſtructione ſumuntur, nec quicquam facere iubent: ſed Symptoma quoddam oſtendunt, quod rectis Angulis ineſt, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò ſecundam non erit Pronuntiatū illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nūc tanquam Pronuntiatum adſcribunt. hoc enim Geometricæ materię proprium eſt, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos An-

gulos

Archimedis, & aliorū opinio.

Prima Petitio Archimedis ī lib. Aequipōderantium.

Aliorū opinio, de qua vide ēt in ſuperiori libro cap. 8.

Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt. Idē in principio capitis.

Aliorum opinio de differētia Petitionū, & Pronūtiatorum.

Ariſtotelis opinio de differētia Petitionis, & Pronuntiati q̃ vide ēt ī ſuperiori libro cap. 8. & primo poſt. tex. 25.

Iuxta primā differentiā nec quarta, nec quīta Petitio, in Petitionibus cōnumerari debent.

Iuxta ſecūdā differentiam nō eſt Pronuntiatū, illud, qđ vltimū in gulos æquales eſſe. Iuxta autem tertiam, quæ Ariſtotelica eſt, omnes quidem, quę per demonſtrationē quandam de ſeſe fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonſtrabilia ſunt, Pronuntiata. Fruſtra igitur Pronuntiatorum demonſtrationes tradere conatus eſt Apollonius. rectè enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonſtrabilium quoque demonſtrationes excogitarunt, ab ignotioribusq́ue Medijs ea, quæ ſunt omnibus nota probare conati ſunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui oſtendere voluit verum eſſe Pronuntiatum, quod ait quæ eidem ſunt æqualia, & ſibi inuicem æqualia eſſe: alij verò quæ etiam demonſtratione indigent, in indemonſtrabilibus aſſumpſere. vt Euclides ipſe quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonſtratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non eſt quorum conuerſa, Theoremata demonſtrabilia ſunt, hæc tanquam indemonſtrabilia aſſignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores ſunt, ipſemet Euclides in illo oſtendit Theoremate, quod ſic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores ſunt, omnifariam ſumpti] Quinetiam quòd non prorſus quicunque Recto æqualis, Rectus eſt, perſpicuè oſtenditur. Non ergo indemonſtrabilia eſſe horum conuerſa concedendum eſt, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem eſſe Petitiones: reliquas verò duas, & ipſarum conuerſas demonſtrante egere ſcientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas ſpatium non comprehendere addi ſuperuacaneè. Siquidem per demonſtrationem de ſe fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc ſufficiant. Rurſus autem Pronuntiatorum, alia quidem ſunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipſis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum eſt. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ ſibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum eſſe diuiſibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata ſunt. illud autem, quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, omniaq́ue huiuſcemodi, ambabus communia ſunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuſcunque ſuum ſubiectum poſtulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Conſimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem ſingulis propriæ ſunt

Pronuntiatis enumeratur. Quæ ſint Petitiones, & q̄ Pronuntiata ex Ari. ſentētia.

Reprehēdit Apolloniū iuxta Ariſt. et Gemini ſentētiā.

Reprehēdit Euclidē iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriā ſentētiā, quippe q. quartā, & quintā Petitionē, malè ī Petitionibus enumerauit.

In Propoſitione 17 primi Elementorū.

Hoc inferius oſtenditur in cōment. 2.

Iuxta Gemini ſentētiā excludit à Pronuntiatis vltimū ꝓnuntiatū.

Epilogus. Pronūtiatorū, et Petitionū diuiſio, per quā 2. opinio d' dr̄ia Petitionis & Pronūtiati, cōfutatur.

ſcientijs,aliæ verò cõmunes omnibus. nam illam quidẽ,quę petit diuidere Numerũ in partes minimas,peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ eſſe dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere,Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nanq;, & Magnitudo poſſunt hoc pati.

Quãtitas hic cõiter ꝑ genere accipitur.

PETITIONES.

TEXTVS

Petitio 1. Petatur ab omni Signo ad omne Signũ rectam Lineam ducere.

Secũda. Et rectam Lineam terminatam ſecundum continuum in directum producere.

Tertia. Et omni Centro, & Interuallo Circulum deſcribere.

Cõm. 1.

TRes iſtę tum propter facilitatem,tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemîni ſententia neceſſariò collocandæ ſunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere,eam conſequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum eſſe ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui,breuiſſimoq́ue motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta eſt, nilq́ue varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipſa Signo terminetur, ſimiliter ipſius Extremum breuiſſimo,indecliuiq́ue motu moueri intellexerimus, ſecunda Petitio à facili,ſimpliciq́ue apprehenſione comparata erit. Si verò terminatam rurſus rectam Lineam manere quidem ſecundum alterum eius Extremum,moueri autem circa id,quod manet,ſecundum reliquũ,tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, eſt Signum id,quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta .n. hæc eſt, tanta eſt Centri ad omnes Circunferentiæ partes diſtantia. Siquis autem dubitet,quomodo motus ipſos Geometricis rebus adhibemus,ĩmobilibus exiſtentibus,qũo autẽ impartibilia mouemus (hęc.n.minimè fieri poſſe) eum rogabimus non paſſim moleſtũ eſſe, ſi memoria tenet ea, quę in principio demonſtrata fuere. quòd vtiq; Rationes eorũ,quę in Phantaſia iacent, omnes ibi deſcribũt Cogitationis imagines,quarũ Cogitatio ipſa rationẽ habet. Tabella .n. non ſcripta,huiuſcemodi Mens eſt,vltima, atq; paſſibilis. At nulla apud nos oratio hęc. Mẽs.n.illa,quæ recipit ſpecies,aliunde per motũ ipſas recipit. & motum quidẽ non corporeum, ſed imaginarium intelligamus, impartibiliaq́ue corporeis moueri motibus minimè cõcedamus, verùm imaginarios pati decurſus. Etenim Mens impartibilis exiſtens mouetur, non tamen ſecundum locum. & Phantaſia iuxta eius

Dubitatio

Solutio

Mens vltima, & paſſibilis,& q̃ recipit ſpecies,idẽ in ſuperiori lib.cap.1.

Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus reſpicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deſerimus. A corporeo itaque loco, externisqúe motibus impartibilia pura ſunt: motus verò alia ſpecies, aliusqúe locus motibus illis cognatus in ipſis conſideratur. ſiquidem poſitionem quoque in Phantaſia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere poteſt, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimenſione ſunt, dimenſionem habet & ipſe: impartibilium verò nullam habet dimenſionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum ſunt ſpecies, & aliæ quæ ab illis conſtituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantaſia excogitantur: necnō alius partibilium eſt locus, & alius impartibilium. Oportetqúe hæc diſtinguendo, rerum eſſentias non confundere, neq; perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ ſunt, in ſuis cauſis cōtinentur impartibilibus exiſtentibus, ab ipſisqúe terminantur: & ꝙ etiam prius quā conſtituantur, vndequaq; ab ipſis comprehenſa ſunt. nam Signis exiſtentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipſisqúe terminatur, & inter ipſa recipitur. Secunda verò, qũo ea, quę ſunt proprias habendo cauſas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis ſeruantia, quę tandem ab ipſis nō abripiuntur: ſed propter infinitę potentię cauſam, vbiq; permeare conãtur. Tertia aũt, qũo ea, quę progreſſa ſunt, ad propria rurſus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regreſſum. Scire aũt oportet ꝙ in infinitum produci non omnibus ineſt Lineis. neque .n. Circulari, neq; Ciſſoidi, neq; omnino illis, quæ Figuram deſcribunt, quinetiam neq; illis, quę nullam faciunt Figuram. neq;.n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa conſtituitur. neq; vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam poſſibile eſt. non enim omnis Linea inter omnia Signa ſubſiſtere poteſt. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digreſsio.

Finis Digreſsionis Documētum.

TEXTVS

Petitio 4.

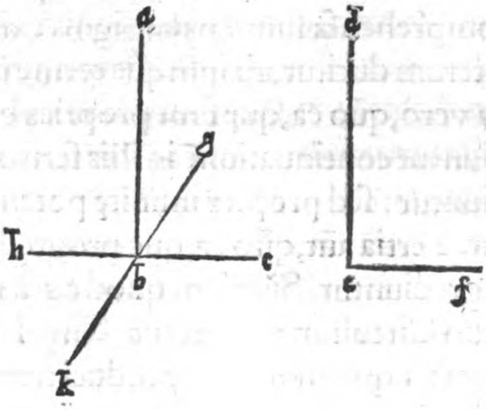
Et omnes rectos Angulos ſibi inuicem æquales eſſe.

Cōm. 2.

PRæſens Petitio ſi quidem tanquam manifeſta, nullaq́ue egens demonſtratione à nobis cōceditur, Petitio quidē non eſt ex Gemîni ſententia: ſed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per ſe accidens dicit, nihil ſimplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Ariſtotelis diuiſionē Petitio eſt. Petitio enim ex ſententia illius aliqua indiget demonſtratione. Si verò demonſtrabilem ipſam eſſe dicimus, ipſiusq́ue demonſtrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemîni ſententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; ſecundum etiam noſtras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; ſunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, reſpectu cuiuſcunq; Recti æqualis eſt. etenim primum rectum Angulum hoc modo conſtituimus, ſtantis rectæ Lineæ, ſuper quam ſtetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonſtrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, ſint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f. Dico quòd æquales ſunt. ſi.n. non ſunt æquales, alter ipſorū ſit maior, vtputa qui ad Signū b. Si igitur Linea d e, ad Lineā a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vſq; ad Signum h. Quoniā igitur Angulus a b c rectus eſt, Angulus quoque a b h rectus erit, & ſibi inuicem erunt æquales. habemus.n.in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps eſt Angulo æqualis eſt. Angulus ergo a b h maior eſt Angulo a b g. Producatur rurſus Linea g b vſque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus eſt, & qui deinceps eſt Angulus, rectus erit, ac propterea ipſi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis eſt, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, ſed erat etiam maior, quod fieri non poteſt. Non eſt igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expoſitoribus oſtenſum fuit, & non multa egebat conſideratione. Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuerſa, vera non eſt, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum eſſe. verùm ſi rectilineus fuerit, abſque dubio Rectum eſſe. Poſſe autem curuilineum

Excludit quarta Petitio à Petitionū numero, tū iuxta Gemini, tum iuxta Ari. ſententiā. idē ſuperius cō. 1. hui⁹ libri.

Demōſtratio quartę Petitionis



In 10. definitione.

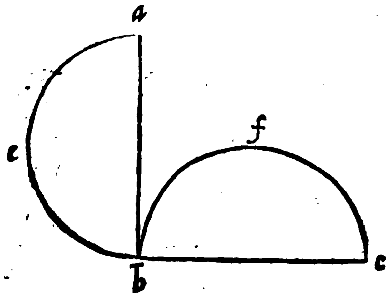
Pappi documentū.

quoq;

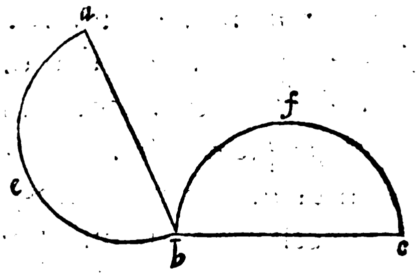
quocꝫ Angulum Recto æqualem oſtendi. Et eſt manifeſtum quod huiuſcemodi Angulum, poſſe Rectum eſſe non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuiſione Rectum accipiebamus, à recta Linea ſuper ſubiectã rectam Lineam inflexibiliter ſtante ipſum conſtituentes.

In 10. definitione.

Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus eſt, ſiquidem necꝫ rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum eſt, rectum facientes, in ipſisq́ue Semicirculi, Centro, & Interuallo deſcripti a e b, & b f c. Quoniã itaque Semicirculi æquales ſunt, ſibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis eſt Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c.



Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis eſt, ipſi ſcilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non eſt. Eodem autem modo ſi etiam Obtuſus, vel Acutus ſit Angulus a b c, æqualis ipſi Cornicularis Angulus oſtendetur (hoc enim eſt genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum eſt, quòd in Recto quidem, atque in Obtuſo medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre: recta enim Linea c b, Circunferentiam b e ſecat. Ponantur igitur vtriuſque ſuppoſitionis exemplares deſcriptiones. Hæc itacꝫ deſcripta ſint.



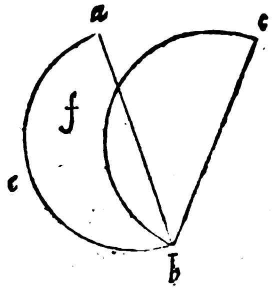
Documẽtum.

quæ quidem oſtendunt & quòd omnes Recti ſibi inuicem æquales ſunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipſe eſt. nam ſi necꝫ rectilineus eſt, quonam pacto rectum quis ipſum dicet? Manifeſtum autẽ eſt ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata eſt, quemadmodum Acumen, atque Obtuſitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiuſdem ſunt coordinationis (vtraque enim ſub Fine exiſtit) vt etiam ſimilitudo: Acumen verò, atque Obtuſitas eiuſdem cum inæqualitate ſunt ſeriei, veluti & diſſimilitudo: ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ ſunt.

Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inſpicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, ſimilem. quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem ſimilitudo in Qualitatibus eſt.



Petitio 5.

TEXTVS

Et ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua ſunt Anguli duobus Rectis minores.

Cōm. 3. Ptolemę⁹ in Lib. cui titulus eſt, à minoribus duob⁹ rectis productas coīcidere. In 17. propōne primi Elem. Quorūdā obiectio. Gemini reſponſio Ariſto. 1. Ethi. cap. 3. idē ēt ſuperius ī 1. lib. c. 11. Simmias ī Phędone Platonis, de quo vide ēt Plu. in vita Periclis.

HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema.n. eſt, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro ſoluere ſibi propoſuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonſtratione indiget, & eius cōuerſum Euclides etiam tanquam Theorema oſtendit. Fortaſſe autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam eſſe cenſerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorū diminutionem, Rectarum nutus fidem per ſe ſe præbet. Ad quos Geminus rectè reſpondit dicens, quòd ab ipſis huiuſce ſcientiæ autoribus didicimus, non prorſus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeſſendas. ſimile.n. eſt, inquit etiā Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes poſtulare, & Geometram probabiliter diſputantem patienter auſcultare. & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonſtrantes vanos eſſe ſcio. Et hîc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque neceſſarium eſt: hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē neceſſarium eſt, niſi aliqua ratio demonſtret, quòd in rectis Lineis hoc verum eſt. nā eſſe quidē quaſdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aūt coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū eſt, & in alijs Lineæ formis obſeruatum fuit. Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri poſſit, quod in illis fit Lineis? antequam.n. per demonſtrationem ipſum conuicerimus, quæ in alijs oſtenduntur Lineis, Phantaſiæ moleſtiam afferunt. Quod ſi & rationes contra coincidentiam Linearum dubitā-

Idē in fine ſecundi libri.

tes

tes valde mordaces eſſent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à noſtra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonſtratio quærenda eſt præſentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum eſt, ex his patet: quomodo verò demõſtrandum ipſum ſit, quibusqúe rationibus quæ contra ipſum feruntur inſtantiæ auferendæ ſint, ibi dicendum, vbi & ipſe Elementorum inſtitutor mentionem eius facturus eſt, tanquam manifeſto vtens. tũc enim neceſſarium eſt ipſius euidentiam oſtendere, quippe quæ non indemonſtrabiliter ſe ſe offert, verùm per demonſtrationem manifeſta fit.

Excludit oino Petitio hæc è numero Petitionũ.

PRONVNTIATA.

TEXTVS

Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Primũ ꝓnuntiatũ
Et ſi æqualibus æqualia adiiciantur, tota ſunt æqualia. 2
Et ſi ab æqualibus ęqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia ſunt. 3
Et ſi inæqualibus æqualia adiungantur, tota ſunt inæqualia. 4
Et ſi ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia ſunt. 5
Et quæ eiuſdem duplicia, ſibi inuicem ſunt æqualia. 6
Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, æqualia ſunt adinuicem. 7
Et quæ ſibi met ipſis congruunt, adinuicem æqualia ſunt. 8
Et totum, eſt ſua parte maius. 9
Et duæ rectæ Lineæ ſpatium non comprehendunt. 10

Cõm. 4.

HAec ſunt ea, quæ iuxta omnium ſententiam indemonſtrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus ſic ſe habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propoſitiones ſimpliciter Pronuntiata appellant, qualeſcunque fuerint, ſiue immediatę propriè ſint, ſiue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem ſimplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare conſueuerunt: cumqúe dialecticas nobis Artes ſcribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab aliis Propoſitionibus Pronuntiata diſtinguentes, immediatam, per ſeſeqúe propter euidentiam fidem facientem propoſitionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Ariſtoteles, ipſiqúe Geometræ dicunt. idem enim eſt iuxta horum ſententiam Pronuntiatum, & commu-

Idẽ in 2. libro cap. 8.

Ariſto: & Geometrarũ opinio: idẽ in lib. 2. cap. 8.

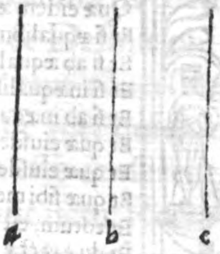
nis

Dãnatur Apolloni⁹ qui Pronũtiata de-- mõſtrauit idẽ ſuperius ĩ c. 1. huius lib. In demõſtrabilia à demõſtrabilibus natura differũt. & eorũ ſcię diuerſę ſunt idẽ Ariſt. 1. poſt. t. 5. & 6.

Apollonii demõ.

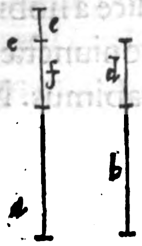
nis notio. Multum igitur abeſt vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonſtrationes ſcripſit, quippe qui ex oppoſito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonſtrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonſtrabilium quoque demonſtrationes inuenire conatus eſt. Hæc autem natura ab inuicem differunt, ſcientiarumq́ue genus diuerſum eſt. earũ inquam, quæ ſiunt circa immediatas propoſitiones, quę omnino propter euidentiam in noſtram cognitionem cadunt: & earum, quæ demonſtrationibus vtuntur, quę principia ab illis accipiunt, cumq́ue acceperint in proprĳs concluſionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demõſtratio, quam Apollonius inueniſſe ſibi perſuaſit non magis cognitum concluſione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoſcere quis poterit ſi & paululum in ipſam inſpexerit. Sit enim (inquit) a æquale ipſi b, & b ęquale ipſi c, dico quòd etiam a ipſi c æquale eſt. Cùm enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locum, quẽ b. & quoniam b ipſi c ęquale eſt, eundem, quẽ & ipſum occupat locum. & a igitur eundẽ occupat locum, quem c. ęqualia igitur ſunt. In his itaque duo præaſſumpſiſſe oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupãt locum, ſibi inuicem æqualia ſunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & adinuicem eundem occupant locum. Quòd autem hæc præſenti Pronuntiato obſcuriora ſint, manifeſtum eſt. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia ſunt? ſecundum Totum, an ſecundum partem? vel ſecundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum eſt, ad locum tranſire, qui ĳs, quę in loco ſunt ignotior nobis eſt. difficilis enim, atq; ambigua eſt eſſentiæ ipſius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquã immediata, ac per ſe manifeſta tradẽda ſunt, cùm per ſe nota & credibilia ſint. qui enim ĳs, quæ manifeſtiſsima ſunt demonſtrationem affert, non cõfirmat veritatem, quę de ipſis eſt: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis pręnotionibus habemus. hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum eſt tanquam proprietatis ipſorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum ſcientiarum generis ſunt, & non ſolùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocq́ue neceſſarium eſt. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars:

Prĩa Pronũtiatorũ ꝓprietas. Secunda Pronũtiatorum ꝓprietas



&

& Magis, ac Minus diſcretis, continuiſque Quantitatibus communia ſunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines verſatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum eſt tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia eſſe: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque à nobis ſumptum fuerit. Communibus autem exiſtentibus vnuſquiſq; ſecundum propriam materiam vtitur, quoad ipſa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipſis inſuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque ſcientia concluſiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neq; ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm poſuit. Pronuntiatum .n. & illud eſt, Totum eſt ſua parte maius, Geometraque paſſim hoc in demonſtrationibus aſſumit: necnon illud, Quæ ſibi metipſis cõgruunt ęqualia ſunt. etenim hoc ſtatim in quarta Propoſitione ad Quæſitum prodeſt. neque etiã alia aliijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria ſunt, vt duas Rectas ſpatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis ſint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam poſita ſunt conſequuntur, vt illud, quod ait eiuſdem duplicia, æqualia eſſe. hoc enim illud conſequitur, quod ait ſi æqualibus æqualia addantur, tota æqualia eſſe. nam quæ Dimidio ſunt æqualia, cùm ipſum Dimidium aſſumpſerint, eiuſdem duplicia quidem fiunt, & ſibi inuicem ęqualia, propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non ſolùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiuſdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conſcribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiijciantur, totorum exceſſus, adiunctorum exceſſui æqualis eſt. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum exceſſus exceſſui eorũ, quæ à principio erant æqualis eſt. & ſunt hæc quoque ex ſe ſe manifeſta, oſtenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adiijciãturque ipſis inæqualia c, d, ſit autem c maius d, ipſo e, reliquum verò ſit f. Quoniam igitur a ipſi b æquale eſt, necnon f ipſi d, a f ipſi b d ęquale erit. nam ſi æqualibus æqualia addantur, tota ſunt æqualia. a c igitur ipſum b d ipſo e tantùm ſuperat, quo etiam c ſolum, ipſum d ſuperabat. Rurſus ſint inæqualia c, d, adiunganturque ipſis ęqualia a, b, & ſit exceſſus ipſius c ad d, ipſum e, reliquum verò f. Quoniam



Qũo ex cõmunib⁹ principiis ꝓpriȩ fiãt concluſiones. idem ſuperius, cap. primo.

Herõ tria tm̃ Pronũtiata poſuit.

Reſecat ſextum, & 7. & 10. Pronũtiatum.

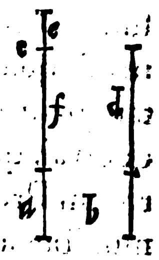
Pronũtiata comunis ſũt generis. idẽ ſuperius. cap. 1.

Quædam alia Pronuntiata quę à Pappo addun tur.

Demonſtratio primi Pronũtiati à Pappo adiecti

Demõſtratio ſecũdi.

niam igitur a æquale eſt ipſi b, & f ipſi d, a f ipſi b d erit ęquale. totum igitur a c, ipſum b d, ipſo e tantùm excedit, quo etiam c, ipſum d excedebat. Hæc itaque, iā dicta Pronuntiata conſequuntur, & non immeritò in pluribus exēplaribus prætermittuntur. Quotcunq; autem alia hiſce addit, per definitiones præaſſumpta fuere, illaſque conſequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, ſibi inuicem congruunt. quæ enim in Extremitatibus ſuis collocata ſunt, huiuſcemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus eſt, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriquе in infinitum poteſt. Verum enimuero quoniam de his quoque ſummatim diximus, reliquū eſt vt ea, quæ principia conſequuntur conſideremus. hucuſq; enim principia ſe extendunt. Eorum autem, qui aduerſus Geometriam inſtant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui † partes nullam habere ſubſiſtentiam oſtendere conati ſunt, quorum etiam rationes ſunt diuulgatæ; aliorum quidē omnem quoque ſcientiam auferentium, ac veluti hoſtium germina ab aliena regione, fœcundaque Philoſophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philoſophorum: aliorum verò Geometrica tantùm principia ſubuertere ſibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permiſiſſent, non poſſe inquiunt ea, quæ principia conſequuntur demonſtrari, niſi quoddam etiam aliud ipſis concedatur, quod in principijs pręacceptum non fuerit. hunc .n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduerſus quem Poſidonius etiā integrum ſcripſit librum, imbecillem totam ipſius opinionem oſtendens. † Verum enimuero cauſę illę, quę de principijs ratione reddi poterāt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter ſe coniunctæ ſunt. Zenonis aūt infeſtum acceſſum paulò poſt conſiderabimus. Nunc verò cùm Theorematū, Problematumque ſermonē & de differentia ipſorum, & de vtriuſque partibus, & ijs, quæ in ipſis fiunt diuiſionibus breuiter reſumpſerimus, ad expoſitionem eorum, quæ ab Elementorum inſtitutore oſtenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hiſce ſcripta ſunt decerpentes, infinitamq; ſe ipſorum ſermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,



Reliqua ex definitionib⁹ manifeſta fiunt.

Eorū, qui cōtra Geometriam inſtant diuiſio.

† Terminos.

Stoici, quorū opinionē vide in lib. ſecundo, com. 1.

Pyrrhonii Philoſophi,

Epicurei.

Zeno Sidonius.

Liber Poſidonii aduerſus Zenonem.

† Verum eniuero, qui de pricipijs diuerſi inter ſe afferūt ſermones, moderatè à nobis ex iis, q̄ pcedūt. abſoluti ſunt. In comēt. ſequenti.

Propoſitū Autoris i ſequētib⁹.

ro,quæ magis artificioſa ſunt,& methodis ſcientiam parientibus plena tradentes,accuratę rerum tractationi magis,quàm Caſuum,Sumptionumqúe varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus.

Iuuenes ad Caſuũ, Sumptionũq; varietatẽ libẽter currunt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.

TEXTVS

Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod ęquilaterum eſt, conſtituere.

Propoſitio prima Problema primum.

QVum omnis ſcientia duplex ſit, & alia quidem circa immediatas Propoſitiones verſetur,alia verò circa ea,quę ex illis oſtenduntur, & comparantur,& omnino circa ea, quæ principia conſequuntur ſuam euoluat tractationem,hæc rurſus in Geometricis ſermonibus ſeipſam in Problematum quidem peractionem, Theorematumqúe inuentionem diuiſit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non ſunt,comparare, manifeſtare, ſtruereqúe proponit: Theoremata verò,in quibus id,quod exiſtit,vel non exiſtit,perſpicere,cognoſcere,ac demonſtrare ſtatuit. nam illa quidem Ortus,& Poſitiones,& Applicationes,& Deſcriptiones, & Inſcriptiones, & Circumſcriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaqúe huiuſcemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ ſubiectis per ſe inſunt perſuadere, demonſtrationibusqúe conuincere enituntur. de quibuſcunque .n. Quæſitum fieri poſſibile eſt, de ĳs omnibus Geometriæ eſt ſermo,alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipſum [quid eſt] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem,& intelligentiam quęrit: vel intelligentiam,& ipſam ſubiecti eſſentiam. dico autem,verbi gratia,cùm quærat,quæ ſit ſimiliũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuſcemodi Lineę definitionem inuenire deſiderat, quòd ſimilium partium Linea eſt,quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipſas Linearum partium ſimilium ſpecies ſuſcipere, vtputa quòd aut Recta eſt,aut Circularis,aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciẽtia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematũ. idẽ in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quib⁹ Geometrię ſit ſermo.

Geometria q̃rit quatuor ea, quę q̃ri ſolent.

Geometria q̃rit ipſũ Quid eſt, dupliciter.

ipſum [ſi eſt] per ſe ipſum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, diſcutiens vtrum impoſſibile ſit quod ab his quæritur, aut poſſibile: & quouſque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipſum [quale quid eſt] cùm enim per ſe accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis conſideret, manifeſtum eſt quòd ipſum [quale eſt] ibi quærit. At cauſam, & ipſum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus viſum fuit. huiuſce enim ſententiæ eſt & Amphinomus Ariſtotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquiſitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non eſt quęrere qua de cauſa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inſcribuntur, in Sphæris verò Multiangula ſolida æquilatera, atque æquiangula, ex ſimilibuſquè Planis conſtructa infinita inſcribere eſt impoſſibile? ad quem enim ſpectaret hoc inueſtigare, ac inuenire niſi ad Geometram? Quando igitur ſyllogiſmus Geometris per impoſſibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonſtrationem, tunc rurſus ſi quidem in particulari demonſtrationes fiant, cauſa nõdum manifeſta eſt: ſi verò in vniuerſali, in omnibuſquè ſimilibus, continuò & ipſum [propter quid] manifeſtum fit. Verùm de Quæſitis quidẽ hęc ſufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis ſuis completum eſt partibus, hæc omnia in ſe habere debet, Propoſitionem, Expoſitionem, Determinationem, Conſtructionẽ, Demonſtrationem, & Concluſionem. Horum autem Propoſitio quidem inquit quo exiſtente Dato, quid Quęſitum ſit. perfecta enim Propoſitio ex vtriſque conſtat. Expoſitio verò ipſum per ſe ſe Datũ excipiens, Quæſtioni præparat. Determinatio autem, ſeorſum Quęſitum quod quid eſt explanat. Conſtructio verò, ea, quę Dato deſunt ad Quæſiti venationem, adijcit. Demonſtratio autem, peritè ex cõceſsis colligit propoſitum. Epilogus verò, ſiue Concluſio, rurſus ad Propoſitionem conuertitur confirmando id, quod oſtenſum eſt. & omnes quidem Problematum, Theorematumquè partes tot ſunt: maximè autem neceſſariæ, & in omnibus exiſtentes, Propoſitio, Demonſtratio, & Concluſio. nam oportet & Quæſitum pręcognoſcere, & Medijs hoc oſtendere, quodquè oſtenſum eſt concludere, harumquè trium vt aliqua deſit fieri non poteſt. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expoſitio non ſunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum conſtituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum.

Qũo Geometria q̃rat ipſum Si eſt. Quomodo, Quale quid ẽ. Reſpõdet Procl. cõtra Amphinomi, & Ari. ſentẽtiã, ex ſentẽtia Gemini. Argumẽtum.

Qũo, & q̃uo propter quid Geometria q̃rat.

Epilogus.

Problematum, atq; Theorematũ partes.

Propoſitionis officium.

Expoſitionis officium.

Conſtructionis officium.

Demõſtrationis officium.

Cõcluſionis officiũ

Tres partes sũt maximè neceſſarię, q̃ ſemp eſſe debent tũ in Problematib⁹, tũ in Theorematibus;

Propoſiplum. Conſtructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nõ eſt, † Expoſitione ſufficiente exiſtenti abſque alia additione ex datis propoſitum oſtendere. Quando igitur deficere Expoſitionem dicimus? Cùm in Propoſitione nullum fuerit Datum. Quod ſi Propoſitio vt plurimùm in Datum, & Quæſitum diuiſa fuit, non tamen id ſemper fit; verùm aliquando ſolum Quæſitum dicit, quod oportet cognoſcere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet conſtituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum: ſed quòd opus eſt hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propoſiti acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoſcimus (hoc autem omni cogitanti diſciplinæ proprium inquit Ariſtoteles) nihil tamen nobis ſubijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam ſecare. hîc enim recta Linea data eſt, iubemur autem ipſam bifariam diuidere. & determinatũ eſt quid Datum quidem ſeorſum, quid verò Quæſitum ſit. Cùm igitur vtrunq; Propoſitio habuerit, tunc & Determinatio, & Expoſitio inuenitur: cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. ſiquidem Expoſitio, atque Determinatio, Dati eſt. eadem enim erit cum Propoſitione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, niſi quòd huiuſcèmodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propoſitio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæſitum Propoſitio non habuerit, Expoſitio quidem tacetur, eò quòd Datum, non eſt: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propoſitione fiat. Plura autem alia quoq; huiuſcemodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commenſurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus ſunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari poteſt, vel Poſitione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Poſitione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cùm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam ſecare, ſpeciem Anguli quæ data eſt dicimus, quòd ſcilicet rectilinea, ne ijſdem methodis curuilineum etiam bifariam ſecare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abſcindere, Magnitudine datæ ſunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes ſunt. Cùm autẽ dicimus, quòd ſi quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem

tio Demõſtratio, & concluſio.

Propoſitio decima Quarti Elementorum.

Quando conſtructio deficiat.

† Demõne

Prio poſt. tex. 1.

Qñ Determinatio, & Expoſitio deficiat & quãdo non.

Expoſitio, atq; Determinatio Dati eſt.

Propõ 29. Decimi Elem.

Documẽtum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data eſt. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Poſitione datum eſt. Vnde etiam cùm Poſitio varia eſſe poſſit, Conſtructio quoq; varietatem ſuſcipit. datum eſt enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipſius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifeſtum eſt quòd Expoſitio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonſtratio dicitur, quandoque quidem propria Demonſtrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæſitum oſtendentem. hæc .n. Demonſtrationis perfectio eſt: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici ſermones propter ſubiectam materiam Neceſſarium habent, non vbique autem demonſtrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinſecus Triãguli Angulus duobus intrinſecis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis eſt, tres intrinſecos duobus rectis æquales habere Triangulum oſtenditur, quomodo à cauſa eſt demonſtratio hæc? quomodo enim Medium certum ſignum non eſt? etenim nondum externo exiſtente Angulo, cùm interni exiſtant, duobus rectis æquales ſunt. eſt ſiquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per deſcriptionem Circulorum, quod conſtitutū eſt Triangulum, æquilaterum eſſe oſtenditur, à cauſa apprehenſio fit. ſimilitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis cauſam eſſe dicemus. Quin etiam Concluſionem duplicem quodammodo facere conſueuere. cùm enim vt in Dato oſtẽderint, vt vniuerſaliter quoque concludunt, à particulari concluſione ad vniuerſalem recurrentes. nam cùm ſubiectorum proprietate non vtantur, ſed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam deſcribant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam ſimili concluſum eſſe exiſtimant. Ad vniuerſale igitur trãſcendunt ne particularem eſſe Concluſionem arbitremur. tranſcendunt autem ratione optima, ſiquidem poſitis non quatenus hæc, ſed quatenus alijs ſimilia ſunt, ad demonſtrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propoſitus Angulus eſt, eatenus bipartitam faciunt ſectionem, ſed quatenus rectilineus tantùm. Eſt autem Quantitas quidem propoſito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. ſit enim datus Angulus, ille, qui eſt Rectus. ſi igitur Rectitudinẽ in demonſtratione acciperem, in omnem Rectilinei ſpeciem tranſcẽdere minimè poſſem. Si autem Rectitudinem quidẽ ipſius non ſub-

iungo,

Quadrupliciter Datū accipitur. & ideo Expō quoq; quadrupliciter fit. Demōſtratio Geometrica duplex ē. Perfectio Demōnis.

Cōcluſio Geometrica duplex eſt.

iungo, Rectilineum autem ſolum cōſidero, ſimiliter ſermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem ſit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc eſt Propoſitio, ex Dato quidē, & Quæſito conſtat. nam data quidē eſt recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipſa æquilaterum Triangulum conſtitueretur. & præcedit quidem Datum, ſequitur autem Quæſitum, vt coniunctum etiam contexere poſſis, Si eſt recta Linea terminata, fieri poteſt vt Triangulum ęquilaterum in ipſa conſtituatur. neque enim recta Linea non exiſtente, Triangulum conſtitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non poteſt, niſi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non eſt. Poſt Propoſitionē autem ſequitur Expoſitio, Sit data recta Linea terminata, hęcce. & vides quòd ipſum Datum ſolum ait Expoſitio, Quæſitum minimè ſubiungens. Poſt hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaternm conſtituere. & quodammodo Determinatio attentionis eſt cauſa. attentiores enim ad Demōſtrationem nos efficit, Quęſitum pronuntiando, quemadmodum Expoſitio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Poſt Determinationem autem Conſtructio ſequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus deſcribatur. rurſuſque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus deſcribatur, & à communi ſectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineę rectę continuentur. & vides quòd in Conſtructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum deſcribere. vniuerſaliter enim Petitiones quidē Conſtructionibus, Pronuntiata verò, Demōſtrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonſtratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta ſunt Linea Circuli ipſum ambientis Centrum eſt, recta Linea, quæ cōmunem attingit ſectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis eſt. Propterea ſanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data ſunt recta Circuli ipſum continentis Centrum eſt, cōmunem Circulorum ſectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineę æqualis eſt. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales eſſe dicebat. Vtraqꝫ igitur, eidem æqualis eſt. Quæ aūt eidem ęqualia, & inter ſe ſunt ęqualia,

Primi Euclidis Problematis ꝓpoſitio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci poteſt.

Primi Eucl. prob. Expoſitio. Determinatio.

Conſtructio.

In cōſtructione Petitiōibus, in demōne aūt pronuntiatis Geometrę vtunt̃.

Demō.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter ſe ſunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum conſtitutum eſt.

Prima cō cluſio primi probl. Elemé.

hæc quidem eſt prima Concluſio, quæ Expoſitionem conſequitur. Poſt hanc autem eſt ipſa vniuerſalis, Super data igitur recta Linea Triangulum ęquilaterum conſtitutum eſt.

Secunda cōcluſio

ſiue .n. duplam eius, quæ nunc propoſita eſt datam feceris, eædem Conſtructiones, ac Demonſtrationes congruunt: ſiue triplam: ſiue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipſa acceperis.

Particularū Quod feciſſe, & Quod demōſtraſſe oportuit pulchra cōſiderō.

His autem adiunxit particulam [quod feciſſe oportuit] Concluſionem Problematicā eſſe oſtendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod oſtendiſſe oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod eſt oſtenſionem, inuentionemque enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Concluſionibus ſubdit, oſtendens quòd omnia Propoſitionis facta ſunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rurſusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē ſemper adiungit, ſed aliquando quidē particulā [quod feciſſe oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit oſtendiſſe] propter Problematum à Theorematibus diſcrepantiam.

Epilogus.

Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perſpicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum eſt. & ex quibus principijs vel Conſtructiones, vel Demonſtrationes accipimus. horum .n. perſpicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque ſermonum meditationē affert. Verūenimuero quoniā hæc quoque determinata ſunt, agè de ijs etiam, quæ his annexa ſunt breuiter diſſeramus, quid Sumptio, quid Caſus, quid Corollarium, quid Inſtantia, quidq; Inductio.

Sumptio quid.

Sumptionem itaq; de omni etiā Propoſitione, quę in alius Propoſitionis Conſtructione ſumitur ſæpenumero prędicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonſtrationē ipſius factā eſſe dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria verſantur Sumptio, eſt Propoſitio fide indigens. cùm enim vel in Conſtructione, vel in Demonſtratione aliquid ſumimus eorum, quæ oſtenſa non ſunt, ſed ratione indigent, tunc id, quod ſumptum eſt, veluti per ſe ambiguū inquiſitione dignum eſſe arbitrati, Sumptionem ipſum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonſtrabilis exiſtit, cùm illa abſq; Demonſtratione ad aliorum fidem faciendā per ſe ſumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē eſt, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim ineſt videre acutos in ſolutiolutionibus, nullisqúe methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratiſtus noſter, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæſitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vſus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Reſolutionem ad exploratum principium reducit Quæſitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuiſſe fertur. Secunda autẽ, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propoſitum diuidit: occaſionem verò, per aliorum ablationẽ à propoſiti Conſtructione, Demonſtrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ ſcientijs omnibus ſit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impoſſibile, non id, quod quęritur per ſe oſtendit, ſed oppoſitum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Caſus autem, diuerſos Conſtructionis modos, poſitionisqúe mutationẽ enunciat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis tranſpoſitis. & prorſus omnis ipſius varietas circa deſcriptionem aſpicitur. Quapropter Caſus quoque vocatur, eò quòd Conſtructionis tranſpoſitio eſt. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibuſdã Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi aſcripta ſunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonſtrata ſunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ẽt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod ſit præter gignentis ſcientiam Demonſtrationis propoſitum. Inſtantia autem, totam orationis impedit viam vel Conſtructioni, vel Demonſtrationi occurrens. & non eſt neceſſe, quẽadmodum eum, qui Caſum proponit, Propoſitionem veram oſtendere, ita etiam eum, qui Inſtantiam: ſed opus eſt Inſtantiam deſtruere, vtentemqúe ipſã mendacem oſtendere. Inductio verò, eſt tranſitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propoſitũ quoque perſpicuum eſt. Exempli cauſa, quẽadmodum cùm & Cubi duplicatio quæſita eſſet, quæſtionem in aliud tranſtulere, cui hoc cõſequens eſt, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primũ autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem feciſſe, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propoſitum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratiſtus.

Methodi tres, quę à Plat. traduntur.

Caſus q̃d.

Corollariũ quid.

Vide Varronẽ ĩ lib. de lingua Latina.

Inſtantia quid.

Inductio quid

Nota inductiõis Geometricæ, cũ ĩductione Logica ſimilitudinem.

Hippocrates primus fuit inductiõis Geometricę inuentor.

Digreſſio.

Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ eſt, aſsimilaturq; circulo.

Duorũ circulorũ Aequilaterũ Triangulũ comprehẽdentiũ cõtemplatio

† Intelligẽtias.

Vide Platonem in Phędro, & Proclũ in Timęo pagi. 123.

Triangulum inter Triangula optimũ ſit, & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq́ue ſimplicem Lineam extrinſecus ipſum terminantem habenti nemo eſt, cui non ſit manifeſtum. Videtur autem duorum Circulorum comprehenſio, horumq́ue ex parte vtriuſque (non enim in toto vtroq; deſcriptum eſt, ſed in illa parte, quæ ex vtriuſq; partibus conſtat) oſtẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quæ à principijs egreſſa ſunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis ſuſcipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluuntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipſę cùm † motus traſientes habeant, per reſtitutiones, & circunuolutiones non trãſientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem eſſentiæ Mentis imago eſt, Triangulum verò, primæ Animæ, propter ęqualitatem, & ſimilitudinem Angulorum, & Laterum, iurè ſanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipſis includatur Aequilaterum oſtenſum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione conſentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum ſubſtantię Nota ſit, à duobus Circulis comprehenſum, ortum ſuſcipere.

Epilogus.

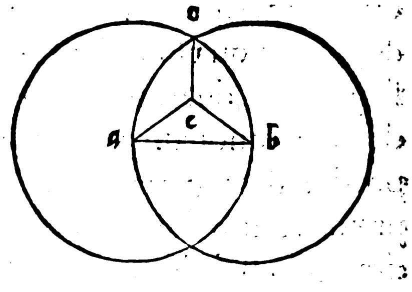
Verum enimuero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniã autem quidã aduerſus æquilateri Trianguli conſtitutionem inſtarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus.

Zenonis ĩfeſtus acceſſus, & eius fundamenta.

Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam ſuperius mẽtionẽ feci, quòd & ſi quis principijs Geometrarum permiſerit, non tamen ea, quæ principia conſequũtur cõmuni compararet conſenſu hoc ipſis non conceſſo, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non ſunt. niſi .n. hoc datum eſſet, † æquilaterum Triangulum minimè conſtitueretur.

† Triangugulum nõ oſtẽderet ęquilaterũ. Sit .n.

Sit enim (inquit) recta Linea a b, ſuper qua conſtituendum eſt æquilaterũ Triãgulum. Deſcribantur autem Circuli, & à cõmuni ipſorum ſectione protẽdantur rectę Lineæ c e a, c e b cõmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni ſectione protenſas, Lineæ a b datæ ęquales eſſe, non autem Trianguli quoque Latera eſſe æqualia, verùm duo reliquo minora, nempe



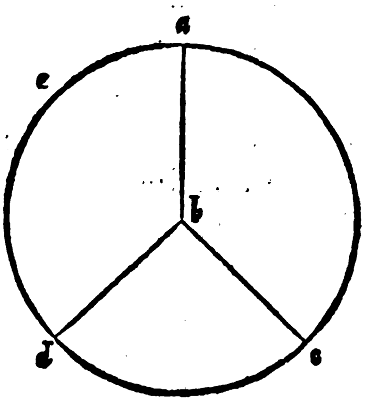
ipſo

ipſo a b. Hoc autem non conſtituto, neque etiam reliqua conſtituẽtur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè conſequuntur, niſi hoc quoque præacceptum eſſet, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia eſſe Segmenta? Aduerſus hæc porrò dicendum, primùm quidẽ quòd hoc quodammodo in principijs præacceptum fuit, duarum nẽpe Rectarum non eſſe cõmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehendebat, ſiquidem Recta eſt, quæ ex æquo inter ſua collocata eſt Signa, hoc .n. æquale eſſe Signorum interuallum ipſi Rectæ, eam, quæ ipſa Signa coniungit, vnã, breuisſimamquè efficit, ita vt ſi quis ipſam ſecundum partem alteri adaptet, ſecundum reliquam quoque partẽ ipſi congruat. cùm .n. in extremitatibus ſuis ſit conſtituta, eò quòd breuisſima eſt totam in totam cadere neceſſe erit. Deinde quòd etiam in Petitionibus hoc manifeſtè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perſpicuè oſtendit, quòd ea, quę producitur, vna eſſe debet, vnoquè motu produci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonſtrationẽ huius accipere, ſit ſi fieri poteſt a b, ipſius a c, & ipſius a d cõmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus deſcribatur a c d. Quoniã igitur recta Linea a b c per Centrum eſt ducta, Semicirculus eſt ipſe a e c. & quoniã recta Linea a b d per Centrũ eſt protracta, Semicirculus eſt ipſe a e d. Aequales igitur ſibi inuicem ſunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non poteſt. Aduerſus autem hanc Demonſtrationem dicet forſan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipſam Circulum bifariam ſecare demonſtratum eſt, quoniam nos præaccepimus duarum Circunferentiarum non eſſe cõmune Segmentum. ſic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel ſi non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obſtat (ait ille) non totam toti congruere, verùm ſecundum aliquam partem. donec autem non demonſtretur Dimetientem bifariam Circulũ diſpeſcere, neque etiam propoſitum oſtendetur. His etiam Poſidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irriſit tanquã conſcium quòd licet ſecundum partẽ Circunferentiæ non congruant, Demon-

Reſpõſio cõtra Zenonem.

Alia Reſponſio.

Secũda Petitio.



Demõſtratio contra Zenonẽ.

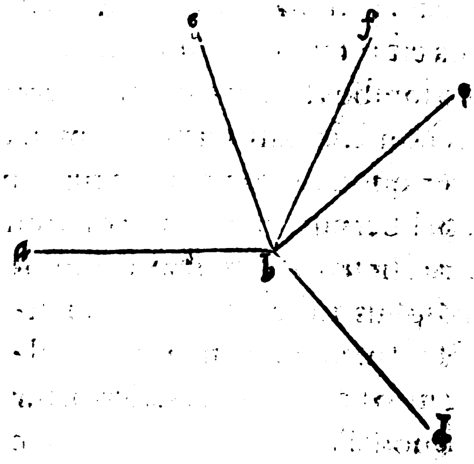
Argumentum Zenonis cõtra Demõnẽ.

Poſidonij Reſpõſio.

ſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cõgruunt, altera quidem intrà: altera verò extrà erit, eademq́ue abſurda ſequuntur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales .n. erunt quę à Centro ſunt, tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesq́ue ſunt: aut ſecundum partẽ congruens, ſecundum reliquam viciſſim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant.

Alia Demõſtratio quam dãnat Zeno.

Zeno autem aliam Demonſtrationẽ adſcribit huiuſcemodi, cui etiã obtrectare conatur. Sit .n. duarum Rectarum a c, a d, cõmune Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nõ poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autẽ Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt. Demonſtratio itaque hæc eſt, quã Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare.



Poſidonii cõtra Zenonem reſponſio.

Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes calumniari: eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiã quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunq; enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocq́ue præaſſumpſimus rectum Angulum definientes. tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem fortaſſe hæc, quam ereximus.

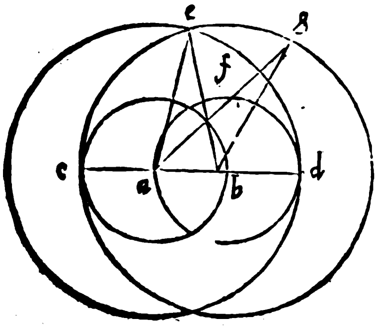
Epicurus.

ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omnesq́ue alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſſibilis quoq; materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt.

Toti-

Finis Digreſsionis

Reliquorũ Triangulorum cõſtitutio.



Totidem de æquilatero Triangulo dicta ſint, Oportet autem reliqua etiam Triangula conſtituere, & primùm Aequicrus, Sit igitur Linea recta a b, ſuper qua oportet Aequicrus conſtituere. & deſcribantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraqꝫ parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipſi a d æqualis eſt. Centro itaque b, Interuallo autẽ c b, Circulus c e deſcribatur. Rurſuſq́ue Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e deſignetur, & à Signo e, in quo Circuli ſeinuicẽ interſecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipſi a d, e b verò ipſi b c æqualis eſt, æqualis autem eſt a d ipſi b c, e a quoqꝫ ipſi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam ſunt ipſa a b. Aequicrus igitur eſt Triangulum a b e, quod feciſſe oportuit. At porrò iuſſum ſit Scalenũ conſtituere Triangulum ſuper data Recta a b. & deſcribantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & ſumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturq́ue ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum eſt, a f ipſi a d æqualis eſt. Maior igitur eſt a g, ipſa a d, hoc eſt ipſa g b. Centrum autẽ eſt & ipſum b, æqualis ergo eſt g b, ipſi c b. Maior eſt igitur g b, ipſa b a. At g a maior eſt, ipſa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales ſunt. Scalenũ ergo Triangulum eſt. Tria itaqꝫ Triangula ſunt conſtituta. At hæc quidem diuulgata ſunt. Hoc verò in his pulchrum eſt, quòd Aequilaterum quidem vndequaqꝫ ęquale exiſtens, vnico modo conſtituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter conſtituitur. data.n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor eſt, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndiqꝫ inęquale exiſtens, tripliciter conſtituitur. nam data recta Linea vel maxima trium eſt, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque ſuppoſitionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autẽ quę ſunt expoſita ſufficiant. Vniuerſaliter verò contemplabimur quòd Problematũ alia quidem ſimpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ ſimpliciter conſtruuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, ſe-

Documẽtum.

Problematũ vniuerſalis Diuiſio.

Amphinomus.

cundumqúe numerum conſtruuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem conſtruerentur, in iam dictis Triangulis fit manifeſtum. nam Aequilaterum quidem, ſimpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterũ verò tripliciter conſtituitur. Infinitis autem modis huiuſcemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales diſpeſcere. Si enim in duplam rationem ſecta eſſet, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuiſa. Si verò maius Segmentũ, minore maius quàm duplum eſſet, vtputa triplum, ad maiuſqúe ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum eſſet, in tres inæquales proportionales partes diuiſa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes ſecari poſſet, quarũ maior vel dupla eſt, vel tripla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoq; proportionales partes ſecabitur. Scire autẽ oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, ſiue diſcendi, ſiue faciendi gratia proponatur. Propriè autem in Mathematicis diſciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantẽ operationem proponitur. quod nanq; in his fit, finem contemplationem habet. & ſæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non poſſunt, quædã Problemata vocant. Magis propriè autem id, quod fieri poteſt, & Excedens non eſt, neq; Deficiens hoc ſortitũ eſt nomen. Eſt autẽ Excedens quidem, quod ait huiuſcemodi Triangulum Aequilaterum conſtituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc .n. ſuperuacaneũ eſt, fruſtraqúe adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo ineſt. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunq; quidem incongruentibus, non exiſtentibuſqúe Symptomatibus redundant, Impoſſibilia hæc appellant: quęcunq; verò his, quę accidere poſſunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema eſt, quod Minus etiã quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinẽ, Scientiamq; parientẽ Terminũ reducatur. Veluti ſiquis dicat Triangulum Aequicrus conſtituere. mutilũ enim hoc eſt, atq; indeterminatum, egetqúe aliquo, qui ſubiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Baſim maiorem: an illud, quod minorem vtroq; æqualium Laterũ habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulũ vtriuſq; eorum, qui ad Baſim ſunt dulpũ habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumq; eorum, qui ad Baſim

ſim

Problema multipliciter dicĩ.

Problema Geometricum.

Excedens Problema quid.

Impoſſibile Problema quid.

Maius Problema qd.

Deficiens Problema quid.

ſim ſunt Angulorum eius,qui ad verticem eſt duplũ habet: vel quod ſecundum quãdam aliam rationem hoſce habet Angulos, Triplam ſcilicet,vel Quadruplam . fieri .n. poteſt vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifeſtum eſt,quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur,indeterminationem effugere debent, & nõ eſſe ex eorum numero,quæ infinitis modis fiunt . Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem . Primum igitur Elementorum Problema,hunc in modum cæteris præſtat . quoniam neque Excedens,neque Deficiens, neque Indeterminatum eſt, neque multipliciter,vel infinitis modis cõſtruitur , talę .n. eſſe oportuit, quod eſt aliorum Elementum futurum .

Hoc ꝓponitur i Propõne 10. quarti Elemẽt.

Quale dẽt eſſe pfectũ Problema quod & ꝓpriè problema dicitur.

Primũ problema primi Elem. cęteris ꝓblematibꝰ prȩſtat.

TEXTVS

Ad datum Signum,datę rectæ Lineæ ęquam rectam Lineam ponere.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecũdum.

PRoblematum quemadmodum & Theorematum alia quidẽ ſunt ſine Caſu, alia verò multos habent Caſus . Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus deſcriptionibus aduenientem , Poſitionesqúe mutantia eundem Demonſtrationis ſeruant modũ , hæc Caſum habere dicuntur : quæcunque verò iuxta vnam tantùm Poſitionem, vnamqúe Conſtructionem procedunt , ſine Caſu hæc ſunt . ſimpliciter .n. Caſus ipſe circa Conſtructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Caſus. Datum autem eſt in ipſo Signum quidem , Poſitione , ſiquidem hoc tantùm modo dari poteſt : recta Linea verò, & forma (non .n. ſimpliciter Linea eſt, ſed talis) & Poſitione . quæritur ſiquidem huicce rectæ Lineæ,ad datum Signum ęquam rectam Lineam ponere,vbicunque hoc poſitum fuerit. Manifeſtum eſt autem , quòd omnino in ſubiecto Plano Signum eſt, in quo etiam recta Linea,& non in ſublimiori , omnibus .n. Planorum Problematibus , atque Theorematibus, vnum ſubijci Planum exiſtimandum eſt . Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet , quid .n. ſi infinita data eſt ? præſens nanque Datum ad finitam , ad infinitamqúe pertinet, ſiquidem omne, quod inquiſitionis gratia propoſitum no-

Cõm. 6.

Caſus in Conſtructione eſt.

Documẽtum

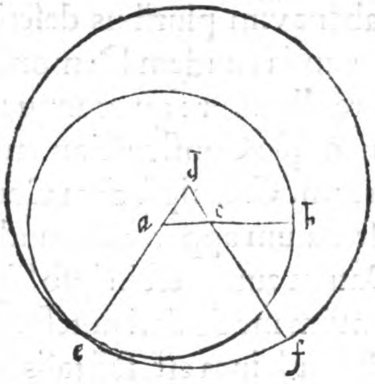
Dub.

In precedẽti Prob.

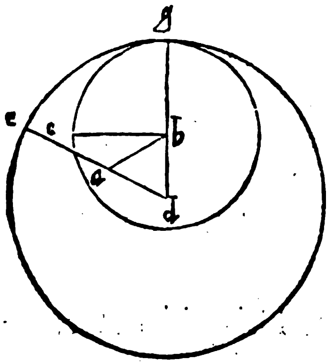
In 12. Propoſitione. Solutio.

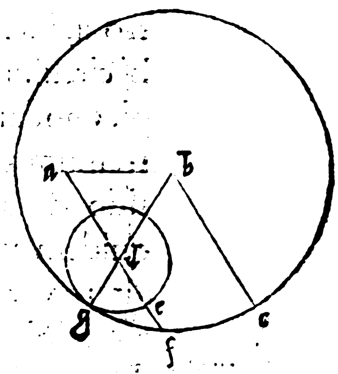
Varii huiꝰ Prob. Caſus.

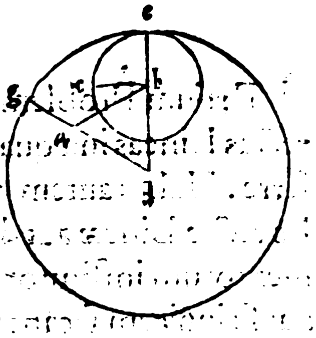
bis eſt, atque ſuppoſitum ſignificat. declarat autem & ipſe, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum conſtituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ eſt ęqualis ad datum Signum ponere adhortatus eſſet, quomodo hinc manifeſtum tibi nō fecit quòd data, finita eſt? prorſus enim omnis, quæ eſt ad Signum ponenda, ſecundum ipſum Signum terminata eſt. Quamobrem multò prius illa terminata eſt, quæ ei, quæ ponitur, æqualis exiſtit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipſi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præſentis Problematis Caſus à varia Signi Poſitione fiunt, manifeſtum eſt. aut enim datum Signum extra datam Rectam poſitum eſt, aut in ipſa. & ſi in ipſa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & ſi extra ipſam, aut à latere, ita vt ab ipſo ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt ſi ipſa producatur, in extrà poſito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà poſitum, & à Latere ſuſcepit. Exercitationis autem gratia, omnes Poſitiones ſunt aſſumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipſa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum ſuper recta Linea c a, quod ſit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e deſcribatur. Rurſusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d e, Circulus e f deſignetur. Quoniam itaque a, Centrum eſt, b a, ipſi a e æqualis eſt. & propterea æqualis eſt d e, ipſi d f. quarum d c, ipſi d a ęqualis eſt. Triangulum enim d a c, ęquilaterum poſitum fuit. reliqua igitur a e, ipſi c f æqualis eſt. Erat autem a e, ipſi a b æqualis, vt oſtenſum eſt, & c f igitur ipſi a b æqualis eſt. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipſi a b poſita eſt. Quatenus itaque ad Signi Poſitionem totidem Caſus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli conſtitutionem, & Laterum protenſiones, Circulorumqúe deſcriptiones, adhuc multò plures.



res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaqúe Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque ęquilaterum in ipſa non conſtituatur, ſuperius habēs verticem (quoniam locus non eſt) ſed inferius, & ſit a d b. Aut ergo æqualis eſt a d, ipſi b c: aut maior: aut minor. Si igitur ęqualis, quod iuſſum erat factum eſt. † Si autem minor, Centro quidem b, interuallo verò b c, Circulus deſignetur, & producantur ipſæ a d, d b vſque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus deſcribatur g e. Quoniam igitur æqualis eſt d g, ipſi d e, ex Centro enim ſunt. ſed & a d, ipſi d b æqualis eſt. æquilaterum enim eſt a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis eſt. At b g etiam æqualis eſt ipſi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipſi b c æqualis eſt, quod faciendũ erat. Si verò maior eſt a d, ipſa b c, (hoc enim reliquum eſt) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus deſignetur e c. Secat igitur ipſam d b, Circulus e c. Rurſus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus deſcribatur e g. Quoniã igitur d Signum Centrum eſt Circuli g e, æqualis eſt g d, ipſi d e. Erat autem & d a æqualis ipſi d b. reliqua igitur a g æqualis eſt ipſi b e. Verùm b e, ipſi b c æqualis eſt. ambæ enim ex Centro ſunt. a g igitur ipſi b c ęqualis eſt. & eſt poſita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiã Caſibus exiſtentibus, ſatis eſt hos quoque in præſentia deſcripſiſſe. ex his etenim poſſibile eſt ijs, qui magis curioſi ſunt, in reliquis etiam ſe exercere. Olim autem quidam Conſtructionem huiuſce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta eſt ipſa b c, Circulus deſignetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circunferentiam, quæ ſit a d. Hæc igitur ipſi b c æqualis eſt. tanta enim erat quæ ex



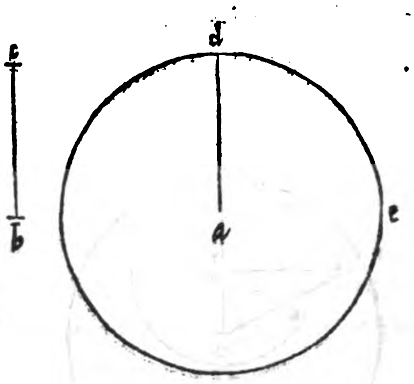




† Si aũt minor, Cētro quidē b, interuallo verò b c, Circulus deſcribatur, & producãtur a d, d b vſq; ad Signa g f, & Cētro quidē d, interuallo aũt d g, Circulus deſignetur. Quoniã itaq; æqualis eſt d g, ipſi d e, ex Centro .n. ſunt. ſed & a d, ipſi d b æqualis ē. æquilaterũ .n. eſt. Tota igitur a e, toti b g eſt æqualis. Verùm b g ęqualis eſt ipſi b c, ex Cētro enim. ipſa ergo a e, ipſi b c ęqualis eſt, quod feciſſe oportuit.

Quorũdã praua demõſtratio

Cen-



Centro, quanta eſt ipſa b c. & factum eſt id, quod iuſſum erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio eſt petit, cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, deſcribi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipſi b c, ad Extremum a poſitam. & ſeruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum deſignabat: hîc autem, alibi quidem Centrum eſt, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonſtrandi modum non † approbabimus.

† conciliabimus.

Propõ 3. Problema tertium.

TEXTVS

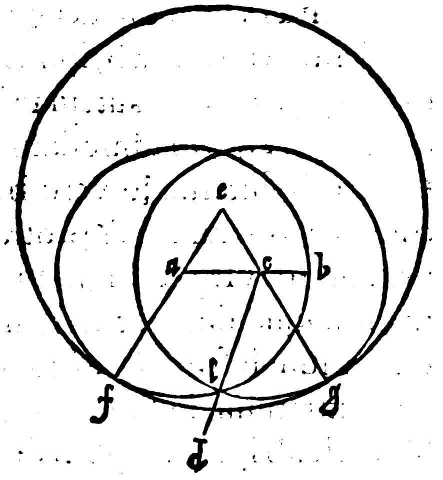
Duabus datis rectis Lineis inęqualibus, à maiori ęqualē minori abſcindere.

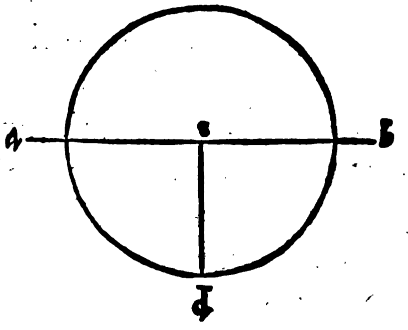
Cõm. 7.

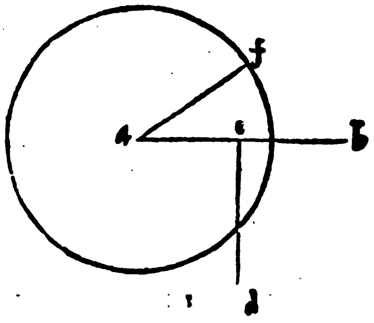
Varii hui⁹ Problematis Caſus.

TErtium Problema id eſt datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Caſus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut diſtant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum inſtitutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut ſe inuicem ſecant: aut altera iuxta vnum ſui Extremum alteram ſecat, hocquè dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verùm ſi iuxta vnum coniungantur Extremum, manifeſta eſt Demõſtratio. communi .n. Extremo Centro vſus, interuallo verò Linearum minore, Circulum deſignabis, & maiorem ſecabis, & minori æqualem abſcindes. quantum enim Circulus intra ſe abſcindit, tantùm minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram ſecat, vel maior ſecat minorem: vel è conuerſo. & ſi ſeinuicem ſecarent, aut in partes æquales ab inuicem ſecantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocquè dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

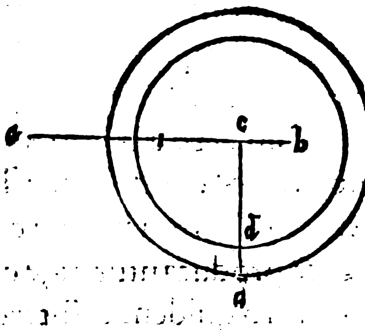
ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autẽ c d, ſecetque ipſam a b ſui ipſius Extremo c, & Centro quidem a, Interuallo verò a b, Circulus deſcribatur b f, & conſtituatur Triangulum æquilaterum ſuper a c, quod ſit a e c, & producantur e a, e c. & rurſus Centro quidem e, Interuallo autem e f, deſignetur Circulus g f. rurſusque Centro quidem c, Interuallo verò c g, Circulus g l. Quoniam igitur e f ęqualis eſt ipſi e g (Centrum enim eſt e) quarũ e a, ipſi e c æqualis eſt, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipſi a b eſt æqualis. a enim Centrum eſt. & c g igitur, ipſi a b æqualis erit, & hæc ęqualis eſt ipſi c l. centrum enim eſt Signum c. & a b igitur ipſi c l æqualis eſt. Aequalis igitur ipſi a b ablata eſt ipſa c l. Verùm ſit c d minor ipſa a b, ſecetque ipſam a b, iuxta c ſuum Extremum. Aut itaq; in medio ipſam diſpeſcit, aut nòn in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiũ eſt ipſius a b, & eſt æqualis a c, ipſi c d: aut medietate minor, & Centro quidem c, Interuallo verò c d, Circulum deſignans ab ipſa a b ipſi c d æqualem abſcindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipſi c d æqualem ponens, deſcribensque Circulum Centro a, Interuallo autem a f, ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d æqualem abſcindes. Si autem c d ipſam a b non per mediũ diſpeſcit, erit c d aut ipſius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas eſt, vel minor medietate ipſius a b, Centro vtens Signo c, Interuallo autem c d, abſcindes ab ipſa a b, ipſi c d æqualem, iuſſumque factum eſt. Si verò

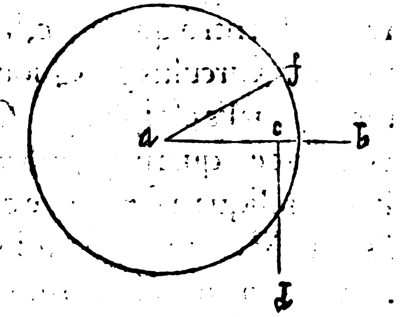


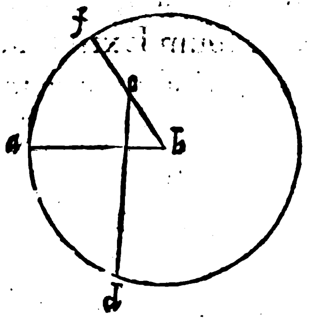




ipſa maior, rurſus ad Signum a, ipſam a f, ipſi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum deſignabis abſcindentem ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d ęqualem. Si autem ſe inuicem interſecaret quemadmodum c d, a b, Centro b, Interuallo verò b a, Circulus deſcribatur a f, & protracta b c, producatur vſq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales ſunt b f, c d. & c d iuxta ſui ipſius Extremum ipſam b f ſecat, poſſibile eſt ab ipſa c d, ipſi b f æqualem facere. vtrunque enim oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt, vt ipſi quoque a b ab ipſa c d, æqualis abſcindatur. nam a b, & b f ſibi inuicem æquales ſunt. Nos itaque cùm ex diuiſione Caſus accepiſſemus, ipſorum varietatem oſtendere conati ſumus. Admirabilis autem eſt Elemẽtorum inſtitutoris Demonſtratio, omnibus illa iam dictis Conſtructionibus congruens, & poſſibile eſt in omni poſitione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & poſita Interuallo Circulum deſcribere, qui à maiori, minori æqualem abſcindet, ſiue ſe inuicem interſecent, ſiue altera alteram, ſiue quodam alio poſitionis modo ſe ſe habeant.







Propo 4. Theorema primũ

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehenſum: & Baſim Baſi æqualẽ habebunt, & Triangulũ Triangulo ęquũ erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erũt ęquales, ſub quibus æqualia Latera ſubtendunt.

Cõm. 8. HOc primum Theorema in Elementorum inſtitutione aſſumpſimus, quæ autem hoc præceſſerunt, omnia Problemata erant. Primũ

quidẽ

quidem Triangulorum ortum tractãs: Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumqúe illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inęquali per ablationem Aequale reperiebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate eſt Symptoma, in Triãgulo, rectaquè Linea nobis comparata ſit, hoc primum, quod propoſuimus Theorema ipſam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triãgula non conſtituit, ortumqúe ipſorum non comparauit de ijs, quæ per ſe ipſis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipſis ſunt æqualitate erat docturus; Quomodo autem Latera Lateribus, rectasqúe Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minimè problematicè pertractauit, nec machinatus eſt, æqualium inquã Rectarum inuentionem; dicatur enim ſi contingeret antequam illa fiant, quòd ſi duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorſus habebunt. non'ne igitur facile penitus eſt † ipſi occurrere, quòd neque omnino ſcimus ſi Triangulum conſtitui poteſt; Subinde autem inferatur, quòd ſi etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduerſus hoc quoque dubitet vtrùm nec poſſibile ſit rectas Lineas ſibi inuicẽ ęquales eſſe; & potiſſimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorſus inæqualitate exiſtente, æqualitas etiã eſt. addiſcemus enim quòd Cornicularis Acuto ſemper inęqualis eſt, & nunquam ęqualis, & Semicircularis ſimiliter, tranſitusqúe à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum inſtitutor prius auferens, & Triangulorum conſtitutionem (tribus enim formis cõmune eſt) & ęqualium Rectarum ortus tradìdit, hosqúe duplices. nam alteram quidem, omnino nõ exiſtentem producit: alteram verò, ab Inęquali per ablationem acquirit. hisqúe non immeritò Theorema ſubdit, per quod oſtenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehenſum habent: Baſim quoq; Baſi, & Aream Areæ, reliquosqúe Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim ſunt, quæ in his Triangulis oſtenduntur: duo verò, quæ dantur. Data eſt itaq; duorum Laterum æqualitas, vel ęqualia duo Latera (& manifeſtum quòd Ratione data eſt) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: quęruntur autem tria, Baſis ad Baſim ęqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumqúe Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus habe-

Aequalitas primũ in quãtitate eſt Symptoma.

† Ipſi occurrere? neq;.n. omnino ſcim⁹ an Triãgulũ cõſtitutum ſit.

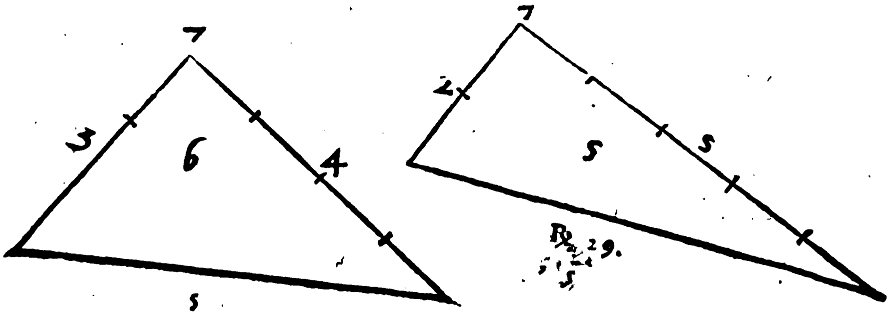
Vide 16. Propõnẽ tertii Elementorũ.

Datum huius Theorematis.

Quęſitum hui⁹ Theorematis.

rent æqualia, Theoremaqúe verum non eſſe, eò quòd alterum alteri æquale non eſt, ſed vtraque ſimul, propterea in Datis addidit Latera ęqualia eſſe, non ſimpliciter, ſed alterum alteri. Si enim contingeret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenſo Recto exiſtente, eſſent quidem duo Latera ſimul, duobus æqualia (Septem enim & hęc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo ęquale oſtenderetur. alterius enim Area eſt Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei cauſa eſt, quoniam non etiam alterum alteri exiſtit ęquale. Multi itaque in quibuſdam agrorum diuiſionibus hoc non obſeruantes cùm maiorem agrum ſumpſiſſent, iuſti exiſtimati fuere; perinde ac ſi æqualem ſuſcepiſſent. quoniam vtraq; ſimul vnum agrũ comprehendentia Latera vtriſque ſimul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operępretium eſt igitur alterum quoque alteri ęquale ſuſcipere. & vbicunque Elementorum inſtitutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit. ſi quidẽ de datorũ quoq; ęqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab ęqualibus Lateribus comprehenſum] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem ſumamus eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum. Quinetiam Baſim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam pręacceptis neceſſariò reliquum Baſim eſſe ſupponendũ eſt. Quapropter hîc quoque Elementorum inſtitutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præſumpſiſſet, reliqua, Triangulorum Baſes appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipſorum Area æqualis fuerit. nam fieri poteſt Ambitibus æqualibus exiſtentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales eſſe. Aream autem voco, Spatium ipſum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum ſanè Ambitum etiam, Li-

Idem inferius in lib. 4. in côm. propônis 37. & in côm. propônis 47.



Pulchrũ.

Documẽtum.

Baſis Triãguli quid.

Duplex ẽ Trianguli Baſis.

Quõ Triãgulũ Triãgulo ęquale fit.

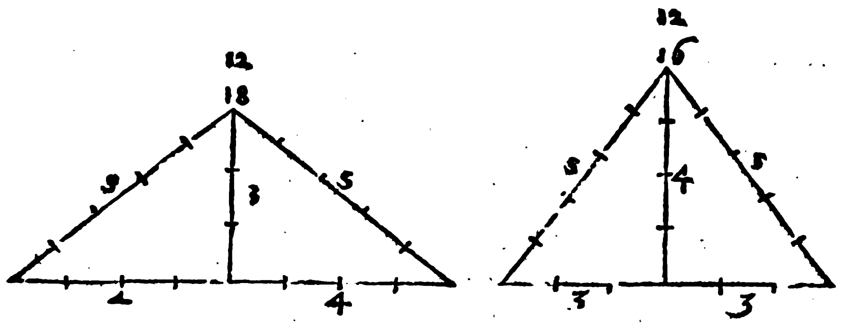
Area Triãguli quid.

Ambitus Triãguli quid.

neam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compoſitam. Diuerſum igitur eſt vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales eſſe, ſi & Area Areæ debet eſſe æqualis. Accidit autem in quibuſdam Triangulis Areis quoque æqualibus exiſtentibus, Ambitus eſſe inæquales: Ambitibusq́ue æqualibus exiſtentibus Areas inæquales eſſe.

praeter



Pulchra cōſideratio. Vide ēt in lib. 4. in cōm. ꝓpōnis 37. & 44.

Duobus enim Aequicruribus Triangulis exiſtentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Baſium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum ſanè qui Geometriæ quidē ignarus eſt maius dixerit illud, quod Baſim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriuſque Area Duodecim eſt, hæcq́ue demonſtrabit Perpendicularem in vtroq; Triangulo à Vertice ducens, hancq; cum altera parte Segmentorum Baſis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus exiſtentibus Spatia inæqualia eſſe. & quidam olim ſuos participes in agrorum diuiſionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū ſumpſere.

Qūo recta Linea alii rectæ Lineæ æqualis dicatur.

Baſis verò Baſi æqualis eſſe dicitur, omninoq́ue recta Linea alij rectæ Lineæ ęqualis eſt, cùm ipſarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema ſibi inuicem congruunt.

Qūo rectilineus Angul' rectilineo Angulo dicatur ęqualis.

Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis eſſe dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum ſupra vnum alterius poſito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus eſt, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipſo. Angulorum autem æqualitatem ſumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæteriſq́ue omnibus, qui eiuſdem ſunt ſpeciei, vt in Lunularibus, in Syſtroidibus,

ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus .n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant.

Qūo Latera dicātur Angulos ſubtēdere.

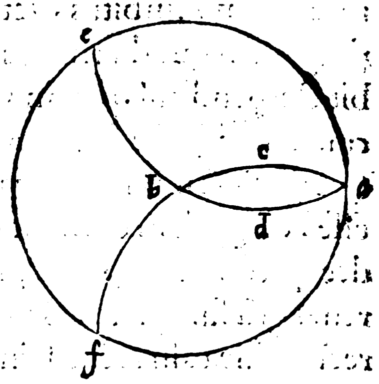
Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quòd Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, à reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncqúe cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualē dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum.

Documē ti finis. † prçaſſumātur. Ad ipſius aūt Demōnē illud.

Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cōſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit igitur quòd hoc fieri nō poſſit?

Demonſtrat quòd duę rectæ Lineę ſpatiū non cōprehēdūt.

Sint duæ Rectę Spatium comprehēdentes a c b, a d b, & producantur in infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniã itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minimè fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt.



Documētum.

Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniunguntur. Fieri autem poteſt vt & extra, & intra Semicirculos infinitę Cir-

cũferentię

cunferentiæ data Signa coniungentes deſcribantur. cauſa verò eſt, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema eſt minima. vnum autem vbique minimum eſt, & ſemper menſura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipſe cùm vnus ſit, menſura cęterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum menſurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque ſufficiant. Quòd autem tota præſentis Theorematis Demonſtratio à cõmunibus dependet notionibus, ac veluti ſponte naturæ proueniẽs eſt, ab ipſaq́ue Suppoſitionum euidentia egreſſa, cuilibet manifeſtum eſt. nam cùm quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia ſint, ſibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales ſint, ipſi quoque ſibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusq́ue ad Latera coaptatis, inferne etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Baſis quoque congruet Baſi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaq́ue omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei conſiderata, totius Demonſtrationis cauſa eſſe apparuit. duo enim hîc ſunt Pronuntiata totam propoſiti Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt ſibi inuicem, æqualia ſunt. & hoc ſimpliciter verum eſt, nullaq́ue indiget limitatione, quo Elementorum inſtitutor & in Baſi, & in Spatio, reliquisq́ue Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia ſunt, quoniam ſibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę ęqualia data ſunt, ſibi inuicẽ congruunt. Hoc autem non in omnibus verum eſt, ſed in ijs, quæ ſpecie ſimilia ſunt. Specie autem ſimilia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiuſdem, & Anguli, qui à ſimilibus ſimiliter iacentibus Lineis comprehenſi ſunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, ſibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonſtratio (vt breui complectens dicam) huiuſcemodi ſit. Hæc hiſce æqualia data ſunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipſis comprehenſi, hæcq́ue ſibimetipſis conueniunt. Si autem hæc ſibi inuicem conueniunt, & Baſis Baſi, omnibusq́ue omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque ſunt. Si igitur hæc hiſce æqualia data ſunt, ſimul etiam oſtenditur quòd omnia omnibus ſunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verũ enim vero de † tota Demonſtratione hæc ſatis ſint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idẽ in lib. ſecundo. Cõm. 10.

Finis Documẽti.

Præſentis Theorematis Demõſtratio.

Octauum Pronũtiatum.

Conuerſum octaui Pronũtiati.

Nota ꝙ ſpeciẽ hic ſpecialisſimã intelligit.

† Siplici.

Digreſſio.

Diſtinctio Problematũ, & Theorematũ ſecundum Carpum.

Prima differentia.

Secũda differentia.

Tertia differentia.

Propria opinio.

Aſtrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus ſermonem ſuſcitauit ſiquidem oportunè accidit (inquit) in præſentia ſilentio non prætereatur, ac deniq; horum diſtinctionem aggreſſus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærũtur. Nec non Problematis quidem Propoſitionem ſimplicem eſſe, nullaq́ue artificioſa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifeſtè iubet, vt ęquilaterum Triangulum conſtituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori ęqualem abſcindere. quid enim horum difficile, & obſcurum eſt? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiq́ue ſcientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale ſanè hoc quoq; eſt, Theorematum primum exiſtens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam eſt via communis per Reſolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere poſſumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inueſtigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio eſt, vt ad tempus vſq; noſtrum (inquit ipſe) nemo communem horũ inuentionis methodum tradere poſſit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus ſimplicius vtiq; eſſet. His autem diſtinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; inſtitutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hiſq́ue Elementorũ inſtitutio ſumit exordium, & primum quidem Theorema, quartũ eſt in ordine: non quia quartum ex ipſis oſtenditur, ſed quoniam ſi ẽt nullo eorum, quæ ipſum præcedunt in demonſtratione egeret, illa præcedere neceſſarium fuit, eò quòd Problemata ea ſunt, hoc autem Theorema. omnino enim cõmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuerſis in locis poſitum accipit. congruentia enim, quæq́ue ex hac oſtenditur æqualitas ſenſibilem prorſus, & euidentem habent deprehenſionem. veruntamen tali etiam exiſtente primi Theorematis Demonſtratione, iurè Problemata præceſſere, quoniam vniuerſaliter primariũ illa ſortita ſunt locum. & forſan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potiſſimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa ſenſilia verſantur, ad contemplationem aſcendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellũt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus ſe cõiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ ſciẽtiæ cohęret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis ſpectant

ad

ad ea, quæ gignendę ſcientiæ magis vim habent procedere. Vanum eſt igitur Gemino obtrectare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenti. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſsignauit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cùm quidē in Theorematibus Simpliciſsimum ſit, atq; principaliſsimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicā, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demōſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſqúe Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoqúe Data ipſa conſtruuntur.

Defendit Geminū.

TEXTVS

Aequicrurium Triāgulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propó 5. Theorema ſecundum.

THeorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habētia Datum, & vnū Quęſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quę ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cōcluſiones Suppoſitiòne Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horū alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verùm fieri non poteſt vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataqúe fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola ęqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidūt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudinę, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibilę

Cōm. 9. Theorematum diuiſio.

enim eſt diuidentem etiam dicere, Triangula, quę ſub eadē ſunt Altitudine,eandem habēt rationē, quam Baſes, in Parallelogrāmiſqúe ſimiliter. Omnium autem Compoſitorum alia quidem iuxta Concluſionem componuntur,ab eadem Suppoſitione excitata: alia verò iuxta Suppoſitiones Compoſitionem habent, eandemqúe omnibus inferunt Concluſionem: alia autem iuxta Concluſionem, & iuxta Suppoſitiones Compoſita ſunt. Iuxta itaq; Concluſionem hîc Cōpoſitio eſt,in hoc enim Theoremate tria ſunt ea, quæ concluduntur, Quòd Baſes æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales ſunt, Sub quibus æqualia Latera ſubtendunt. Iuxta autem Suppoſitiones,in Cōmuni Triangulorum,& Parallelogrāmorum Theoremate ſub eadem Altitudine exiſtentiū. Et iuxta vtrūq; verò,in illo Theoremate [Circulorum, Ellipſiūqúe Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipſa continentes bifariā diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuerſalia ſunt; alia verò à Particularibus vniuerſale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipſim,Parallelogrammaqúe diuidit, † vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuerſaliter accipimus, quod autem ex omnibus conſtat vniuerſaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum tranſeuntes ſe inuicem bifariam ſecant. Segmentorumqúe omnium Angulos æquales faciunt, Vniuerſale dicimus. nam in Ellipſi non omnes Segmentorum Anguli æquales ſunt, † ſed ſoli eorum, quę à Dimetiente fiunt. Omnino autem haſce compoſitiones Geometræ breuitatis, Reſolutionumqúe gratia machinati ſunt. multa .n. cùm incompoſita quidem ſint, non reſoluuntur, Compoſita autem ſolùm Cōmoditates ad Reſolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius conſideratis, quintum Theorema Compoſitum omnino dicendum eſt,& iuxta vtrunq; Compoſitum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæſitum. † quod Elementorum quoque inſtitutor oſtendens, ipſum cùm vnum ſit partitus eſt, & ſeorſum vtraque Data, & Quæſita appoſuit,quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. rurſusqúe deinceps,& productis ęqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli,ęquales ſunt. non .n. duo eſſe Theoremata exiſtimandum eſt, ſed vnum, Compoſitum autem & iuxta Datum,& iuxta Quæſitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum eſt. Idcirco Conuerſio quoque vera eſt in vtroque. Si .n. qui ad Baſim ſunt, æquales fuerint, Aequicrus eſt Triangulum: ſi autem qui ſub Baſi,æquales rectæ Lineæ protractæ ſunt,

&

Prima ꝓpoſitio ſexti.

Theorema.

† Vnamquāq; quidem Complexi partē nō vniuerſaliter.

† Sed eorū tātùm,quę

† quæ.

Triangulum Aequicrus eſt. Verùm Elemẽtorum inſtitutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe, Conuerſionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ęquales eſſe, minimè, licet hoc quoque verum ſit. At huius quidem cauſam poſterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de cauſa hoc omnino demonſtrauit, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ęquales eſſe. nequaquã enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematũ Conſtructione, aut Demonſtratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum ſit, quid opus fuit huic Theoremati illud interſerere? Dicendum itaque ad hanc Quæſtionem, quòd quanuis nuſquam hoc vſurus ſit, Angulos ſcilicet, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, æquales eſſe, ad Inſtantiarũ tamen deſtructiones, obiectionumquę Theorematibus reſiſtentium ſolutiones hoc vtiliſſimum erit. Artificioſum aũt eſt, ad ſcientiamquę ſpectat ſolutiones oppugnantiũ ijs, quæ dicenda ſunt præparare, reſponſionũque ſubſidia præmoliri. vt non ſolùm eorũ, quę vera ſunt Demonſtrationes ex ijs, quę prius ſunt demõſtrata, verũ etiã Falſi redargutiones ex illis fiant. Et ſuſcipies quidem † ex hoc quoq; in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentũ. nam qui in illis etiã ſermonibus hoc facere poteſt, & ea, quæ ſequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod ſanè præter propoſitũ eſt) alijs primò ipſorũ ſolutiones præparare, is vtique certiſſimam mirũ in modum diſputationum viã prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque inſtitutor re ipſa nos docens, ante ea Theoremata, quibus reſiſtentes obiectiones ſoluemus, ijs, quæ nunc oſtendũtur vtentes, Angulos etiam, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, ęquales eſſe ſimul demonſtrat, & mendacij, quod in illis eſt redargutionem præparat. Quòd autem Inſtantias, quæ in ſeptimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc ſoluemus, procedentibus perſpicuũ erit. Ex his verò patet, qua etiam de cauſa ab hoc quoque Sextũ non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatẽ, verùm per accidens ad totã ſcientiã nobis confert. Siquis autẽ à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales oſtendere (non enim opus eſſe per eos, qui ſub Baſi ſunt, hos quoq; ęquales demonſtrare) quodãmodo Cõſtructionẽ tranſponentes, & eas quæ extrà fiunt conſtructiones intra ipſum Aequicrus facientes, Propoſitum oſtendemus. Sit .n. Aequicrus a b c, accipiaturquę in Linea a b quodcunque Signum, ſitquę illud d, & ab ipſa a c, ipſi a d æqualis ſumatur, quę ſit a e, & protrahãtur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipſi a c; & a d, ipſi

Vide inferius in pręſenti cõm.

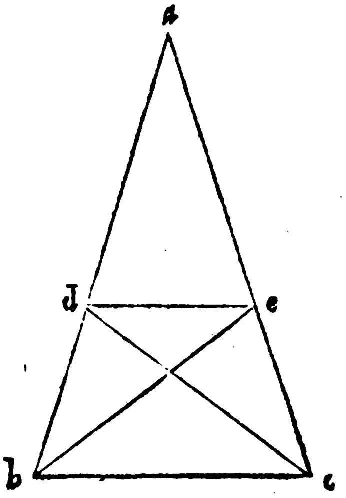
Dubitatio

Solutio.

Notãdum † ex hoc quoq; eius qui ĩ Geometria eſt eſt ordinis ad Rhetoricã emolumẽtum.

Ecce cauſa, quã ſuperius ꝑmiſit.

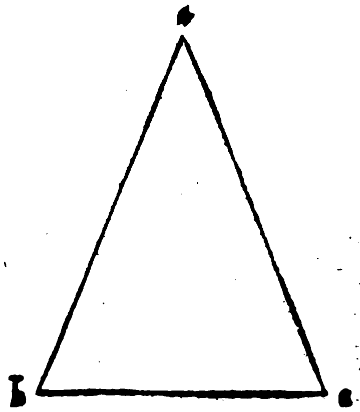
Quidã huius Theorematis caſus.



a e æquales ſunt, Angulusq́ue a cõmunis, erit etiam b e æqualis ipſi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quãobrem Angulus a b e, Angulo a c d ęqualis eſt. Rurſus quoniam d b, ipſi e c: & b e, ipſi d c ęquales ſunt, Angulusq́ue d b e, Angulo e c d ęqualis eſt. & Baſis igitur d e cùm vtriſque cõmunis ſit, ſibi ipſi eſt æqualis, omniaq́ue omnibus æqualia ſunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis eſt. Quoniã igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis eſt, à quibus Anguli d e b, e d c ęquales ablati ſunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales ſunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri ęqualia, & Baſis b c cõmunis. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quãobrem reliqui quoque Anguli, ſub quibus æqualia Latera ſubtẽdunt ęquales ſunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis eſt. nam Angulum quidẽ d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b ſubtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt, æqualibus etiã rectis Lineis non productis. Adhuc autẽ breuius hoc Pappus ipſe demonſtrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Aequicrus a b c, & ſit æqualis a b, ipſi a c. Intelligamus itaque hoc vnũ tanquam duo Triangula, & dicamus ſic. Quoniã a b, ipſi a c: & a c, ipſi a b ęquales ſunt, duæ vtique a b, a c, duabus a c, a b æquales ſunt, Angulusq́ue b a c, Angulo c a b æqualis eſt (idẽ .n. eſt) & omnia igitur, omnibus ęqualia ſunt. Baſis quidẽ b c, Baſi c b. Triangulum aũt a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. ſub his .n. æqualia Latera ſubtendunt, ipſa nẽpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorũ, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Videturq́ue hunc Demonſtrationis modũ inueniſſe, cùm conſideraſſet quòd Elementorũ quoque inſtitutor in quarto Theoremate cũ duo Triangula vniſſet,

&

† nulla additione indigens, Demõſtratio Pappi.



ſibi inuicem congruere feciſſet, ex duobuſqúe vnum confeciſſet, hoc modo ipſorum iuxta omnia æqualitatem obſeruauit. Conſimiliter igitur fieri poteſt, vt nos quoque in hoc vno per aſſumptionem duo Triangula contẽplantes, Angulorũ, qui ad Baſim ſunt æqualitatem demonſtremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiuſce Theorematis inuentionis cauſa, gratię ſunt habendæ, ille enim primus dicitur animaduertiſſe, ac dixiſſe quòd vtique omnis Aequicruris qui ad Baſim ſunt Anguli, ęquales ſunt: moreqúe Antiquorum æquales, ſimiles appellauiſſe. Magis autem quis eos iuniorum laude proſequeretur, qui adhuc magis vniuerſaliter demonſtrarunt (è quorum numero Gemînus etiam eſt) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam ſimilium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt ſiue Rectã Baſim habeant, ſiue Circunferentiam, ſiue Cylindricam Helicẽ, ipſarum Anguli, qui ad Baſim ſunt, æquales ſint. hoc .n. Gemînus Theoremate vtens, oſtendit quòd tres ſolæ Lineæ & non plures ſimilium partium ſunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum deſcribitur Helix, & hoc eſt propriè vniuerſale, cui primò Symptoma hoc competit, quẽadmodum ſanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per ſe ineſſe oſtẽdetur, Non eſt igitur vniuerſaliter Aequicruris propriũ, & ſi etiam omni ipſi competit, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habere; ſed æqualium rectarum Linearum, ad ſimilium partium Lineam incidentium, illis enim primùm ineſt, æquales Angulos ſubtendere.

Thales fuit primus hui⁹ Theorematis inuentor.

Laudat Geminũ.

Theorema Gemini.

In 20. propoſitione.

TEXTVS

Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ ſub æqualibus Angulis ſubtendunt, ſibi inuicem æqualia erunt.

Propó 6. Theorema 3.

PRæſens Theorema duo hæc Theorematum in primis oſtendit, Conuerſionem, & ad impoſſibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, oſtenditur autẽ per Deductionem ad impoſſibile. Operæpretium eſt itaque de vtraque dicere quęcunque ad præſentẽ ſpectant tractationem. Conuerſio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Concluſiones, atque Suppoſitiones adinuicem Theoremata viciſſim accipiunt. & prioris quidem Concluſio, in poſteriori Suppoſitio fit: Suppoſitio

Cóm. 10.

Côuerſio quid apud Geometras.

verò,tanquam Concluſio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Suppoſitio quidem Aequicrus Triangulum hic eſt: Concluſio autem, Angulorum,qui ad Baſim ſunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Baſim æquales, hæc Aequicrura ſunt. quod ſanè ſextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppoſitionem quidẽ hoc fecit, Angulos,qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe: Concluſionem verò, Laterum illos æquales Angulos ſubtendentium ęqualitatem. Alia autem,Conuerſio iuxta quandam ſolam Compoſitorum mutationem. ſi .n. Compoſitum Theorema fuerit, à pluribus Suppoſitionibus incipiens, in vnamq́ue Concluſionem deſinens, † accipientes Concluſionem,vnamq́ue ex Suppoſitionibus,vel etiã plures, aliquam reliquarũ Suppoſitionum veluti Concluſionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati,octauũ conuertitur. nam alterũ quidem inquit, ſub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Baſes æquales ſubtendunt: alterum autẽ, in æqualibus Baſibus ęqualia Latera poſita, ęquales Angulos continent. quorũ illud quidem,in æqualibus Baſibus, prioris Concluſio fuit: illud verò, æqualia Latera poſita, vna ex præaſſumptis in illo Suppoſitionibus: illud autem, æquales Angulos cõprehendunt, altera in illo fuit Suppoſitio. Duabus itaque hiſce Conuerſionibus exiſtentibus, illa quidem,quæ Præcipua dicitur,vniformis eſt, atque determinata: altera autèm,varia, in multumq́ue Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, ſed in multis conuertens, propter Suppoſitionum multitudinem, quæ in Compoſitis Theorematibus eſt. Sæpenumero autem ei etiã, quod à duabus incipit Suppoſitionibus vnũ eſt quod conuertitur, quando Suppoſitiones nõ omnes determinatę, ſed quędam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere,quòd multę falſę Conuerſiones fiunt,& nõ ſunt propriè Cõuerſiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus eſt. non tamen conuerſum etiam verũ eſt, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus ſit. Cauſa autem,quoniam alterum quidẽ cõmunius eſt, alterum verò particularius.& de omni alterũ ſolum de altero dicitur. In quibus autem quod primò ineſt, & ſecundum quod ipſum accipitur, in illis Conuerſio quoq; conſequitur. Et hæc quidẽ Menęchmi, Amphinomiq́ue familiares Mathematicos non latuere.Ipſorum aũt, quæ conuertuntur Theorematum,alia quidem Præcedentia vocare conſueuerunt, alia verò Conuerſa. Cùm .n. quoddam genus ſupponentes, aliquod de ipſo Symptoma demonſtrauerint,Pręcedens hoc appellant. Cùm autẽ è contrario Suppoſitionem quidem Sympto-

† accipientes Concluſionem vnamq́ue ex Suppoſitionib᷒, concluſiò, nẽ faciũt, vnã Suppoſitionũ, velẽt plures.& hoc modo.

Duplex Cõuerſio Geometrica, ꝓpria, atq; imꝓpria.

† Et non vnũ vni, Sed vnum multis cõuertẽs, iuxta Suppoſitionũ Notãdũ.

Quid p̃cedẽs,& q̃d Conuerſum Theorema.

rma fecerint: Concluſionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuerſum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulũ Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet hoc Pręcedens eſt. ſubijcitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipſum Aequicrus Triãgulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos ſubtendentia habet æqualia; & eſt Aequicrus. hoc Conuerſum eſt. Subiectum enim, huiuſquè paſſionem immutat. & hanc quidem ſupponit, illud verò ex hac oſtendit. Tot de Geometricis Conuerſionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impoſſibile, omnino quidem in euidens impoſſibile deſinunt, cuiuſquè contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipſarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppoſitionibus opponuntur deſinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonſtrata ſunt contradicunt. nam præſens quidẽ ſextum Theorema id, quod accidit, impoſſibile eſſe oſtendit, eò quòd communem deſtruit notionem, Totum ſua parte maius dicentem. Octauum verò in impoſſibile quidem incidit, nõ tamen in id, quod communis notionis deſtruendæ vim habet, ſed eius, quod per ſeptimum Theorema oſtenſum eſt. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans oſtendit ijs, qui Quæſitum non concedunt. Omnis autem ad impoſſibile Deductio quod Quæſito oppugnat accipiens, hocquè ſupponens progreditur, donec in exploratum abſurdum incidat, per illudquè Suppoſitionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim ſciendum eſt, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs ſunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principijs quidem duplices & ipſæ ſunt. aut enim à communibus notionibus, à ſolaquè euidentia fidem per ſe facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præoſtenſa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel deſtruendorum vim habent. Verùm ponendi quidẽ principia vim habentes, Reſolutiones appellantur, hiſquè cõpoſitiones opponuntur. nam fieri poteſt vt à principijs illis ad Quęſitũ ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cõpoſitio eſt. Deſtruendi verò vim habẽtes, Deductiones ad impoſſibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quę conceſſa ſunt, exploratáquè habentur deſtruere, huiuſce viæ opus eſt. Et eſt in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Reſolutione. in Deductionibus enim ad impoſſibile iuxta ſecundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio eſt. vt ſi Triangulorum æquales Angulos habentiũ Latera æquos Angulos ſubtẽdentia

Genus hic pro ſubiecto.

Epilogus.

Deductio ad impoſſibile quid apud Geometras.

Documentum.

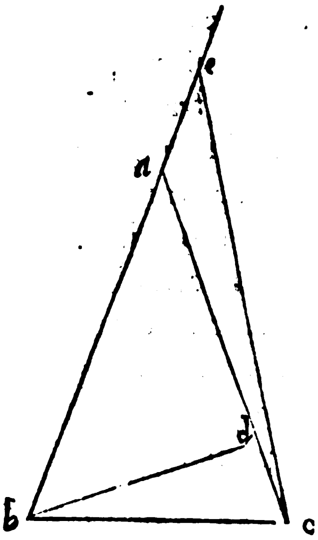
Porphyrius

Epilogus.

In principio huius cōmenti.

Quidā huius Theorematis caſus.

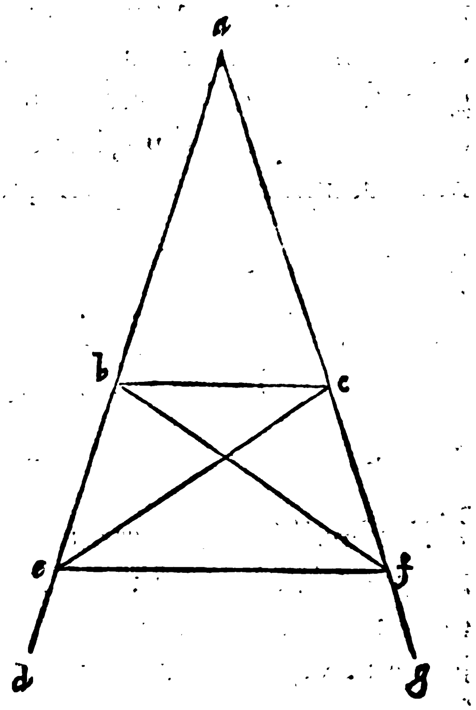
æqualia non ſunt, Totum ſuæ parti æquale eſt: verùm hoc fieri non poteſt. Triangulorum igitur duos Angulos ęquales habentium Latera quoque æquos Angulos ſubtendentia æqualia ſunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impoſſibile vocatur ſufficiant. Vtitur aūt (quod iā diximus) Elementorū inſtitutor Conuerſione quidem, in Propoſitione, quippe qui Concluſionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusqúe Suppoſitionem tanquā Quæſitum adiecit: Deductione autem ad impoſſibile, in Conſtructione, atque in Demonſtratione. Si autem aliqui ſurgant dicentes, quòd nō oportet ipſi a b ab ipſa a c æqualem auferentem, ad Signū c, facere ablationē, ſed ad Signum a, hanc quoq; ponentes Suppoſitionem in idem impoſſibile incidemus. Sit .n. a b ęqualis ipſi a d, & producatur b a, ponaturqúe æqualis a e, ipſi d c. Tota igitur b e, toti a c ęqualis eſt. Connectatur ipſa e c. Quoniā itaq; a c æqualis eſt ipſi b e, cōmunis autē b c, duę duabus æquales ſunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis eſt. Sic .n. poſitum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c ęquale eſt, Totum parti, quod minimè fieri poteſt.



Demō reliqui conuerſionis membri.

Verùm quoniam hoc quoque manifeſtum eſt, ſequitur vt reliquum etiam Conuerſionis oſtendamus. nam Elementorum quidem inſtitutor ad quinti Theorematis partē, totum ſextum conuertit. Operæpretium eſt autem reliquam quoq; Conuerſionem adijcere. hæc autem eſt illa, quæ accipit quidem tanquam Suppoſitionem, cuiuſdam Trianguli Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe: oſtendit verò Triangulum eſſe Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, ſintqúe Anguli, qui ſub Baſi ſunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b c, Aequicrus eſt. Sumatur .n. in Linea ad Signum e, ipſiqúe b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipſi c f æqualis eſt, cōmunis autē b c, duæ duabus ęquales ſunt. & Angulus e b c, Angulo f c b ęqualis eſt. ſub Baſi enim ſunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. & Baſis igitur e c, Baſi f b æqualis eſt, Angu-

lusqúe



luſqúe b e c, Angulo c f b: & Angulus c b f, Angulo b c e. ſub ipſis enim æqualia Latera ſubtendunt. erat autem totus e b c Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b ęqualis eſt. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis eſt. eſt autem b e, ipſi c f: & b f, ipſi c e æqualis, æqualesqúe continent Angulos. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis eſt. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f ęquum eſt (per ſextum, oſtenſum .n. eſt) ex quibus b e, ipſi c f æqualis eſt. ſic enim ablatę fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis eſt. Aequicrus ergo eſt Triangulum a b c. Tum igitur ſi duos, qui ad Baſim ſunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus eſt: tum ſi Lateribus productis duos, qui ſub Baſi ſunt Angulos ęquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de cauſa igitur reliquam quoq; partem Elementorum inſtitutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui ſub Baſi ſunt æquales eſſe extra propoſitum erat, aliorum dubiorum ſolutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Baſim ſunt ęqualibus exiſtentibus Triangulum Aequicrus eſſe neque ad præcipuam Demonſtrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur ſolutionem ipſi confert, cum ſequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipſiqúe anſam illa præbeat, Angulis, qui ſub Baſi ſunt, ęqualibus exiſtentibus, Aequicrus & Triangulum oſtendi? ſi .n. omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam, duosqúe Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui ſub Baſi ſunt æqualibus datis, & qui ad Baſim ſunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus exiſtentibus, & Latera ipſos ſubtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari inſtitutione vſus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui ſub Baſi ſunt ęqualibus exiſtentibus, Triangulũ Aequicrus eſt. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

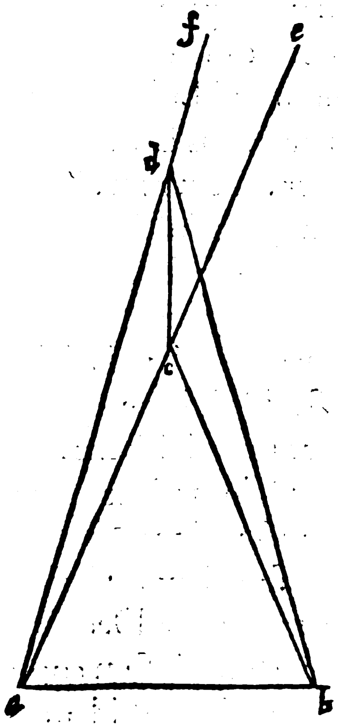
Propõ 13. matum Demonſtrationem . nam paulò pòſt apparebit Theorema oſtendens, quòd ſi recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuerſione nihil indigent : quæ verò hoc ſequuntur, hac indiguere, hocqúe Theoremate fidem facient.

TEXTVS

Propõ 7. Theorema 4. Super eadem recta Linea duabus eiſdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineę ęquales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad ad eaſdem partes, eadem Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes non conſtituentur.

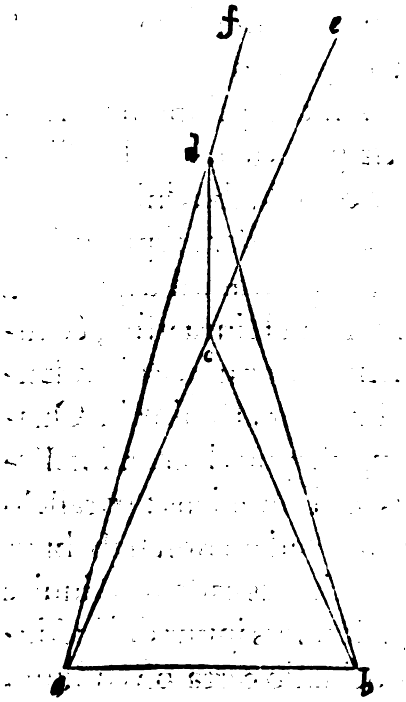
Cõm. 11. PRæſens Theorema rarum quid paſſum eſt, quod haud frequenter ijs, quæ ſcientiam pariunt Propoſitionibus euenire ſolet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non ſatis proprium ipſis eſt. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorũ **Ariſtote. in 1. po. ſt tex. 31.** Theorematum Propoſitiones, affirmationes ſunt. Cauſa autem (vt inquit Ariſtoteles) quoniam vniuerſale quidem affirmans ſcientijs maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeqúe nihil indigens : vniuerſale verò negans, affirmatione quoque indiget, ſi de- **† nam ſine affirmõne neque** bet oſtendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonſtratio eſt, neq; Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonſtrantes ſcientiæ, plurima quidem affirmantia oſtendunt, rarò verò negantibus vtuntur concluſionibus. Admirabili autem diligentia plena eſt huiuſce Theorematis Propoſitio, omnibusqúe additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta eſt, vt ab ijs, qui calumniari conan- **Prima huius Theorematis cõditio.** tur, coargui, cõuinciqúe minimè poſſit. nam primò quidem particula illa [ſuper eadem recta Linea] ſumpta eſt, ne ſuper alia duas duabus alteram alteri æquales oſtendamus, Propoſitioneqúe vtentes circunueniamus. **Secunda.** Secundò vna recta Linea exiſtẽte, nõ inquit ſuper ipſam duas duabus æquales ſimpliciter conſtituere (hoc enim fieri poteſt) ſed alteram alteri. quid .n. mirũ eſt vtraſque vtriſq; ęquales ſumpſiſſe eum, qui alteram quidem earum, quæ conſtituuntur protrahit : alteram verò contrahit ? Verùm alteram alteri (inquit) impoſſibile. **Tertia.** Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid enim ſi quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri ęquales feciſſet, haſce illis in eodẽ Signo, quod ſubiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptaſſet, hasqúe conſtituiſſet ? omnino .n. æqualibus rectis Lineis exiſtentibus, Extrema quoque ipſarum congruẽt.

gruent. Quarta. Quartò adiecit particulam [ad eaſdem partes] quid enim ſi vna recta Linea ſubiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipſius partem,alteras verò ad alteram poſuiſſemus,ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppoſitos vertices habentium Baſis eſſet? Ne igitur hoc paſſi, noſtram deceptionem ad Elementorum inſtitutorem inferamus, adiecit particulam [ad eaſdem partes,]. Quinta. Quintò ſubdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam ſuper eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum,ad eaſdem partes conſtituiſſet, tota recta Linea vſus, & ſuper hac ipſas duas conſtituens, ijs, quę conſtituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis,quæ initiò ductæ erant. ſi enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipſius Latere intellexerimus, duæ duabus ęquales erunt, Latus, & Dimetiens; parallelo Lateri,alteriqúe Dimetiẽti. Verùm ęquales eadem non habebunt Extrema. neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipſę autem erant æquales. His igitur diſtinctionibus ſeruatis & Propoſitio vera, & Ratiocinatio certa oſtenditur. Inſtantia. Fortaſſe autem quidam præter hos quoq; omnes ſcientiam gignentes Terminos inſtare auſi eſſent dicentes,quòd his etiã ſuppoſitis, fieri poteſt vt id, quod Geometra dicit impoſſibile ſit. Sit .n. a b recta Linea, & ſuper hac duabus a c, c b, duę ęquales a d, d b, ſintqúe hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum,c nempe, atque d ſint, eademqúe Extrema cum ijs,quæ initiò ductæ ſunt rectis Lineis habeant, a ſcilicet, atque b. & ſit a c quidem æqualis ipſi a d: b c verò, ipſi b d. Reſpõſio. Aduerſus itaque hoc modo inſtãtes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. conſtructis manifeſtum,quòd Triangulũ quidem a c d Aequicrus eſt,ęquali exiſtẽte (vt aſſerit eorum oratio) a d, ipſi a c: Anguli verò, qui ſub Baſi, æquales, Angulus ſcilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior eſt Angulo b d c. multò maior igitur eſt



Angu-

Angulus b c d, Angulo b d c. Sed quoniam rurſus Linea d b æqualis eſt Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Baſim, æquales ſunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis eſt, quod minimè fieri poteſt. Et hoc quidem eſt, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ſibi inuicẽ æquales eſſe, quanuis ad ſequentium Theorematũ Demonſtrationes vtile non ſit, ad Inſtantiarum tamen ſolutiones maximã affert vtilitatem. in præſentia nanque Inſtantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus exiſtẽtibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Conſimiliter autẽ in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum ſolutiones maximè nobis cõferre apparebit.



Alia Inſtãtia.

Si quis autem dicat quòd ſint ſuper recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis ſit ipſi a c: b d verò, ipſi a d, ad aliud atq; aliud Signũ, a ſcilicet, atq; b, ad eaſdem partes, eadem Extrema cum ipſis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc ſermonem dicemus? Reſpõſio. An quòd oportet primas etiam rectas Lineas ſuper recta Linea a b conſtituere, hiſqúe æquales ſuper eadem recta Linea a b conſtitui? hoc modo enim Elementorum quoq; inſtitutor in Propoſitione dicit. Ipſe autem a c, & a d rectę Lineæ non ſunt ſuper recta Linea a b, ſed ad quoddam eius Signum conſtitutæ ſunt, & non ſuper ipſa. Quamobrem aliæ quidem ſunt quæ ſuper a b recta Linea conſiſtunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio poſitæ fuerant † quæqúe ipſis ęquales conſtitui debent. cùm tamen opus ſit rectas Lineas, quæ ſuper recta Linea a b conſtituuntur, æquales ipſis eſſe, quæ erant ſuper ipſa a b recta Linea. Tot etiam aduerſus hæc, & aduerſus hanc quæſtionem ſufficiant. Quòd autem præſens Theorema ab Elementorum inſtitutore per Deductionem ad impoſſibile oſtenſum eſt, & quòd impoſſibile ipſum communi oppugnat notioni dicenti, totum eſt ſua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe eſſe non poteſt, manifeſtum eſt. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præaſſumpta octaui

† quæque ipſis æquales ſunt.

Theorematis eſſe. ad illius nanq; Demonſtrationem confert, & neq; Elementum ſimpliciter eſt, neque Elementare. non .n. ad plura ſuam extendit vtilitatem. Rariſſimum igitur apud Geometram ipſius vſum reperiemus.

TEXTVS

Propõ 8. Theorema. 5.

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint aũt & Baſim Baſi ęqualem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt.

Cõm. 12. OCtauum Theorema quarti conuerſum eſt, non iuxta præcipuam Conuerſionem ſumptum. non.n. totam illius Suppoſitionem, Concluſionem: totamqúe Concluſionem, Suppoſitionem facit. Verùm aliquam quidem Suppoſitionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæſitorum, quæ in illo ſunt contexens, vnũ quid oſtendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia eſſe, in vtroque Suppoſitio eſt: hoc verò, Baſim Baſi æqualem eſſe, in illo quidem vnum Quæſitorum erat, in hoc autem Datum eſt: hoc autem, Angulum Angulo æquum eſſe, Datum quidem in illo, Quæſitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæſitorumqúe immutatio Conuerſionem efficit. Siquis autẽ cauſam addiſcere deſideret, propter quam octauum in ordine poſitũ eſt, & non ſtatim poſt quartum tanquam illi Conuerſum, quemadmodum ſanè poſt quintum ſextum, quippe quod ipſius quinti Conuerſum eſt, plurima ſiquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia conſequuntur, & poſt ipſa nullo medio intercedente oſtenduntur, dicendum quòd ſeptimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impoſſibile oſtenditur, impoſſibile verò quòd tale ſit, à ſeptimo fit cognitum. Hoc autem rurſus in Demonſtratione, quinto indigebat. Neceſſariò igitur ſeptimum, ac quintum ante hoc, quod nunc oſtenditur Theorema præaſſumptum fuit. Quoniã verò Conuerſum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonſtrationem habebat, iurè ſtatim poſt quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad impoſſibile oſtendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non poteſt redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate. euidentiora .n. ad redargutionẽ ſunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia ſunt, iis quæ Theorematibus contradicunt. hęc ſiquidẽ

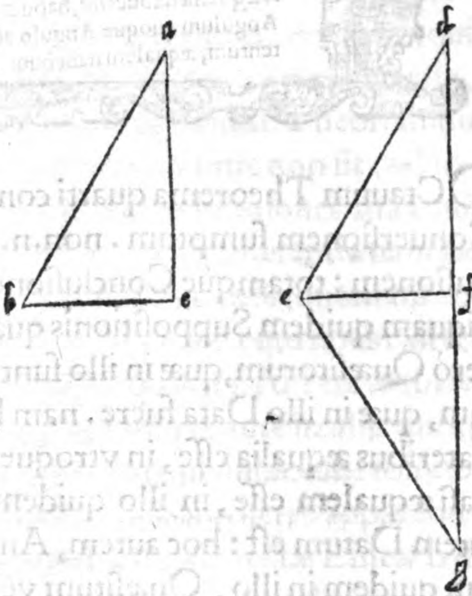
Quęſtio

Reſpõſio.

per Demonſtrationem ſumpta ſunt, illorum autẽ cognitio Demonſtratione melior eſt. At Elementorum quidem inſtitutor ex iam demonſtrato ſeptimo Theoremate quod nunc proponitur oſtendit.

Philonis Demonſtratio.

Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauũ ſe demonſtratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis exiſtentibus a b c, & d e f, duoq́ue Latera duobus Lateribus ęqualia, & Baſim b c, Baſi e f ęqualem habentibus, Baſis Baſi congruens, Triãgulumq́ue a b c, & Triangulum d e f poſitum in eodem quidem Plano, ne Baſis declinatio duorum ſit: ad alteram verò vtcunq; ipſius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppoſiti ipſorum vertices ſint, viceq́ue ipſius a b c, ſit hoc modo poſitum ipſum e f g. & ſit ipſi quidem d e, æqualis e g: ipſi autem d f, ipſa f g.



Caſus Demonſtrationis Philonis.

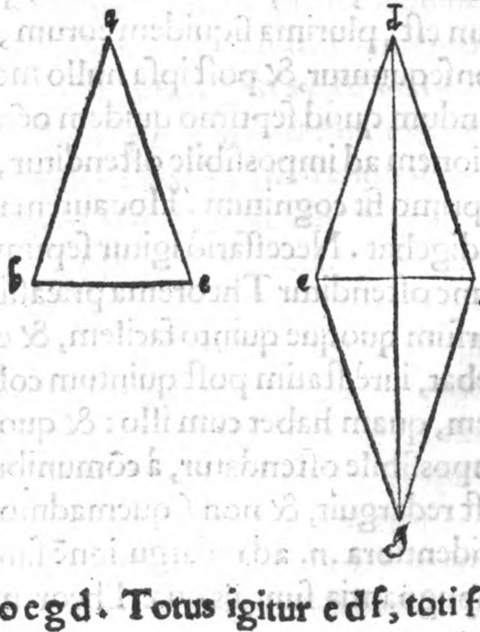
Ipſa itaque f g aut in diredirectũ poſita erit Lineæ d f, aut non in directum. & ſi nõ in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipſam faciet: aut iuxta externam.

Primus.

Sit primum in directũ poſita. Quoniam igitur ęqualis eſt d e ipſi e g, vnaq́ue eſt Linea ipſa d f g, Triangulũ d e g Aequicrus eſt, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis eſt.

Secundus.

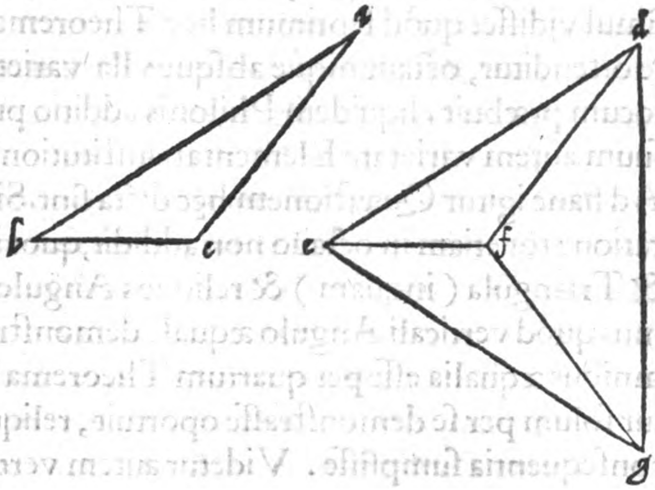
Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cõnectaturq́ue d g. Quoniam igitur e d, e g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt d f, ipſi f g, Baſisq́ue d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erat aũt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e



ęqualis

Tertius.

æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Tertiò autem iuxta externam partem faciat Angulum ad ipſam d f, ipſa f g, & connectatur extrà recta Linea d g. Quoniam igitur d e, e g æquales ſunt, Baſisqúe d g, Anguli e d g, d g e ęquales sũt. Rurſus quoniam d f, f g æquales ſunt, Baſisqúe d g, Angulus f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erãt autem toti etiam e d g, d g e Anguli ad inuicem ęquales. & reliqui igitur e d f, f g e Anguli inter ſe æquales erunt. & ſic Propoſitum iuxta quamlibet f g rectæ Lineæ poſitionem inuentum eſt, dum Theorema nos demonſtrauimus, ſeptimoqúe nuſquam vſi fuimus.



Dubitatio

Num igitur (dicunt ipſi) fruſtra illud ab Elementorũ inſtitutore introductum eſt? ſi .n. propter octauum tantùm ipſum aſſumpſimus, octauum autem abſque etiam illo oſtenſum eſt, quonam pacto penitus inutile ſeptimum non apparet?

Solutio.

Aduerſus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præceſſere dixerunt) quòd ſeptimum Theorema demonſtratum, ijs, qui Aſtronomicarum rerũ periti ſunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæqúe defectibus habetur ſermo, maximam affert vtilitatem.

Tres defectus cõſequēter ęquali ſpatio diſtantes eſſe nõ poſſunt.

hoc .n. aiunt vtentes oſtendiſſe quòd tres conſequenter Defectus æquali ſpatio ab inuicem diſtantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt ſecundus tanto temporis ſpatio diſtet à primo, quanto tertius à ſecundo. Exempli gratia, ſi poſt primum ſecundus ſex menſibus, vigintiqúe diebus elapſis factus fuit: Tertium vtique poſt ſecundum tanto tẽporis ſpatio minimè factum eſſe, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem ſic ſe habere per ſeptimum Theorema demonſtrari. & non hoc ſolùm Elementorum inſtitutorem tanquam ad Aſtronomiam nobis conferens obiter oſtendiſſe, verùm multa quoque alia Theoremata, atq; Problemata.

Vltima ꝓpoſitio libri quarti quõ ad Aſtronomiã conferat.

vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inſcribit, cuius gratia quis dixerit eũ proponere niſi ad Aſtronomiam huiuſce Problematis relationis? qui enim deſcripſerunt in Circulo per Polos tranſiente Quindecangulũ, Polorum Aequatoris à Signiferi Polis diſtantiam habent. Quindecangulari ſiquidem Latere ab inuicem diſtant. Videtur igitur Elementorum inſtitutor ad Aſtronomiam etiam reſpiciens, multa præoſtendere, ad illam quoque ſcientiam nos præparans. Cùm autem ſimul vidiſſet quòd ſeptimum hoc Theorema ex quinto Theoremate oſtenditur, octauumqúe abſque vlla varietate oſtendit, hunc ipſi locum præbuit. ſiquidem Philonis additio pulchra quidem eſt, Caſuum autem varietate Elementari inſtitutioni non ſatis conueniens. Dubitatio Ad hanc igitur Quæſtionem hęc dicta ſint. Siquis autem dubitet qua ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate, Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales eſſe: Dicemus quòd verticali Angulo æquale demonſtrato, omnia quoque omnibus æqualia eſſe per quartum Theorema ſequutum eſt. Hoc igitur ſolum per ſe demonſtraſſe oportuit, reliqua verò omnia tãquam Documétum. conſequentia ſumpſiſſe. Videtur autem verticalium Angulorum ęqualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Baſiumqúe æqualitas efficere. neque enim Baſibus inæqualibus exiſtentibus ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus ſuppoſitis, verùm dum Baſis minor fit, Angulus ſimul diminuitur, & dum creſcit illa, Angulus quoque vnà creſcit. neque ijſdem Baſibus exiſtentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angulus manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò augentur, ĩminuitur. Contrariam.n.paſsionẽ Anguli, Lateraqúe illos cõprehendentia patiuntur. etenim ſi in eadẽ Baſi Latera in inferiorẽ partẽ deſcẽdere intelligas, ipſa quidẽ diminuis, Angulum aũt ab ipſis cõprehenſum auges, maiorẽqúe ipſorũ ab inuicẽ diſtantiam efficis. Si aũt in altũ ferri, additamentumqúe ſuſcipere: Angulum, quẽ continent diminuis. coincidunt ſiquidem diutius, vertice ipſorum magis remoto à Baſi facto. Certum igitur eſt dicere, quòd & Baſis eadẽ exiſtẽs, & Latera ęqualia exiſtẽtia, ipſius Anguli ęqualitatẽ determinãt.

TEXTVS

Propõ 9.
Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bifariam ſecare.

Cóm. 13. PRoblematibus Theoremata admiſcet, Theorematibus'qꝫ Problemata contexit, & vtriſqꝫ totã Elementarem inſtitutionem cõficit, tum quidem Subiecta comparãs, tũ verò Symptomata circa ſubiecta

ipſa

ipſa conſiderans. Cùm itaque præcedentibus oſtendiſſet & in vno Triangulo ęqualitati Laterum conſequentem ęqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis ſimiliter, hoc excepto, quòd Conuerſionis modus in vno, in duobusqúe Triangulis diuerſus fuit, ad Problemata tranſit, iubetqúe datum Angulum rectilineũ bifariam ſecare. Et manifeſtum, quòd Angulus hîc quidem iuxta Formã eſt datus. Rectilineus.n. dictus eſt, & non quicunq;. nam omnẽ Angulũ bifariam ſecare ſecundũ Elementarem inſtitutionem non poſſumus. quandoquidem ambiguum etiam eſſe poſſibile eſt, an omnis Angulus bifariam ſecari poſſit. fortaſſe enim dubites vtrũ poſſibile ſit Cornicularem Angulum bifariam ſecare. Quinetiã ſectionis Ratio nobis diſtincta fuit, & hoc rurſus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præſentem tranſgreditur Conſtructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinq; partes æquales. nam Rectum quidem trifariã ſecare poſſibile eſt, paucis eorũ, quæ poſterius tradenda ſunt vtentem: Acutum verò, impoſſibile ad alias Lineas non traſcendentem, quæ miſtæ ſunt Speciei. Hoc autẽ manifeſtant qui hoc modo propoſuere. Datum Angulum rectilineum trifariam ſecare. nam Nicomedes quidẽ ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinẽ, & Symptomata tradidit, inuentor ipſe proprietatis ipſarum exiſtens, omnem rectilineum Angulum trifariam ſecuit. Alij verò, ex Hippię, Nicomedisqúe quadrantibus Lineis idem fecerunt, miſtis hi etiam quadrantibus Lineis vſi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum ſecuerunt. quorum conſiderationes ijs, qui inſtituuntur contemplatu difficiles cùm ſint, in præſentia omittimus. forſan enim magis cõmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum inſtitutore datam Circunferentiam bifariam ſecante. ibi nanque idem inquiſitionis eſt modus, non ſolùm bifariam, verùm etiam Trifariam ſecare. & ab ijſdem Lineis priſci omnẽ Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati ſunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, ſolum rectilineum Angulum, Circunferentiamqúe bifariam tantùm ſecuit. Species autem, quæ ex his miſtione conſtituuntur explicatu, enumeratuqúe difficiles exiſtentes, haud curioſè examinans, omnes huiuſcemodi inquiſitiones, quæcunque miſtis egent Lineis prætermittit, in primis, ſimpliciſſimiſqúe formis ea ſolùm, quæ ex his vel fieri, vel conſiderari poſſunt inueſtiganda proponens. quale profectò eſt, quod etiam in pręſentia proponitur Problema [Datum An-

Circa hoc Vide Vitellionẽ i 28. Propoſitione primi.

Nicomedes ꝓprietatis Conchoidũ Linearũ fuit inuentor.

In Propoſitione 30. tertii Elemen.

Hic tradit cauſam ꝓpter quã Eucl. rectilineũ Angulũ ſolũ, & Circunferentiam in duas tãtũ partes ęquales ſecuit.

gulum rectilineum bifariam ſecare] in hoc enim in Conſtructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate: in Demonſtratione verò, ſolo octauo Theoremate vtitur. omnino ſiquidem

In lib. 2. cap. 8.

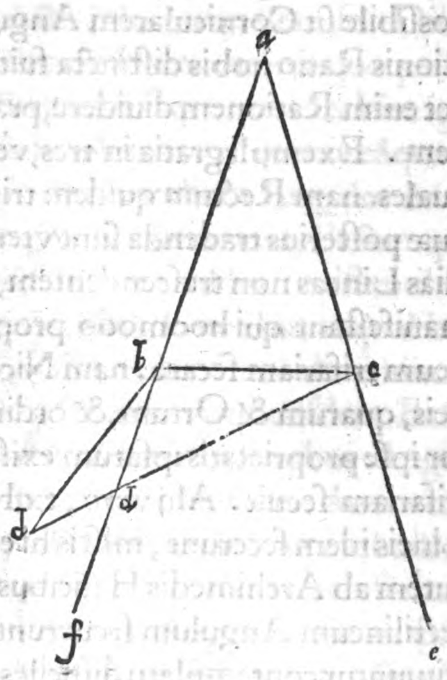
Problemata quoque Demonſtratione egent (vt prius etiam diximus) quodqúe ſcientiam gignit, ab hac adipiſcuntur.

Inſtantia.

Fortaſſe autẽ quidam aduerſus Geometram inſtent dicentes, quod apud ipſum cõſtituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifeſtum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus b a c, quem bifariam ſecare oportet. & in Linea a b, Signum b, & ipſi b a æqualis c a, & connectatur b c, cõſtituaturqúe in ipſa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas eſt, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque inſtitutor inter illas ipſum aſſumpſit, & propterea qui impedimento ſunt, Demonſtrationemqúe impediunt aut in altera rectarum Linearũ ipſum poſitum eſſe dicunt, aut extra etiam

Solutio.

vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum ſit. Aequalis igitur eſt d b, ipſi d c, & Anguli, qui ad Baſim, æquales ſunt, Angulus ſcilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior eſt Angulo c b d. Rurſus quoniam a b, ipſi c a æqualis eſt, Triangulum a b c æquicrus eſt, & Angulos, qui ſub b c Baſi ſunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis eſt. Erat autem & maior, quod fieri non poteſt. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d eſſe non poteſt. Similiter oſtendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque ſi fieri poteſt. Quoniã igitur b d, ipſi c d æqualis eſt, Anguli, qui ad Baſim, ęquales ſunt, nempe b c d, & c b d. Maior igitur eſt Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior eſt b c e, ipſo c b f. verùm æqualis etiam ipſi eſt, ſub Baſi ſiquidẽ b c Aequicruris a b c ſunt, quod fieri non poteſt. Non ergo d Signum extra

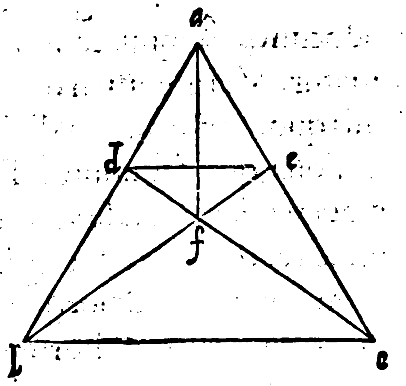


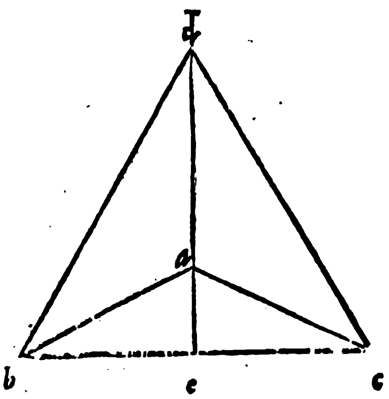
duas

Idē ſuperius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Caſus.

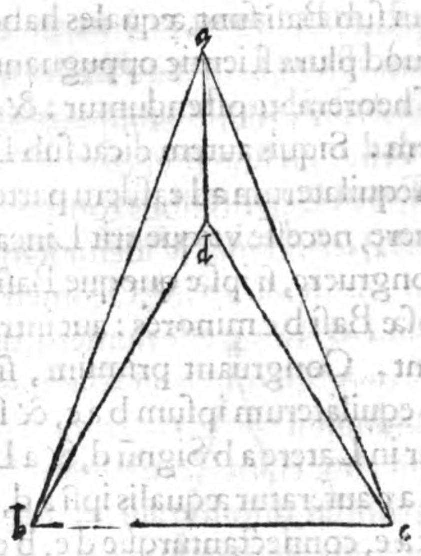
duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem oſtēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rurſus quòd Inſtantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales habere, hoc illud, quod prius dicebamus, quòd plura ſcientię oppugnantium, debilia, facileqúe cōfutabilia hoc Theoremate oſtenduntur: & quòd hanc Geometræ præſtat vtilitatem. Siquis autem dicat ſub Baſi b c locum non eſſe: opus eſſe verò Aequilaterum ad eaſdem partes, in quibus ſunt Lineæ b a, a c conſtituere, neceſſe vtique erit Lineas, quæ conſtituuntur aut ipſis b a, a c congruere, ſi ipſæ quoque Baſi c b æquales: aut extra ipſas cadere, ſi ipſæ Baſi b c minores: aut intra, ſi ipſæ b a, a c, ipſa b c maiores fuerint. Congruant primùm, ſitqúe Aequilaterum ipſum b a c, & ſumatur in Latere a b Signū d, & à Latere a c auferatur æqualis ipſi a d, quæ ſit a e, connectanturqúe d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipſi a c; & a d, ipſi a e, æquales ſunt, duæ b a, & a e, duabus c a, a d æquales ſunt, eūdemqúe Angulum comprehendūt. Quamobrē & omnia omnibus ſunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo e c d ęqualis eſt. Aequalis autem eſt & d b ipſi e c: & b e, ipſi c d. Et omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus eſt, ſub his.n. ęqualia Latera ſubtendunt. Et d f igitur ipſi e f (per ſextum) æqualis eſt. Quoniam igitur a e, ipſi a d ęqualis eſt, & a f cōmunis, Baſisqúe d f, Baſi e f ęqualis, Angulus d a e ī duas partes ęquales diſſectus eſt, quod faciendum erat. Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, ſint b d, d c, connexaqúe d a producatur vſq; ad Signū e. Quoniam itaque b d, d c æquales ſunt, communis autem d a, Baſesqúe b a, a c ęquales, Angulus quoq; b d a (per octauum) Angulo c d a ęqualis eſt. Rurſus quoniam b d, d c æquales ſunt, & d e cōmunis, Angulosqúe æquales continent (vt oſtenſum eſt) Baſis quoque b e, Baſi e c (per





quar-

quartum) æqualis eſt. Quoniam igitur a b æqualis eſt ipſi a c, communiſq́ue a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis eſt, quod oſtendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipſa b d, d c, connectatur rurſus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipſi a c æqualis eſt, communiſq́ue ipſa a d, Baſis autem b d æqualis eſt Baſi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis eſt. Bifariam ergo ſecatur Angulus, qui eſt ad Signũ a, quomodocunq; Aequilaterum conſtituatur. Documẽtum. Veruntamen quoniam de his quoq; ſummatim diximus, ad reliqua, quæ ſequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari poteſt. etenim Poſitione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocq́ue Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipſum eſſe: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtuſum, vel omnino Rectilineum, vel Miſtum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præſens autem Angulus Forma tantùm datus eſt.



TEXTVS

Propõ 10. Probl. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam ſecare.

Cõm. 14. PRoblema hoc quoque eſt, quod finitam quidem rectam Lineam ſupponit, ſiquidem ex vtraque parte infinitam terminare non poſſumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ ſumptum fuerit, in inæquales partes fit ſectio. illa enim, quæ in eiſdẽ partibus eſt, in quibus recta Linea infinita exiſtit, reliqua finita exiſtente neceſſariò eſt maior. Reliquum igitur eſt vt ex vtraque parte finita Dubitatio accipiatur quæ bifariam ſecari debet. Fortaſſe autem quidam ab hoc

Problemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppoſitio apud Geometras hoc præacceptum eſt, Lineam non conſtare ex impartibilibus. ſi enim ex impartibilibus conſtet, aut ex imparibus finita, cõpletaqúe exiſtit: aut ex paribus. At ſi ex imparibus, impartibile quoque ſecari videtur dum Recta bifariam ſecatur. quoniam altera ipſius pars cùm ex pluribus impartibilibus conſtet, reliqua maior erit. Fieri igitur non poteſt vt data recta Linea bifariam ſecetur, ſi Magnitudo ex impartibilibus conſtat. Si autem nõ ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipſi) hoc communi omnium conſenſu accipi, Geometricumqúe principium eſſe, Magnitudinem ex eorum eſſe numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Gemînus ait aduerſus hæc dicemus, quòd diuiſibile quidẽ Continuum eſſe iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum eſſe dicimus, quod ex partibus coniunctis conſtat, omnino autem hoc diuidi etiam poſſibile eſt. quòd verò in infinitum quoq; Continuum diuiditur, non præſumpſere, ſed ex proprijs demonſtrant principijs. cùm enim oſtendunt quòd incommenſurabilitas in Magnitudinibus eſt, & non omnes ad inuicem cõmenſurabiles ſunt, quid aliud ipſos oſtendere quiſpiã dicat, niſi quòd omnis Magnitudo in ſemper diuiſibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis menſura omnium Magnitudinum ſit? Hoc igitur demonſtrabile, illud verò, Pronuntiatum eſt, quòd ſcilicet omne Continuum, eſt diuiſibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua ſit, diuiſibilis eſt. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum inſtitutor in duas ſecat partes æquales, non autem tanquam præaſſumens quòd in infinitum diuiſibilis eſt. non enim idem eſt, diuiſibile aliquid eſſe, & in infinitum eſſe diuiſibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam ſermo inſecabiles Lineas inferens. omnino enim ſi eſt Linea, aut Recta eſt, fieriqúe poteſt vt bifariam ipſa ſecetur: aut Circularis, & eſt maior quadã Recta (omnis ſiquidem Circularis prorſus quandam Rectam minorem habet) aut Miſta, atque eò magis hæc diuiſibilis eſt, cùm ex Simplicibus diuiſibilibus conſtet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam ſecat, in Conſtructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonſtratione verò, quarto ſolo. per Angulos enim Baſes æquales oſtendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam ſecat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariã ſecturi ſumus, & Cẽ-

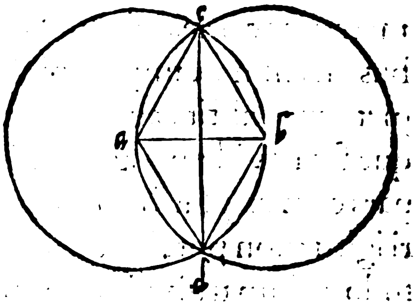
Solutio ex Gemini ſẽtentia.

Vide Ariſto. in libello de Lineis íſecabilibus.

Confirmaẗ hic Xenocratis opinio de Lineis íſecabilibus. vide et Ari. in libello de Lineis inſecabilibus.

Apollonii Pergę Demõſtratio

tro



tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus deſcribatur. Rurſusqúe Cētro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus deſignetur, & connectatur ad communes Circulorum ſectiones recta Linea c d. hæc bifariam ſecat rectam Lineam a b. cōnectantur enim d a, d b, & c a, c b, quę ęquales ſunt. nam vtraque ipſi a b ęqualis eſt. Communis autem c d, & d a, ipſi d b per eandem rationem æqualis eſt. Angulus ergo a c d, Angulo b c d ęqualis eſt. Quamobrem a b (per quartum) bifariam diſſecta eſt. Talis eſt ſecundum etiam Apollonium præſentis Problematis Demonſtratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc ſumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū eſt bifariā diſſectū ſuſcepiſſe, bifariam eum eſſe diſſectum per æqualitatem Baſium oſtendens. Multò igitur melior Elementorum inſtitutoris Demonſtratio eſt, cùm & ſimplicior ſit, & ex principijs ſcaturiat.

Epilogus.

Melior eſt Eucli. Demō Demōſtratione Apollonii

TEXTVS

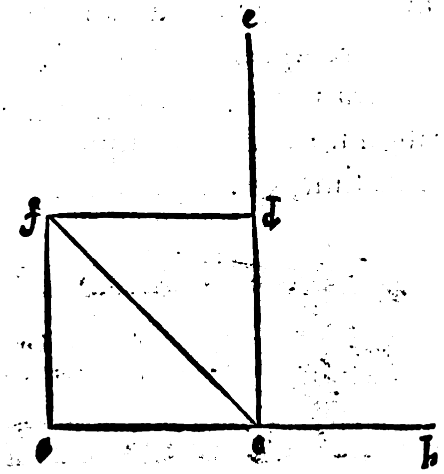
Propō 11. Probl. 6.

Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare,

Com. 15.

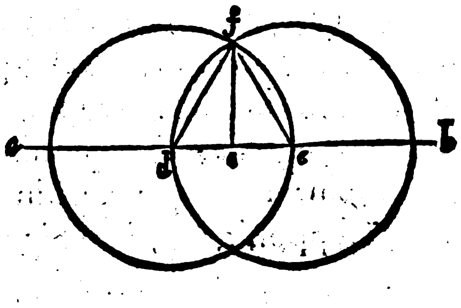
Siue ex vtraque parte finitam, ſiuę ex vtraque infinitam, ſiue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipſa, præſentis Problematis Conſtructio cōmodè Geometræ ſuccedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipſam producentes, eadem faciemus. Manifeſtum autem quòd Signum quidem in Præſentia Poſitione datum eſt, cùm in recta Linea Poſitione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data eſt. Magnitudo ſiquidem ipſius, vel Ratio, vel Poſitio non fuit diſtincta. Elementorum itaque inſtitutor primo vſus Theoremate, atque Tertio, vnaqúe Petitionum, prima ſcilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaqúe Definitione, propoſitum oſtendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri poſſe oſtendemus.

Caſus problematis.



mus. Sit enim recta Linea a b, datumqúe in ea Signum a, & ſumatur in recta Linea a b quodcunq; Signum, ſitqúe illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementũ nos docuit) ipſi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, ſitqúe illa c e, & ab ipſa c e, ipſi a c æqualis abſcindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam ſecetur à Linea c f, & à Signo d, ipſi e c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui ad Signum a, rectus eſt. cùm .n. d c, ipſi c a æqualis ſit, cõmunis autem c f, Anguloſqúe æquales contineãt. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam ſectus fuit) & d f igitur, ipſi f a æqualis eſt, omniaqúe ſimiliter omnibus (per quartum) æqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis eſt. Rectus autem eſt qui ad Signum d, Rectus igitur eſt & qui ad Signũ a. Quęſitum ergo oſtenſum eſt. Elementorum autem inſtitutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iuſſit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium eſt igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum ſuſcipere, vt quę excitatur recta Linea ad ſubiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineã ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii Demõ.



Sit .n. (inquit) data quidẽ recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, ſumatur aũt in ipſa a c quodcunque Signũ, ſitqúe illud d, et ab ipſa c b, ęqualis ipſi c d auferatur, quę ſit c e, & Centro quidẽ d, interuallo verò d e, Circulus deſcribatur, rurſuſqúe Cẽtro quidem e, interuallo autem e d, Circulus deſignetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc eſt illa, quæ ad Angulos rectos excitata eſt. ſi .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem ſunt & d c, c e, & cõmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) ſunt æquales. Recti igitur ſunt. Vides'ne rurſus quòd ma

Comẽdat Euclidis Demõnẽ.

gis varia hæc Demonſtratio eſt ea, quæ eſt apud Elementorum inſtitutorē, Circulorumq́ue deſcriptione indiguit, ut hinc ſuper d e recta Linea Triangulum æquilaterum deſignaret, propoſitumq́ue oſtenderet: reliqua .n. omnia Demonſtrationibus communia ſunt. Demonſtrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum eſt. multa ſiquidē præſupponit eorū, quæ poſterius oſtendenda ſunt, ab Elementarisq́ue inſtitutionis ordine omnino decidit.

Dānat Demōnē, quę fit per Semicirculos.

Propō. 12. Probl. 7.

TEXTVS

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nō eſt, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cōm. 16.

Oenopides prim⁹ fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipſum ad Aſtrologiam exiſtimans. Vocat autem Perpendicularem priſco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos eſt, eadem eſt autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem ſit, quemadmodū (inquit ipſe) & Gnomon. Duplex aūt rurſus Perpendicularis eſt, alia quidē plana: alia verò, ſolida. & cùm quidē Signū, à quo Perpēdicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cùm verò Signū ſublime, extraq́ue ſubiectum Planū fuerit, ſolida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: ſolida aūt., ad Planū. Propterea neceſſariū ēt eſt illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quę in eodē Plano ſunt rectas Lineas. ad Planū.n. Perpendicularis deducta fuit. In præſenti igitur Problemate Elementorū inſtitutor planā Perpēdicularē deducere proponit. ad rectā ſiquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem ſupponuntur Plano ſermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniā Signū in ipſa Recta ſuppoſitum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpēdiculari aūt, datā rectā Lineam infinitā ſupponit, quoniam Signū, à quo Perpēdicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. ſi.n. infinita nō eſſet, eatenus Signū accipere poſſemus, vt extra quidē datā rectā Lineā eſſet, in directū ipſi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipſo incideret, Problemaq́ue haud bene ſuccederet. Idcirco infinitā poſuit rectā Lineā, vt ad alterutrā tantū ipſius partē Signū accipiatur, nuſq; loco ipſi relicto, in quo datę rectę Lineę in directū eſſe poſſit, niſi in illa, & nō extra illā ponēdū ſit. Hac igitur

Duplex ꝑpendicularis.

de

de cauſa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum ſubſiſtere poteſt, contemplatione dignum eſt. manifeſtum enim quòd Recta infinita exiſtente, Planum quoque infinitum erit, hæcqúe actu, ſi quod ab Euclide propoſitum fuit verum eſt. Quòd itaque in ſenſilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam diſtantiam infinita exiſtit tum diuinus Ariſtoteles, tum qui ab ipſo Philoſophiam acceperunt, affatim oſtendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum ſimplicium corporum infinitum eſſe poteſt. vniuſcuiuſque ſiquidem locus terminatus eſt. Veruntamen neque etiam in ſeparatis, impartibilibusqúe Rationibus eſſe huiuſcemodi Infinitum poſſibile eſt. Si enim neque etiam Dimenſio, neque Magnitudo in illis eſt, multò minus infinita Magnitudo eſſet. Reliquum igitur eſt Infinitum in Phantaſia tantùm ſubſiſtere, Phantaſia Infinitum non intelligente. ſimul enim intelligit, Formamqúe, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione tranſitum phantaſmatis ſiſtit, percurritqúe ipſum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantaſia Infinitum eſt, ſed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaqúe incomprehenſibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Viſus non videndo, tenebras cognoſcit: ita Phantaſia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipſum eò quòd vim impartibilem habet, quæ aſſiduè progredi poteſt: intelligit verò tanquam ſubſiſtens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non poteſt reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantaſia poſuiſſemus, quemadmodum ſanè reliquas etiam omnes Geometricas ſpecies, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaqúe huiuſcemodi, non admirabimur quomodo actu infinita eſt Linea, ſeipſamqúe in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonſtrationeſque ſunt, non ad ſcientiam Infinito vtitur, Infinitum ſiquidem omnino ſcientia perceptibile non eſt; ſed ex ſuppoſitione ipſum accipiens, Finito ſolo ad Demonſtrationẽ vtitur, & non Infiniti gratia, ſed Finiti Infinitũ aſſumit. quoniã ſi conceſſeris ipſi datũ ſignũ neq; in directũ finitę datę rectę Lineę iacere, neque ſic ab ipſa diſtare, vt nulla eius pars Signo ſubijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens ſine reprehenſione, controuerſiaqúe ipſa vtatur, eſſe Infinitum ſupponit, quippe quæ Phan-

Digreſſio

Ariſto. 3. phy. in c. de infinito.

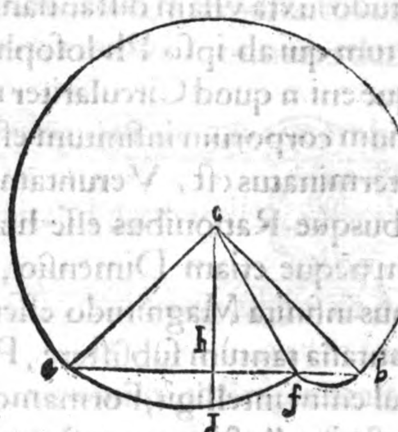
Infinitum in Phantaſia ſubſiſtit.

Pulcherrimum exẽplum.

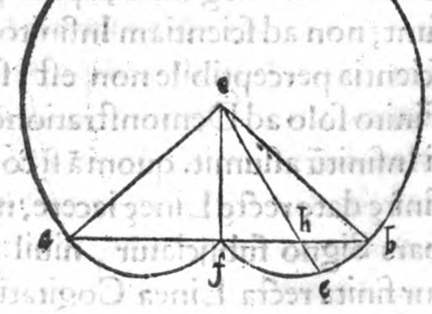
Phantaſia habet vim impartibilem. idem in 2. libro cõm. 1.

Finis Digreſsionis taſiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur. De Infiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc aũt veniamus ad Inſtantias, quæ aduerſus huiuſce Problematis Conſtructionem feruntur.

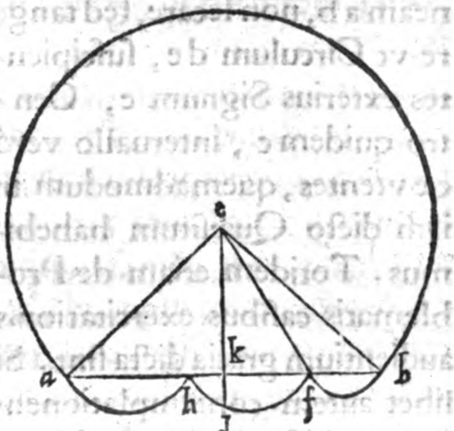
Inſtantiæ huius Problematis. Suſcipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exiſtente a b, Signoq́ue dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quẽadmodum inquit Geometra, verùm Circulus, qui ſecat rectam Lineam a b in Signis a b, ſecet etiam ipſam in Signo f, ſitumq́ue ſubſcriptum habeat.

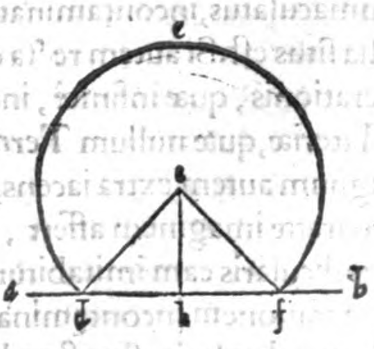


Reſpõſio. Aduerſus itaque hunc ſermonẽ dicemus quòd impoſsibile dicit, ſecetur .n. recta Linea a b biſariam in Signo h, cõnectaturq́ue c h, & producatur vſque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturq́ue c a, c b, c f. Quoniam itaq; ex Centro hæ ſunt, & a h, ipſi h b ęqualis eſt, cõmunis verò c h, omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipſi c f ęqualis eſt, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales ſunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſuntq́ue deinceps, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum, qui ſunt ad Signũ h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi c d ęqualis eſt, quod fieri nõ poteſt. Nõ ſecat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b.



Siquis aũt dicat quòd qui deſcribitur Circulus ipſam a b in Signo f biſariam ſecat, rurſus idẽ impoſsibile oſtẽdemus. Deſcribantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b biſariam ſecetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b ęquales ſunt, cõmunis autẽ c f, Baſiſq́ue c a, Baſi c b æqualis, omnia omnibus æqualia ſunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f, recti ſunt. Rurſus quoniam æqualis eſt f h, ipſi h b, cõmuniſqúe c h cõnexa, & Baſis c f æqualis Baſi c b, ex Centro.n.ſunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti ſunt, æquales .n. deinceps qúe ſunt. Quoniã igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus eſt, æqualis eſt c f, ipſi c h. Verùm c f, ipſi c e æqualis eſt, ex Centro enim ſunt, & c h igitur, ipſi c e inęqualis non eſt, quod fieri minimè poteſt. Reliquum autem eſt Tertiam Inſtantiam percurrere. Secet.n. (inquiunt) qui deſcribitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; ſecãtes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cõnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nõ poteſt oſtẽdemus. cùm enim a k, k b æquales ſint, & communis c k, Baſesqúe c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales ſunt, qui autem ad Signũ k, recti. Verùm vtraq; ipſi c f æqualis eſt. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti ſunt. ęquales ſunt.n. deinceps exiſtentes. ipſa igitur c f ęqualis eſt ipſi c k. rectos.n. Angulos ſubtendunt. At c f æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt, c d ergo, ipſi c k æqualis eſt, quod eſt impoſſibile. Fieri igitur non poteſt vt in vno Signo, vel in duobus, vel ĩ pluribus alijs pręter Signa a b Circulus, qui deſcribitur rectam Lineam a b ſecet. Inſtantiæ itaque hæ ſunt. Sunt autem & Caſus Conſtructionis huiuſce Problematis, qui ab Inſtãtijs ſunt diſtinguendi. non.n. idem eſt Inſtantia, & Caſus, ſed hic quidem aliter idem oſtendit: illa uerò, inſtantem ad incommodum ducit. Alij autem expoſitores hæc ab inuicem non diſtinguentes, omnia in idem afferunt, incertumqúe eſt vtrum Caſus nobis, an Inſtantias ſcribere enũtient. Nos igitur hæc diſtinguentes, ſeorſum poſt Inſtantias Caſus deſcribere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autẽ Signũ c. Dicit itaque aliquis quòd nõ eſt amplius locus in altera rectæ Lineę parte, ſed in illa tantum vbi Signum c

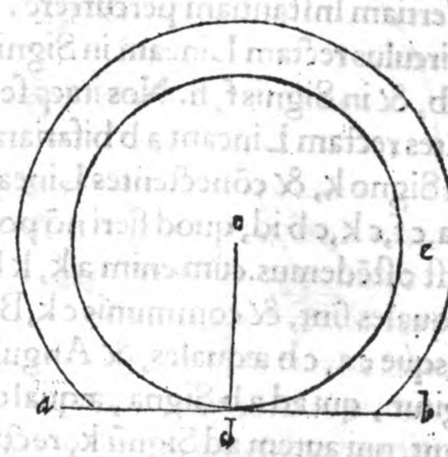




Qũo differat Caſus ab Inſtãtia. & quo vide ẽt ſuperius cõ. primo huius libri.

Caſus huius Problematis.

iacet. Sumẽtes igitur in ipſa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferẽtiam deſcribemus d e f, ſecanteſq́ue ipſam d f bifariam in Signo h, cõnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipſi h f æqualis eſt, cõmunis autem c h, & c d ipſi c f æqualis eſt (ex Cẽtro.n.ſunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h ſibi inuicẽ æquales ſunt deinceps exiſtẽtes. Recti igitur ſunt. Perpẽdicularis ergo eſt c h ad ipſam d f.



Quin etiam ſiquis dicat Circulum, qui deſcribilur rectam Lineam a b, non ſecare, ſed tangere vt Circulum d e, ſuſcipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæſitum habebimus. Totidem etiam de Problematis caſibus exercitationis audientium gratia dicta ſint.. Si libet autem contemplationem quoque hiſce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureq́ue, atque incontaminatè aſcendentem, ad deterioraq́ue inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipſam Perpendicularem deſcendentis, Infinitudineq́ue iuxta generationem minimè repletæ imago eſſe. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateq́ue, Termino, atque Fine coarctatæ actionis eſt Nota. Vnde ſanè Timæus quoque alterum Circulum ſenſilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in noſtris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variaſq́ue contorſiones, perturbationesúe à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusúe, firmusq́ue, atq; indecliuis ante ſenſilia ſitus eſt. Si autem recta quoque infinita Linea Nota eſt totius generationis, quæ infinitè, indeterminateq́ue mouetur, nec non ipſius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamq́ue eſt Formam ſortita: Signum autem extra iacens, impartibilis eſſentiæ à materialibuſq́ue ſeparatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibiliq́ue ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis eſſe oſtenditur niſi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Digreſſio

Vnum hic pro Deo

litatis, quæ vitis per Mentem ineſt, Signum erit. nam vita quidem ipſa per ſe ipſam cùm tanquam motus ſit, indeterminata eſt: terminatur autem, & pura, immaculataqúe potentia repletur Mente participans, † vnaqúe cum Mente progrediens. † Mentiq; adhęrẽs.

TEXTVS

Cùm recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Propõ 13. Theor. 6.

AD Theoremata rurſus tranſiuit ea conſequens, quæ per Problemata oſtenſa ſunt. Cõm. 17. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuiſſet, reliquũ erat quærere, ſi Perpendicularis non eſſet, quales Angulos, & quomodo ſe ſe habentes ad rectam Lineã efficiet quæ in ipſa conſiſtit. Hoc igitur vniuerſaliter oſtẽdit quòd omnis recta Linea ſuper quadam recta Linea cõſiſtens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, ſi ſtatus ipſius indecliuis, firmus, nuſquamqúe vergens fuerit: aut duobus rectis ęquales, ſi altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à ſubiecta Linea diſtiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per diſtantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propoſitione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim ſimpliciter dixit quòd omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtẽs Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, ſed ſi Angulos fecerit. quid enim ſi in rectę Lineæ extremitate conſiſtens vnum efficit Angulũ, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem eſſe? hoc certè fieri non poteſt. omnis ſiquidem rectilineus Angulus duobus rectis eſt minor, quemadmodum omnis ſolidus minor eſt quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtuſus eſſe videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum menſuram adhuc non recepit. Opus eſt itaq; rectam Lineam ſic conſiſtere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad ſcientiæ genitricem diligentiam ſpectat. Quid autem ſibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis ęquales]? Dubitatio etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis ęquales efficit. recti ſiquidem ſibi ipſis æquales ſunt. Solutio. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cõmune eſt, alterum verò ęqualium tantùm proprium? Conſueuimus autem cùm quidem & proprium, & commune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cõmuni contenti eſſe ad ſubiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps ſunt, rectis æquales eſſe, rectorum etiam cõmune eſt, verùm non ſolùm de ipſis prædicatur: hoc verò, rectos eſſe, æqualitatis ipſorũ peculiare exiſtit. Solùm igitur dictum hoc, duobus rectis æquales eſſe, inæquales ſignificat. in his enim ſolùm verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; inſtitutor duobus rectis ex aduerſo diuidit. cùm.n. ipſum per ſe ipſum dicitur, inæquales vtrobique Angulos ſignificandi vim habet. Digreſsio Idē ſuperius in lib. 2. cō. 10. & aliis in locis. Poſſumus autem per hæc quoque conſpicere quòd æqualitas menſura, atque terminus inæqualitatis eſt. quanuis .n. Obtuſi, Acutiqúe Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaqúe ſit, à Recto tamẽ finẽ, terminumqúe ſuſcipere dicitur, & vterq; quidem ſeorſum à ſimilitudine ad illũ recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autẽ ad Recti ſimplicitatem ęquiparari minimè poſſunt, ipſo duplicato æqualitatẽ recipiunt, exemplum infinitatis ipſorum Binarius exiſtens, cùm per ſe infinitus ſit. Et hoc manifeſtam progreſsionis primariarũ cauſarum, iuxtaqúe vnum terminum eodem ſemper modo circa generationis infinitatem conſiſtẽtium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipſo Magis & Minus participat, indefinitaqúe fertur intellectilibus congruit, quodãmodoqúe ipſis adæquatur, niſi per participationem dum fęcundis potentijs ipſa progrediuntur, ſeſeqúe tantùm multiplicant? quæ enim in ſua ſimplicitate, impartibilitateqúe manent, omnino à generabilibus ſeparata ſunt. Epilogus. Tot à præſenti quoque Theoremate ad vniuerſorum cognitionem aſſumenda ſunt.

Propō 14. Theor. 7.

TEXTVS

Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſq; Signũ duę rectæ Lineæ conſequenter, non ad eaſdem partes poſitę, eos, qui deinceps ſunt Angulos duobus rectis ęquales fecerint, ipſę rectæ Lineæ in directum ſibi inuicem erunt.

Cōm. 18. PRæſens Theorema prępoſtẽſi Conuerſum eſt. ſemper enim Conuerſa Præcedentibus Theorematibus conſequentia ſunt. Cùm itaq; illud Rectam ſuper Rectam conſtituiſſet, & Angulos, qui deinceps ſunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere oſtendiſſet, hoc accipit quidẽ ad aliquam Rectam duos, qui efficiũtur Rectos,

oſtēoſtendit autem quòd vna Recta eſt, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemqúe ad impoſſibile oſtenditur. hoc modo.n. Conuerſa Theorematum oſtendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonſtrationes ſuſcipere. Poſſumus autem in hoc quoq; ſummam, eximiamqúe orationis ſcientiam gignentis diligentiã aſpicere. nam primò quidem cùm dixiſſet, ſi ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiuſqúe Signum] quid .n. ſi duobus rectę Lineæ Extremis exiſtẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta eſſet, duobuſqúe rectis æquales ad rectam Lineam Angulos feciſſent, potuiſſent'ne propterea in directum eſſe? & quomodo quæ à diuerſis rectæ Lineæ Signis eductæ ſunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiuſqúe Signum] cùm vtraſque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem eſſent Signum, & non Conſequenter (infinitas ſiquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere poſſumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ conſequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [cõſequenter] tum ad eaſdem partes, tum vtrobiq; cõſideratur: Lineas autem quę ad eaſdem partes conſequenter ſunt, in directum ſibi inuicem eſſe impoſſibile, hoc quidem explicuit, nobis autem conſiderandi anſam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ conſequenter ſunt, vtrobique poſitione ſunt accipiendæ. hæ ſiquidem in directum etiam eſſe oſtẽdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiuſqúe Signum b, ad eaſdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæ itaq; cõſequenter quidem ad inuicem ſunt. nulla enim alia recta Linea inter ipſas eſt. hæc autem deinceps ſunt, inter quæ nullum eſt ſimile. etenim columnas haſce conſequẽter eſſe dicimus, inter quas nulla alia eſt columna. quanuis .n. Aer omnino medius ſit, nil tamen eiuſdem generis in medio eſt. Quoniam itaq; ad eaſdem partes iacẽt, in directum minimè ſunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis ęquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b ſunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamqúe recti partem in ſe continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tertias eſſe.

Conuerſa Theoremata per Deductionẽ ad impoſſibile vt plurimũ debẽt oſtẽdi, ꝓblemata verò ꝑ p̃cipuã Demõnẽ, cuius cauſã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

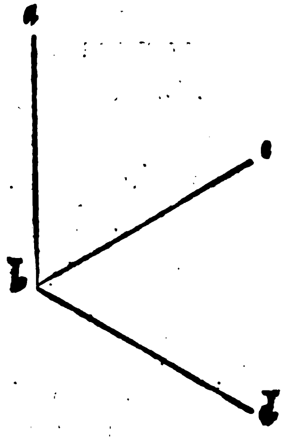
Primò.

Secundò.

Tertiò.

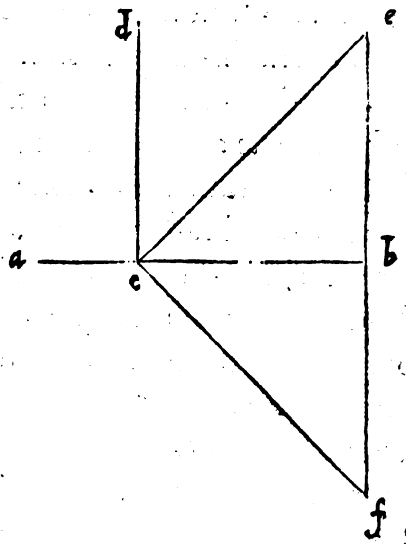
Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

† Signum b ſunt.



eſſe. tot de Propoſitione ſufficiant. In Conſtructione autem vna Petitione vtitur, ſecunda ſcilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonſtratione præcedenti Theoremate, duobuſqúe Pronuntiatis, eo ſcilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoqꝫ eſſe ęqualia dicit: & eo, quod ſi ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia eſſe. Ad impoſsibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum ſua parte eſſe maius, eſt enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non poteſt. Quòd autem poſsibile eſt ad eandem rectam Lineam, ad eiuſqúe Signum duas rectas Lineas conſequenter iacentes, ad eaſdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam ſunt, duobus rectis ęquales efficere, oſtendemus ſic, quemadmodũ & Porphy-

Porphyrii Demó. rius. Sit quædam recta Linea a b, & quodcunqꝫ in ipſa Signum c, & ipſi a b exicitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, ſeceturqúe bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipſa e b, ponaturqúe ipſi e b æqualis b f, & connectatur c f. Quoniam itaqꝫ e b, ipſi b f æqualis eſt, communis autem eſt b c, ęqualeſqúe continent Angulos (recti enim ſunt) Baſis igitur e c, Baſi c f æqualis eſt. & omnia igitur omnibus æqualia ſunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis



eſt. Angulus autem e c b recti dimidium eſt. rectus ſiquidem d c b bifariam ſectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti eſt & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectiqúe dimidium eſt Angulus d c f. Eſt autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiuſqúe Signum c, duæ rectæ Lineæ conſequenter poſitę ſunt, ad eaſdem partes, ipſæ nempe c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipſa c e, vnũ verò & dimidium ipſa c f. Ne igitur ea, quę fieri non poſſunt quęramus, quonam pacto ſcilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui ſunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, ſibi inuicem in directum ſunt, adiecit Geometra particulam [non ad eaſdem partes] Oportet ergo ad vtraſqꝫ rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

bus rectis æquales ad ipſam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad haſce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.

TEXTVS

Si duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, Angulos qui ſunt ad verticem, ęquales efficiunt.

Propō 15.
Theor. 8.

Cōm. 19.

ANgulos, qui deinceps ſunt ab Angulis, qui ſunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum ſectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera diſſecta. Si enim recta Linea ipſa quidē inſecta manēs, illam verò ſuo Extremo ſecās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipſorum ſunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema oſtendit, quòd duabus rectis Lineis ſe inuicem ſecantibus, Anguli ad verticem æquales ſunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: exiſtimatum verò Demonſtratione ſcientiam gignente dignum ab Elementorum inſtitutore. Oſtenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Conſtructio quidem in præſentia deficit: Demonſtratio verò, quam omnino neceſſarium eſt ineſſe, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē eſt, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua ęqualia ſunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifeſtum eſt. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſq́ue Signum duæ rectæ Lineæ non ad eaſdem partes ſumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipſæ rectæ Lineę in directum ſibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipſa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad eaſdē partes ſumātur facientes Angulos a c d, b c e ęquales. Dico quòd in directum ſunt ipſæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d ſuper rectam Lineam a b inſederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis eſt. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales ſunt.

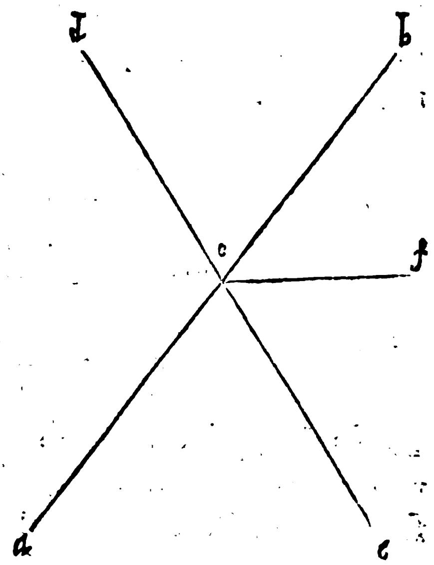
Anguli deinceps qui ſint.

Anguli ad verticem qui ſint.

Thales fuit prim⁹ huius Theorematis īuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demōſtrauit.

Conuerſū huius Theorematis.

Demō Cōuerſi præſentis Theorematis.



Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam b c,ad eiusqúe Signum c duæ rectæ Lineæ conſequenter c d,c e non ad eaſdem partes poſitæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum ſibi inuicem ſunt rectæ Lineæ c d, c e. Conuerſum igitur præſenti Theoremati oſtenſum eſt.

Cur Euclides hoc ꝑtermiſerit

Videtur autẽ Geometra hoc prætermiſiſſe, quoniam facile eſt iuxta eãdem viam per Deductionem ad impoſſibile hoc quoq; oſtendere, iuxta quam quartum decimum oſtendimus.

Alia eiuſdẽ oſtẽſio indirecta.

ijſdem .n. ſuppoſitis, dico quòd recta Linea c d, rectæ Lineæ c e in directum eſt. ſi .n. non eſt, ſumatur ipſi c d in directum recta Linea c f. Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ ſe inuicẽ ſecant a b, & d f, Angulos ad verticẽ æquales efficiunt. Anguli igitur a c d, b c f æquales ſunt. Erant autem a c d, b c e quoq; Anguli ęquales. Angulus ergo b c e, Angulo b c f æqualis eſt, maior minori, quod fieri non poteſt. Nulla igitur alia recta Linea præter ipſam c d, ipſi c e in directum erit. Ipſæ ergo c d, c e rectæ Lineæ in directum ad inuicẽ ſunt, Angulis ad verticem æqualibus ſuppoſitis. Cùm itaq; eadem ſit Demonſtratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præaſſumpta fuit, quomodo ſuperuacaneum non eſſet hanc afferre Cõuerſionem?

Documentum.

Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impoſſibile, tum per viam oſtendentem nos ipſum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiũ ſimilitudini rectarum Linearum, in extremitatibusqúe ſitui confidere. quoniam ſic ſe habentes Lineas, & ſe inuicem ſecantes, ſimiles ad ſe inuicem vtrinque inclinationes, ad ipſaſqúe habere neceſſe eſt. Circunferentiæ ſiquidẽ, omninoqúe non rectæ Lineæ ſe inuicem ſecantes, Angulos ad verticem haud neceſſariò æquales faciunt, ſed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. ſi .n. duo æquales Circuli per Centra ſe inuicem ſecuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticẽ exiſtentes, æquales efficiunt; verùm non etiã reliquos, vtrinq; cauum ſcilicet, atq; vtrinq; conuexum, ſed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius ſegmentorum ad alterius ſegmenta diſtantiam efficit.

TEXTVS

Ex his porrò manifeſtum eſt, quod ſi duæ rectę Lineę ſe inuicem ſecuerint, quatuor Angulos quatuor rectis ęquales faciunt.

Corollarium.

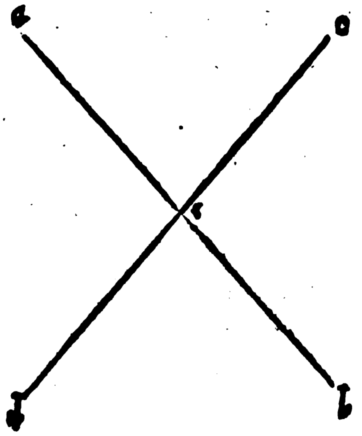
Côm. 20.

VNum quid Geometricorum nominum Corollarium eſt. hoc autem duplex quidpiam ſignificat. vocant .n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonſtrationibus probãtur, veluti Lucra inexpectata, atqꝫ emolumẽta quærentium exiſtentia: & quæcunqꝫ quęruntur quidem, inuentione autem indigẽt, & neqꝫ generationis ſolæ cauſa quæruntur, neqꝫ ſimplicis contẽplationis. nam quòd quidẽ Aequicrurium qui ad Baſim ſunt Anguli æquales ſunt, contẽplari oportet, exiſtentiumqúe rerum huiuſcemodi cognitio eſt. Angulum autẽ bifariam ſecare, vel Triangulum conſtituere, vel rectam Lineam æqualem abſcindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat poſtulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam ipſarum communem menſuram inuenire, vel quæcunqꝫ id genus alia, quodammodo inter Problemata, atqꝫ Theoremata ſunt. neqꝫ .n. Quæſitorum ortus in his, neqꝫ ſola contemplatio, ſed inuentio eſt. opus eſt ſiquidem Quæſitum in conſpectu, & præ oculis ponere. talia igitur ſunt quæcunqꝫ etiam Corollaria Euclides ſcripſit, quippe qui libros Corollariorum conſtruxit. verùm de huiuſcemodi quidem Corollariis dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari inſtitutione ſunt Corollaria, ſimul quidẽ cùm aliorum Demonſtrationibus apparẽt, ipſa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præſentia proponitur. nã quærebatur quidẽ ſi duabus rectis Lineis ſe inuicẽ ſecãtibus, Anguli ad verticẽ ęquales ſunt. Dum aũt hoc oſtendebatur ſimul etiam demonſtratũ eſt, quòd quatuor qui fiũt Anguli quatuor ſunt rectis æquales. Cùm .n. dicebamus ſint duæ rectę Lineę a b, c d ſe inuicẽ in Signo e ſecantes. quoniã igitur ipſa a e ſuper ipſam c d ſtetit, Deinceps

Duplex Corollariũ. idem in cõm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorũ cõſtruxit.



An-

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rurſus quoniam ipſa b e ſuper ipſam c d ſtetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæſito demonſtrabamus, quòd Anguli, qui ſunt circa e Signum, quatuor rectis æquales ſunt. Corollarium igitur eſt Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonſtratione ex improuiſo emergit. nam veluti caſu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neqꝫ etiam quærentibus obuiam ſe ſe offerunt. Vnde hæc quoqꝫ lucris aſſimilauimus: & fortaſſe Mathematicarum rerum periti hoc ipſis impoſuere nomen, oſtendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtiqꝫ vera Dei munera, veraqúe lucra hæc ſunt, non aūt quę illi videntur. hęc ſiquidem facultas illa, quæ in nobis eſt producit, feràxqúe ſciētiæ vis præcipuis quæſitis adijcit, copioſas Theorematū opes manifeſtans. Corollariorum igitur proprietatem talem eſſe dicēdum. Diuidēda autem ipſa ſunt, primò quidem iuxta ſciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica ſunt, alia verò Arithmetica. nam præſens quidē Corollarium, Geometricum eſt: quod autem in fine ſecūdi Theorematis ſeptimi libri Arithmeticorum Elementorum adijcitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæſita. nam alia quidem Problematibus conſequētia ſunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis eſt: quod verò in ſecundo ſeptimi libri eſt poſitum, Problematis. Tertiò autē rurſus iuxta oſtēſiones. nam alia quidē vnà cum vijs oſtēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impoſſibile oſtenduntur. præſens .n. directa oſtēſione: quòd autem in primo tertij Elementorum ſimul oſtenſum fuit, vnà cum Deductione ad impoſſibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi poſſunt, nobis autem in præſenti hæc quoqꝫ ſufficiēt. Præſens aūt Corollarium, de quo ſermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum eſt in quatuor rectis ęquales Angulos diſtribuitur, illi etiā admirabili Theoremati anſam præbuit, quòd Tria hæc ſola Multiangula totum, qui circa Signū vnum eſt locum replere poſſe oſtendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod eſt æquilaterum, atqꝫ æquiangulum. Verùm æquilaterum quidem Triangulum ſexies aſſumptum. ſex ſiquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæqúe eius parti æqualis eſt. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quiſqꝫ Quadrangularis Angulus, rectus eſt. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos com-

Definitio Corollarii.

Vide Varronem in lib. de lingua latina

Corollariorū Diuiſio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documentum.

Admirabile Pythagoricum Theorema.

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunꝗ iuxta Angulos compoſitum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & eſt Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium ſi etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo ſe inuicem ſecuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunꝗ, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales oſtenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum ſibi vendicant. Manifeſtum eſt autem, quòd Anguli ſemper rectarum Linearum dupli numero fient. & ſic duabus quidem rectis Lineis ſe inuicē ſecantibus quatuor erunt Anguli ęquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli ſex: quatuor verò, octo, ſimiliterquè in infinitum. ſemper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem creſcunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē ſemper eſt id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt. Propô 16. Theor. 9.

Côm. 21.

QVi hanc Propoſitionē cum defectu pronuntiarunt ſine hac particula [vno Latere producto] fortaſſe quidem cum multis alijs, tum precipuè Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi anſam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum eſt, externum etiam Angulum habet. Quicunꝗ autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum propoſita additione Geometrę familiari exiſtente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos ſub Aequicrurium Baſi exiſtētes, æquales oſtendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, æquales ſunt. Et ſi igitur apud alios non integra, imperfectaquè fuit, apud tamen Elementorum inſtitutorē perfecta, integra'ꝗ fuit perſcripta. Quid itaꝗ Propoſitio inquit? quòd omnis Trianguli ſi vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipſum conſtituitur, vtroꝗ interno, & ex oppoſito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem ſimul æqualis paulò pòſt oſtendetur, vtroꝗ autem maior ex hoc oſtenditur. & neceſſariò ad eos, qui ex oppoſito ſunt

Philippi Mathematici obtrectatio referente Herone.

In 32. propoſitione.

ſunt ipſum comparauit. non autem ad eum,qui eſt deinceps. nam ipſi quidem & æqualis, & minor eſſe poteſt: illorum autem, vtroque omnino eſt maior. Si enim Trangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumqúe ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris,externus ei,qui deinceps eſt,æqualis erit. Si verò Obtuſangulũ fuerit,fieri poterit vt internus externo maior ſit. Idcirco igitur haud reliquo deĩceps ſibi proximo ipſum cõparauit, ſed ſibi oppoſitis. Angulorum enim intra Triangulum exiſtentium vnus quidem deinceps ipſi finitimus eſt, duo verò ex oppoſito. Horum igitur vtroq; internus maior eſt,nõ autem eo,qui deinceps ſibi adhæret.

Quorũdã opinio.

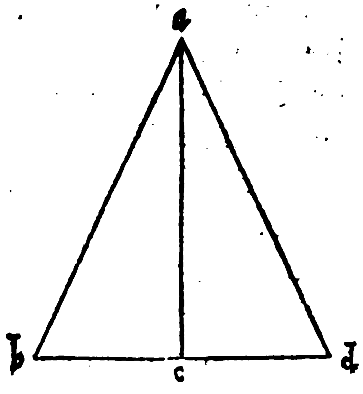
Quidam autem duo hæc Theoremata præſens ſcilicet, atque ſequens coniungentes, Propoſitionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triãguli Angulus vtroq; interno, ex oppòſitoqúe iacenti maior eſt: & duo quilibet internorũ Angulorum,duobus rectis minores ſunt.

Eorũ fundamentũ. In 32. ℘poſitione.

Habent autem connexionis horum Theorematum occaſionem,quoniam ipſe etiam Geometra paulò pòſt in æqualibus Angulis hoc modo fecit,dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis,ex oppoſitoqúe exiſtentibus eſt æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt rectis æquales. Hîc quoq; igitur in ſimilibus Quæſita contexere, Propoſitionẽqúe compoſitam efficere æquũ eſſe cenſent. & eſt manifeſtũ, quòd id quidẽ,quod demonſtrandum proponitur, Compoſitum erit: Datum verò ſi quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit,ipſum quoq; erit Compoſitum (duo ſi quidem oportet intelligere, ſubiectum ſcilicet Triangulum, vnũqúe Latus productum) ſi verò ſine hac, potentia quidem Compoſitum erit,actu autem Simplex. Omnino ſiquidem hoc etiam tanquam Datum ſimul accipiẽdum eſt. dum enim Angulum externum ſupponimus, Latus tanquam productum pręſuppòpoſuimus. Hęc de his.

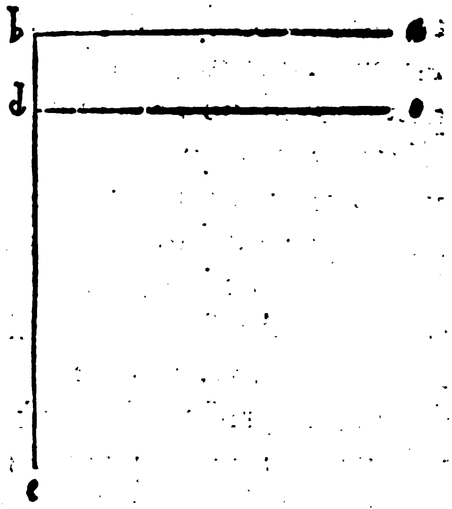
Documentu n. Corollarium tanq̃ ſumptio.

Aſſumemus aũt ex pręſenti Theoremate, ꝙ fieri non poteſt vt ab eodẽ Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b,a c,a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipſi a c æqualis eſt, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Angulus igitur a b c ęqualis eſt Angulo a c b.



Rurſus

Rurſus quoniā ęqualis eſt a b, ipſi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis eſt. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b ęqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineæ ęquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoqꝫ demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exēpli gratia, ſint a b, c d rectę Lineę, in ipſaſqúe recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e ęquales faciat, non coincident porrò rectę Lineæ a b, c d. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cū externus ſit, interno, ex oppoſitoqúe iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos ęquales manere, ſed omnino illū, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim a b immobili manente, c d ad ipſam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtātiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipſam a b, tātò magis ab ipſa d e recedit. ſiue etiam manente ipſa c d, excogitaueris a b ad ipſam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam c d fertur, & ad ipſam b d. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moueri feceris, ipſam quidē a b ad ipſam c d tendentē, Angulumqúe a b e, contrahentem: ipſam verò c d ab ipſa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumqúe c d e creſcentem reperies. Neceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacēti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocqúe tibi cō-



Aliud Corollarium

† Altera quidē ad eas partes in quibus internū facit Angulū tēdēte: altera verò ab iis partibus, ī quibus externū facit Angulū ſeſe mouente.

ſiderandum eſt, quomodo rerum ortus veras Quęſitorum cauſas ante conſpectum nobis afferunt.

Propõ 17 Theo. 10.

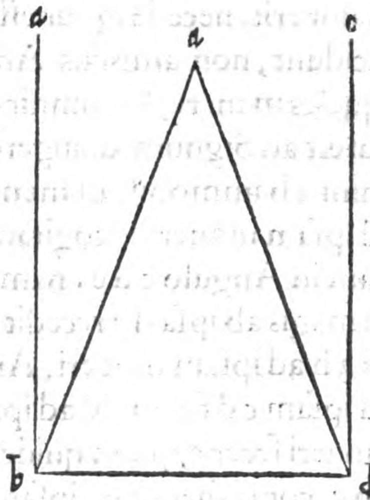
TEXTVS

Omnis Triãguli duo Anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Cõm. 22. NVnc quidem indeterminatè oſtenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores, in ſequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd ſcilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipſius Anguli duobus Rectis ęquales ſunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus ſunt Rectis minores. Et Elementorum quidem inſtitutoris Demonſtratio manifeſtam habet viam. præcedenti ſiquidem vtitur Theoremate. Operæpretium eſt autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inſpicientem præſentis Symptomatis cauſam reperire. Sint igitur a b rurſus, & c d rectæ Lineæ, ipſi b d ad Angulos rectos. ſi itaque Triangulũ futurum eſt, rectas Lineas a b, c d ad ſe inuicem annuere oportet. ipſarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n.ſunt ante nutum. Conſimiliter autem ſi etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos ſtantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearũ nutũ: & Anguli, qui ſunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis miuores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo cauſa eſt, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppoſitoq́ue iaccenti maiorem eſſe. nam productum quidẽ eſſe Latus, neceſſarium non eſt, neque aliquem extrà conſtitutum eſſe Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores eſſe, neceſſarium eſt. Quomodo autem quod neceſſarium non eſt, neceſſarij cauſa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) cauſa quidem eſt id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linea-

In Propoſitione 32

Documẽtum.

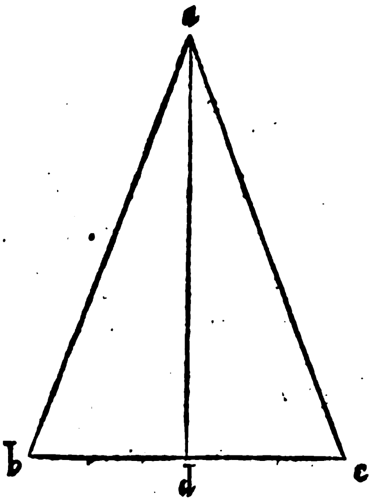


rum

rum ad Baſim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autẽ Elementorum inſtitutor per externum Angulum Quæſitum oſtendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem oſtendamus.

Caſus huius Theorematis.

Sit Triangulum a b c, ſumaturq́ue in Latere b c quodcunq; Signum d, & connectatur a d. Quoniã itaq; Trianguli a b d Latus vnũ productum eſt, ipſum ſcilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior eſt. Rurſus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum eſt, ipſum nẽpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior eſt. Veruntamen Anguli, qui ſunt circa a d rectam Lineã, duobus Rectis æquales ſunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus ſunt Rectis minores. Similiter oſtendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores ſunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoq́ue b ad Signũ acceptum connectendo. & rurſus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signũ ſuſcipiendo, à Signoq́ue c ad Signum ſuſceptum rectam Lineam connectendo. Propoſitum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt vt per hoc, illud quoq; oſtendatur, ꝙ ſcilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpẽdiculares minimè ducentur. ſint .n. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaq; a b c, a c b, recti ſunt. At quoniam ipſum a b c, Triangulum eſt, duo ipſius quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores ſunt. Verùm ęquales quoq; duobus Rectis propter Perpendiculares ſunt, quod nequaq; fieri poteſt. Ab eodẽ igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.



Corollarium tanq; Sumptio.

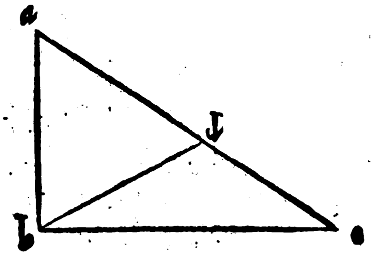
TEXTVS

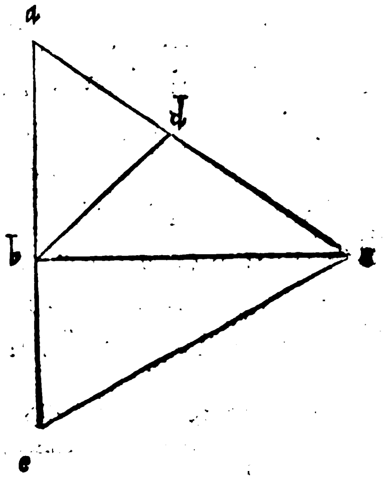
Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum ſubtẽdit.

Propô 18
Theo. 11.

Cóm.23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoꝗ Triangulorum Angulos, qui ab his ſubtenduntur, æquales efficit, Angulorūqúe æqualitas ſimiliter Latera ipſos ſubtendentia, æqualia oſtendit, per quintum, & ſextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum ęqualitas conſequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum ſub maiori Latere, alterum verò ſub maiori Angulo maius Latus oſtendit. quippe quę conuertuntur quidem ſibi inuicem; in contrariis autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & ſextum Theorema contẽplatum fuit. Documẽtum. Manifeſtum autem eſt, quòd maius, minusqúe Latus proportionaliter ſumemus, maximumqúe, medium, & minimū diſtinguemus, Angulosqúe ſimiliter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius ſimpliciter, & Minus ſufficient. vnum ſiquidem eſt Latus, quod duobus eſt inæquale, aut maius, aut minus exiſtens, quẽadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Digreſsio Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem oſtendunt, æquilateris, æquicruribusqúe Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque ſcalenis. Cauſa autem eſt, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate ſola, alia autem ex ſola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta ſunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ conſtituuntur. atꝗ alia quidẽ Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per miſtionem vtriuſque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iſte permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figuriſqúe, Trilateras, Quadrilateras, cæterasqúe conſequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per ſimilitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis ineſſe Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per diſsimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Miſtum interdum quidẽ ex ſimilitudinibus, & diſsimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Cauſa autem horum quoꝗ eſt, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemqúe ſpectant. Hæc itaque aſsignauimus, quoniã hæc duo nobis aſsignantibus, manifeſtū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum inſtitutor dicens, non etiam ęquilateri dicit, ſed eius, quod maius, minusqúe Latus habet. oportet ſiquidem Dato præcedenti Quæſitū conſequẽs exiſtimare: quod autem maius, minusqúe Latus Finis Digreſsionis habet, huic ſub maiori Latere maiorẽ Angulum eſſe. Quoniam au-

tem





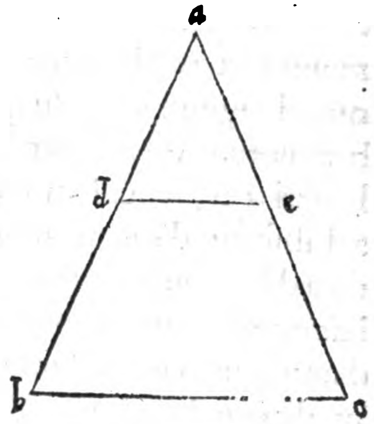
tem Geometra cùm in Conſtructione Triangulũ a b c, Latusq́ue a c maius Latere a b ſuſcepiſſet, vt Angulo qui ad Signũ c Angulũ qui ad Signum b maiorem oſtenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abſcidit, dicat aũt aliquis, quòd oportet a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; ſuppoſitione Propoſitũ oſtẽdamus quemadmodum Porphyrius. ſit .n. d c ęqualis ipſi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturq́ue b e æqualis ipſi d a. tota igitur a c, toti a c æqualis eſt. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipſi a c æqualis eſt, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis eſt. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo a c b. Eſt autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli ſiquidẽ c b e vnũ Latus productum fuit, ipſum ſcilicet b e, & ſic Angulus a b c externus cùm ſit, interno, ex oppoſito'q; iacẽti maior eſt. Multò maior igitur eſt Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat oſtendendũ. Geometricę quidem præſentis Theorematis oſtẽſiones huiuſcemodi ſunt. Manifeſtum eſt autẽ quòd cauſa huiuſce Symptomatis eſt, ipſius Lateris Angulum ſubtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem exiſtens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illũ quoq; ſimul diminuit, magiſq́ue contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in ſuis extremitatibus ſitũ. ipſa enim in extremitatibus ſuis collocata, Angulorũ quoq; magnitudines iuxta ſui ipſius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, ſiquidem fieri poteſt vt idem Angulus à maiori, minoriq́ue recta Linea ſubtendatur: eademq́ue recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum ſubtendat. Sit enim fortaſſe Triangulum æquicrus a b c, & ſumatur in ipſo a b Latere Signum d, & ipſi a d, æqualis auferatur a e, connectaturq́ue d e. Angulum igitur, qui ad a Signum eſt rectæ Lineæ d e, b c ſubtendunt, quarum altera quidem maior eſt, altera verò minor. infinitaſq́ue

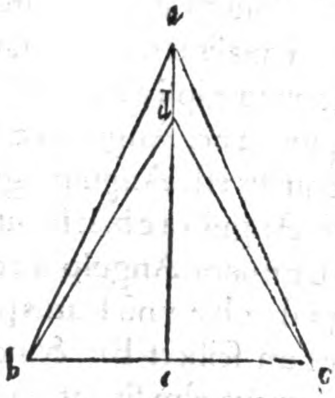
Porphyrii Demõ.

Documẽtum.

eodem

eodem modo Angulum a ſubtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere poſſumus. Sit rurſus a b c Aequicrus, ſitqúe b c minor ipſis b a, & a c, conſtituaturqúe ſuper b c Triangulum æquilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus eſt, maior eſt Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior eſt Angulo c a d. Totus ergo b d c maior eſt toto b a c, eademqúe recta Linea ambos ſubtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Oſtenſum autem eſt, quòd etiam eundem Angulum maiores, minoresqúe rectæ Lineæ ſubtendunt. Verùm in vno, eodemqúe Triangulo vna recta Linea vnum ſubtendit Angulum, & maior quidem ſemper maiorem, minor verò minorem, cauſamqúe contemplati ſumus.





TEXTVS

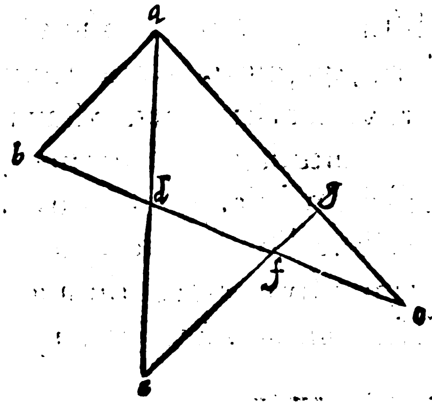
Propō 19 Theo. 12. Omnis Trianguli ſub maiori Angulo maius Latus ſubtendit.

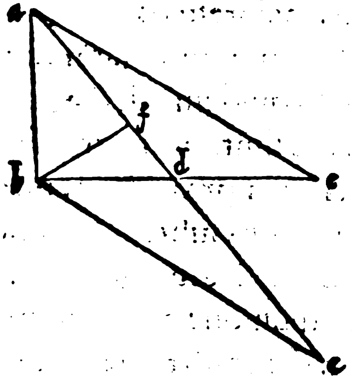
Cōm. 24. HOc præcedenti Theoremati cõuerſum eſt. & eſt ſimplex in vtroque tum Datum, tum Quæſitum. & quod quidem illic Concluſio, hîc Suppoſitio: quod verò illic Suppoſitio, huiuſce Concluſio eſt. Præceſſit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatẽ: ſequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales ſupponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonſtrationis modus in illo quidem oſtendens eſt, in hoc verò, per Deductionem ad impoſſibile Propoſitum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non poteſt. Angulis .n. inæqualibus exiſtentibus, dico (inquit ipſe) quòd Latera quoque inæquales Angulos ſubtendentia, inæqualia ſunt. &

maius

Sumptio.

maius maiorem datum Angulum ſubtendit. ſi .n. quę maiorem ſubtendit Angulum maior non eſt, aut æqualis eſt, aut minor. Verùm ſi æqualis quidem eſt, Anguli etiam, quos ſubtendunt (per quintum) æquales ſunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem ſubtendit, minor eſt, per præcedens, oſtenſum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus ſubtendit, minoremq́ue minus. At è contrario Anguli ſe habent. Latus igitur Latere maius eſt. Fieri autē poteſt vt ſine hac etiam diuiſione propoſitum oſtendamus, quandam prius ſumptiunculam demonſtrantes, quæ talis eſt. Si Trianguli Angulus bifariam ſectus fuerit, ſecansq́ue Angulū recta Linea ad Baſim ducta, in partes inæquales ipſam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Baſis ſegmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, ſeceturq́ue bifariā Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipſa a d ſecet Baſim b c in partes inæquales, ſitq́ue pars c d maior parte b d. Dico quòd maius eſt Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipſi a d. & quoniam d c, ipſa d b maior eſt ponatur d f æqualis ipſi b d, & connectatur e f, & producatur vſq; ad Signum g. Quoniā itaq; a d, ipſi d e: & b d, ipſi d f ęquales ſunt, duæ ſunt duabus æquales, Anguloſq́ue æquales comprehendunt, qui ad verticem ſunt. Baſis igitur b a, Baſi e f ęqualis eſt, & omnia ergo omnibus ęqualia ſunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis eſt Angulo d a b. At hic ipſi d a g inæqualis non eſt. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum eſt, per ſextū. Latus igitur a c, Latere e f maius eſt. Latus aūt f e æquale eſt Lateri a b. maius eſt ergo Latus a c, Latere a b, quod demonſtrandum erat. Hoc præaſſumpto oſtendemus, quòd ſub maiori Angulo, maius Latus ſubtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius eſt Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipſi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipſi d c: & a d, ipſi d e æquales ſunt, duæ duabus ſunt æquales, Anguloſq́ue æquales comprehendunt eos, qui ſunt ad verticem. Et Baſis igitur b e, Baſi a c æqualis eſt, & omnia





omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b e, Angulo qui ad Signũ c æqualis eſt, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariã Angulus quoque a b e per rectam Lineam b f. Maior eſt igitur e f, ipſa f a. Quoniã itaqꝫ Trianguli a b e, Angulus qui ad Signum b, bifariã ſectus fuit per rectam Lineam b f, & maior eſt e f, ipſa f a, maius eſt (per præoſtenſum) Latus b e, Latere b a. ipſa autẽ b e, ipſi a c ęqualis oſtenſa fuit. Latus igitur a c maius eſt Latere a b, Quæſitum ergo oſtenſum eſt. Et eſt manifeſtum quòd Elementorum inſtitutor varietatem Demonſtrationis deuitans ab hoc demonſtrandi modo ſe abſtinuit, oſtenſioneqúe vſus fuit, quæ ex diuiſione ad impoſſibile ducit, quippe qui Conuerſum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuerſionem cognitu difficilem fecit. præſtantius .n. eſt continuationem ſeruando per impoſſibile Theoremata quæ conuertuntur oſtendere, quàm præcipua Demonſtratione continuitatem diſcerpere. Propterea ſanè Conuerſa ferè omnia Theoremata per impoſſibile oſtendit.

Documẽtum.

Cauſa ꝑpter quã Conuerſa Theoremata per ĩpoſſibile oſtẽdunt.

Propõ 20 Theo. 13.

TEXTVS

Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

Cõm. 25. Epicureorũ impugnatio.

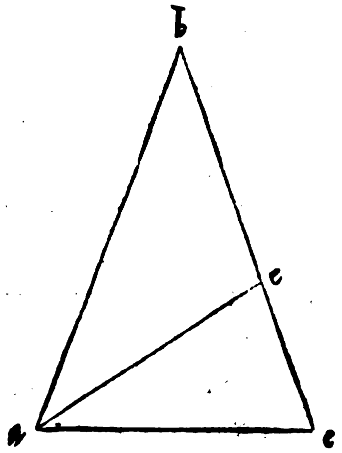
PRæſens Theorema impugnare quidem Epicurei conſueuere tum Aſino ipſum manifeſtum eſſe dicentes, tum nulla egere probatione: ſimiliter autem ignari munus eſſe ea, quę clara ſunt probatione digna cenſere, immanifeſtisqúe per ſe fidem præſtare. qui .n. hæc confundit, indemonſtrabile, demonſtrabileqúe manifeſtè ignorare videtur. Quòd autem Aſino præſens Theorema cognitum ſit, oſtendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo poſita Aſinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduerſus hęc itaqꝫ dicendum quòd pręſens Theorema ſenſu quidẽ manifeſtum eſt, non autem & ſcientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

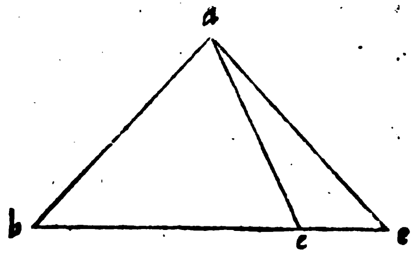
Reſpõſio.

Exẽpli

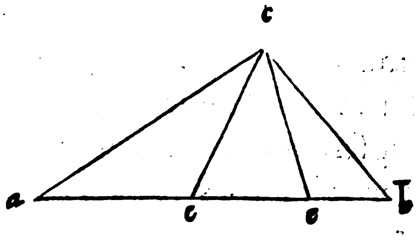
Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoq; ſenſui indubitatum eſt, ſed quo nam pacto calefaciat conuincere ſcientiæ officium eſt, vtrum incorporea vi, an corporeis ſectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rurſus quod mouemur ſenſui eſt perſpicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile eſt, vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, ſiquidem omnis Magnitudo in infinitum diuiſibilis eſt? Sit igitur hoc quoq;, duo Trianguli Latera reliquo eſſe maiora, ſenſui manifeſtum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad ſcientiam ſpectat. Veruntamen aduerſus Epicureos hæc dicta ſint ſatis. Operæpretium eſt autem cæteras quoq; præſentis Theorematis Demonſtrationes enarrare, quaſcunq; Heronis, Porphyriiq́ue familiares recta Linea minimè producta deſcripſere, quod Elementorum inſtitutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaq; Latera a b, a c Latere b c maiora oſtendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum eſt per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis poſitus fuit. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo e a c. Quapropter Latus quoq; a c, Latere c e maius eſt. Eadẽ ſanè ratione Latus etiã a b maius eſt Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus eſt, maiorq́ue Angulo c a e, hoc eſt Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius eſt. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora ſunt. Similiter de alijs etiam Lateribus oſtendemus. Sit rurſus Triangulũ a b c. Si itaq; æquilaterum eſt Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo ſunt maiora. Tribus .n. æqualibus exiſtentibus, duo quælibet reliqui dupla ſunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Baſim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidẽ Baſis eſt, duo rurſus reliquo maiora ſunt. Si autem maior Baſis, ſit ipſa b c maior, abſcindaturq́ue alterutri illorum ęqualis, quę ſit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. eadem ſanè ratione Angulus etiã a e b, Angulo c a e maior eſt. Anguli igitur, qui ſunt circa e Signum, toto qui eſt ad Signum a maiores ſunt, quorũ b e a æqualis eſt ipſi b a e, ſiquidem

Porphyrii & Heronis Demonſtrationes.

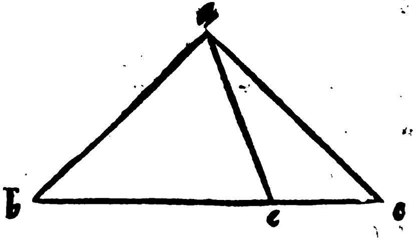


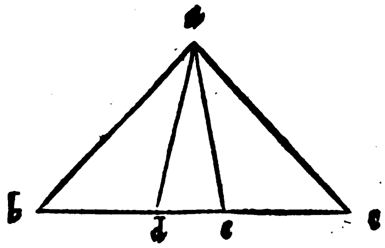


dem a b, etiam ipſi b e ęquale eſt. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior eſt. Quamobrem Latus quoque a c maius eſt Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora ſunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, ſit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro ſumptum, reliquum prorſus excedit. per ſe nanque vtroque maius eſt. Si aũt Latera a c, & c b, ipſo a b maximo exiſtente maiora oſtendere quæreremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abſcindentes, & à Signo c connectentes, externiſqúe Triangulorum Angulis vtentes. Sit rurſus quodcunq; Triangulum a b c. Dico ꝙ Latera a b, a c maiora ſunt Latere b c. ſi enim maiora non ſunt, aut æqualia ſunt, aut minora. Sint æqualia, abſcindaturqúe b e æqualis ipſi a b. Reliqua igitur e c, ipſi a c æqualis eſt. Quoniam itaque a b, ipſi b e ęqualis eſt, ęquales ſubtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipſi c e ęqualis eſt, ęquales Angulos ſubtendunt. Anguli igitur, qui ſunt ad e Signũ, æquales ſunt Angulis, qui ad a Signũ ſunt, quod fieri non poteſt. Rurſus autem ſint minora Latera a b, a c, Latere b c, abſcindaturqúe ipſi quidem a b æqualis ipſa b d: ipſi verò a c, ipſa c e. Quoniam itaque a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inęqualis non eſt. & quoniam a c æqualis eſt ipſi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c ęqualis eſt. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales ſunt. Rurſus quoniã Trianguli a d c, Angulus b d a exter-



Demo per Deductioné ad impoſsibile.





externus eſt, Angulo e a c eſt maior. maior eſt nanq; ipſo c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus eſt, maior eſt Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior eſt. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores ſunt. Erant autem æquales etiã ipſis, quod fieri non poteſt. Latera igitur a b, a c neque æqualia ſunt Lateri b c, neque minora, ſed maiora. Similiter autem de alijs etiam oſtendetur.

TEXTV

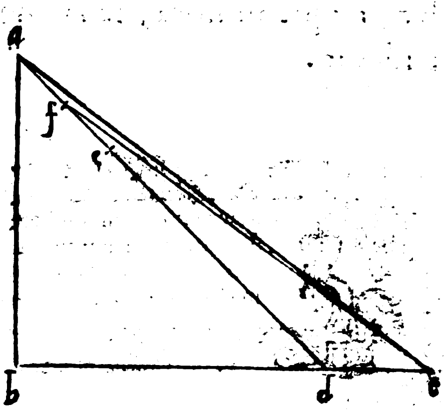
Si ſuper vno Trianguli Latere duę rectę Lineę ab Extremis incipientes introrſum conſtitutę fuerint, quę conſtitutæ ſunt rectę Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt. Propõ 21 Theo. 14.

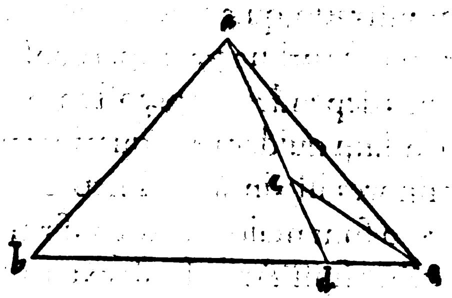
QVod quidem à Propoſitione exprimitur, manifeſtum: & Demonſtratio, quæ apud Elementorum inſtitutorẽ, euidens eſt: Theoremaq́ue prima principia conſequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex pręoſtenſo ſcilicet, & ſexto decimo. nam ad oſtẽdendum quidem eas, quæ introrſum conſtitutæ ſunt externarum eſſe minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipſis cõprehenſum Angulo ab externis comprehenſo maiorẽ, illud ipſi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppoſitoq́ue iacenti maiorem eſſe. Accipies autem ſimul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis ſunt diſciplinis cõmemorationem, ſi oſtenderimus quòd poſſibile eſt intra Triangulum quoddam ſuper vno Laterum, non ſuper toto, ſed ſuper aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores conſtituere: rurſusq́ue alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenſo. hoc .n. oſtenſo, ſimul quidẽ manifeſtum erit, quòd neceſſariò Elementorũ inſtitutor adiecit opus eſſe vt ab Extremis Baſis communis incipiant rectæ quæ introrſum conſtituuntur Lineæ, ſuperq́ue vno toto Latere, non autem ſuper aliqua totius parte conſtituantur: ſimul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria ſunt admirabilia manifeſtum fiet. quomodo enim admirabile non eſt, ſi quæ quidem ſuper toto

Cõm. 26.

Quoddã admirabile in Geometria.

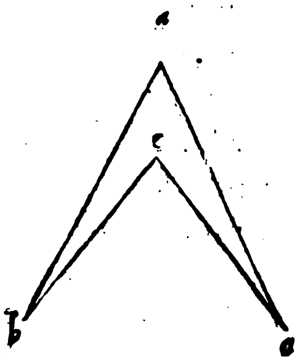
conſtituuntur Latere, externarum minores ſunt: quę verò ſuper parte, maiores? Sit itaqꝫ rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, ſuſcipiaturquè in Latere b c quodcunque Signũ, ſitquè illud d, & connectatur a d. Maior eſt igitur a d, ipſa a b. Auferatur ab ipſa a d, æqualis ipſi a b, quæ ſit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f c. Quoniam igitur a f c, Triangulum eſt, ipſæ a f, f c maiores ſunt ipſa a c. Verùm a f æqualis eſt ipſi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f c, ipſa a c maiores ſunt. Aequalis autem eſt d e, ipſi a b. Rectæ Lineæ igitur f c, f d maiores ſunt rectis Lineis a b, a c, & ſunt intrà. Sit rurſus Triangulum æquicrus a b c Baſim b c vtroque ęqualium Laterum maiorē habens, abſcindaturquè a b ipſa b c, æqualis ipſi a b, quæ ſit b d, & cõnectatur a d, ſumaturquè in ipſa a d quodcunqꝫ Signum, ſitquè illud e, & connectatur c e. Quoniam itaqꝫ a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoqꝫ b a d, Angulo b d a æqualis eſt. & quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus eſt, maior eſt interno, & ex oppoſito iacenti, ipſo nempe d e c. Quamobrem Angulus quoqꝫ b a d, Angulo d e c maior eſt. Multò maior eſt igitur Angulus b a c, Angulo d e c, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, e c minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenſo conſtitutæ ſunt, Propoſitumquè oſtenſum eſt, nobis expoſitorum Parallelis non vtentibus. Neceſſarium eſt igitur rectas quæ conſtituuntur Lineas à Baſis Extremis incipere. quæ enim ſuper aliqua ipſius parte conſtituuntur & maiores aliquando externis oſtenduntur, & minorē Angulum cõprehendētes, Cùm aũt hoc modo ab Extremis incipiēdo conſtituuntur, corũ etiã Trianguloriũ, quæ Acidoidea vocantur ſpecies apparet, vnum hoc quoqꝫ corum, quę in Geometria admi-





Idē in lib. ſecũdo in com. 17.

admirabilia ſunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus b a, a c, c e, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum eſt. Quadrilaterum ergo Triangulum eſt præſens Figura.



TEXTVS

Ex tribus rectis Lineis, quæ ſunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum conſtruere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores quomodocunq; aſſumptas. Propoſitio 22. Prob. 8.

AD Problemata iterum trãſiuimus, & iubet Euclides tribus propoſitis rectis Lineis, quarum duæ reliqua ſint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę ſint datis rectis Lineis æqualia conſtruere. quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non poteſt vt ex ijſdem illis, quæ dictam poſitionem iam acceperunt, Triangulum conſtruatur: ex ijs autem, quæ ipſis æquales ſunt fieri poteſt. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores eſſe. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta, quemadmodum oſtenſum fuit. hacqúe de cauſa adiecit, quòd vtique neceſſarium eſt primis etiam rectis Lineis exiſtentibus, ex tribus, quæ ipſis æquales ſunt, Triangulum cõſtruere: opus eſſe verò duas reliqua maiores eſſe, quomodocunque aſſumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipſis æquales ſunt rectis Lineis. Ad hæc autem Inſtantias quoque omnes deſtruxit, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, quæqúe per hanc ſolam additionem diſſolui poſſunt. Præſens ergo Problema ex Determinatis eſt, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodũ & Theorematum, alia quidem Indeterminata ſunt, alia verò determinata. ſi enim hoc modo ſimpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales ſunt, Triangulũ conſtruere, Problema Indeterminatum eſt, atque Impoſſibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua ſunt maiores, quomodocunque aſſumptæ, Determinatum eſt, atque Poſſibile. fit enim hoc quoq;. Quem-

Com. 27.

In 20. Propoſitione;

De Problematib⁹ Determinatis, Indeterminatis, Poſſibilib⁹, & Impoſſibilib⁹ vide ſuperi⁹ in com. primo.

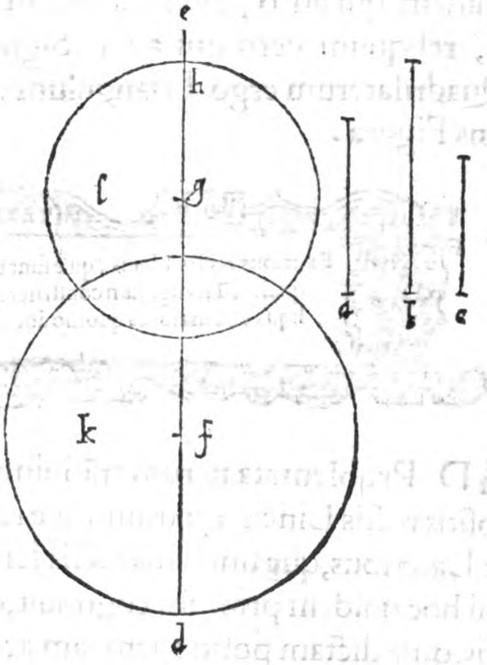
admo-

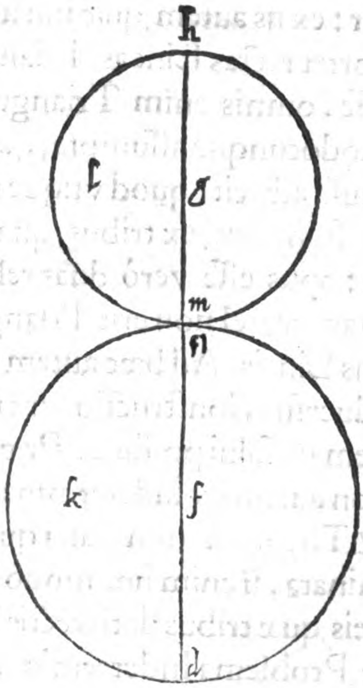
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falſum fit diuiſio, ita quoq; Problematum iuxta Poſsibile enuntiatum, atq; Impoſsibile. Quòd autem Inſtantiæ etiam, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, hinc diſſoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipſam inſpicientes. Geometrę.n.verba ſequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet aſſumptæ reliqua ſint maiores, Iuſſumq́ue facere opus ſit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidẽ parte finita, vtputà ĩ Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipſi quidem a, æqualis ipſa d f: ipſi autem b, ipſa f g: ipſi verò c, ipſa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k deſcribatur. rurſus'q; Cẽtro quidẽ g, ĩteruallo verò g h, Circulus l deſignetur. & ſecent ſe inuicem Circuli. hoc ſiquidem Elementorũ inſtitutor † ſortitus eſt. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortaſſe enim vel tangunt tantùm ſe inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipſos pati neceſſe eſt, aut ſe inuicem interſecare, aut tangere, aut diſtare ab inuicem. Dico itaq; quòd neceſſariò ſe inuicem interſecant. tangant enim prius ſe inuicem. Quoniam itaq; f Signũ Centrum eſt Circuli k, ipſa d f æqualis eſt ipſi f n. & quoniam g Signum Centrum eſt Circuli l, æqualis eſt ipſa h g, ipſi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales ſunt, nempe ipſi f g. Poſitæ autem ſunt ipſa maiores, quemadmodũ etiam a vnà cùm c, ipſa b eſt maior. illis ſiquidẽ ſunt æquales. Aequales igitur ipſi, ipſaq́ue maiores ſunt, quod

Inſtantiæ huius Problematis.

† aſsũpſit.

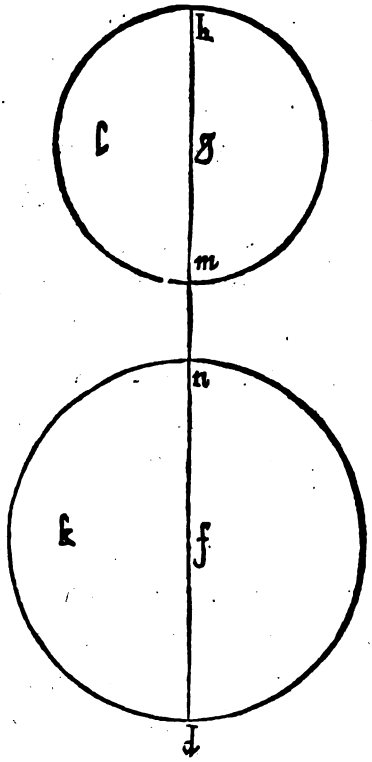
Reſpõſio.





fieri

ſieri non poteſt. Rurſus ſi fieri poteſt diſtent ab inuicem Circuli, vt ipſi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum eſt, ipſa d f, ipſi f n æqualis eſt. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum eſt, h g æqualis eſt ipſi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g eſt maior. ipſa enim f g ipſas d f, g h excedit, ipſa n m. Suppoſitum autem fuerat ipſas d f, h g, ipſa f g maiores eſſe, quemadmodum etiam ipſas a, c ipſa b. nam ipſa quidem d f, ipſi a: ipſa autem f g, ipſi b: ipſa verò h g, ipſi c ęqualis poſita fuit. Neceſſarium eſt igitur Circulos k l ſe inuicem interſecare. Quamobrem rectè Elementorum inſtitutor Circulos ſe inuicem ſecantes accepit. ſiquidem triũ etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores ſuppoſuit, quomodocunq; aſſumptas, non autem vni æquales, neq; ipſa minores. neceſſe eſt autem tangentibus quidem ipſis ſe ſe, ipſas eſſe æquales: diſtantibus verò ipſis ab inuicem, duas reliqua minores eſſe.



TEXTVS

Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum conſtituere.

Propõ 23
Prob. 9.

Cõm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referẽte Eude.

PRoblema hoc quoque eſt, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuẽtum lucrum eſt, vt ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumqúe in ea Signum conſtitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum eſſe, neceſſariò Euclides adiecit. quoniã nec fieri poteſt vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam conſtituatur. oſtenſum .n. fuit quòd duo tantùm curuilineorũ Angulorum Rectilineis Angulis æquales ſunt, Angulus ſcilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iã oſtenſus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi ſimilis eſt, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis eſt.

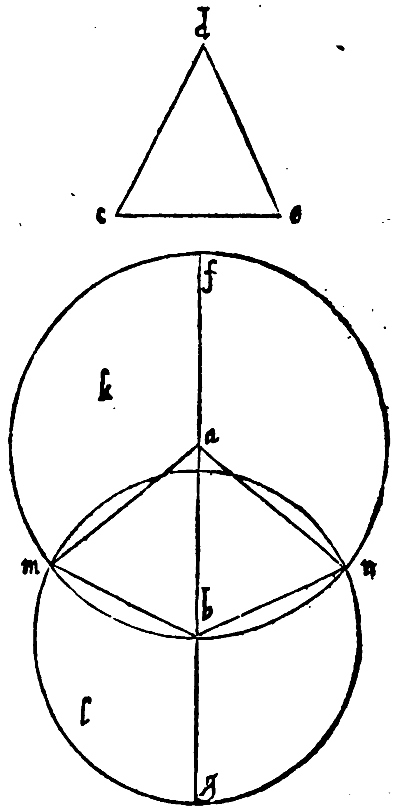
In cõm. 2.
huius lib.

Fit

Nota, ꝙ Angulꝰ Figurę ſimilis Securi, ſpecies eſt Anguli lunularis,& vocat̃ Pelecoides Angulus.

Alia exq̄ſitior huiꝰ Problematis Demõ.

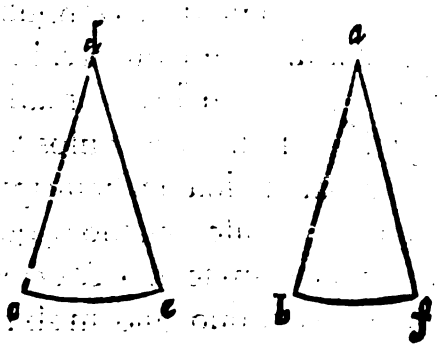
Fit aũt huiuſcemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra ſe inuicem ſecantibus. Hoc verò, ad quandã rectam Lineam Anguli conſtitutionem fieri, Angulum qui conſtituitur determinatum efficit, nõ autem ſpecie indifferentem, ſed aut rectilineum, aut miſtum. cùm autem nullus miſtus rectilineo æqualis eſſe poſſit, manifeſtum quòd ipſe quoque omnino rectilineus eſt. Elementorum itaque inſtitutor præcedenti Problemate ſimpliciter vſus, ex tribusq́ue rectis Lineis, quæ tribus datis æquales ſunt, Triangulum machinatus, Propoſitum fecit. Accipies autem Trianguli cõſtitutionem exquiſitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipſa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq; facere id, quod iuſſum eſt. Cõnectatur c e, & producatur a b ad vtranq; partem vſq; ad Signa f g, & ponatur ipſi quidẽ c d æqualis, ipſa f a: ipſi autem d e, ipſa a b: ipſi verò e c, ipſa b g. & Centro quidem a, interuallo autẽ a f, Circulus k deſignetur. & rurſus, vt in præcedenti, Cẽtro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l deſcribatur. Circuli igitur ſe inuicem interſecant, quemadmodum ſuperius oſtenſum eſt. Secẽt ſe in Signis m, n, à Signoq́ue n cõnectantur ad Centra rectæ Lineæ, ſimiliterq́ue à Signo m. Quoniã igitur f a, ipſi a m & ipſi a n æqualis eſt: ipſi autem f a, æqualis eſt ipſa c d, ipſa quoque a m, & ipſa a n, ipſi c d æquales ſunt. Rurſus quoniam b g, ipſi b m, & ipſi b n æqualis eſt: ipſa autem g b, ipſi c e inæqualis non eſt, ipſæ etiã b m, & b n, ipſi c e æquales ſunt. Verùm & ipſa a b, ipſi d e æqualis eſt. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nõ ſunt, & Baſis b m æqualis eſt Baſi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis eſt. Rurſusq́ue duæ n a, a b duabus c d, d e æquales ſunt, & Baſis n b, Baſi c e ęqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e eſt ęqualis, Iuſſũ'q; dupliciter factum eſt. non .n. vnum tantùm, ſed duos conſtituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,



vt in

vt in ſequentibus etiam in qualibet voluerimus parte conſtitutionem facere, indubitatum ſit, nemoq́ue contradicat. Hęc quidem Conſtructioni Elementorum inſtitutoris adĳcimus. Apollonĳ autem oſtenſionem non laudamus, tanquam eam, quæ ĳs indiget, quæ in Tertio Libro oſtenduntur. accipiens .n. ipſe quemcunque Angulum c d e, & rectam Lineam a b, Cētro quidem d, interuallo aūt c d, c e Circunferentiam deſcribit. Similiterq́ue Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferētiam deſignat. intercipienſq́ue c e Circunferentiam æqualem ipſi b f, connectit rectam Lineam a f, Anguloſq́ue a, c æqualibus Circunferētĳs inſiſtentes, æquales affirmat. Oportet autem præaſſumpſiſſe quòd ipſa etiā a b, ipſi c d æqualis eſt, vt Circuli quoque æquales ſint. Huiuſcemodi itaque oſtenſionē tanquam poſterioribus vtētem ab Elementari inſtitutione alienam eſſe cenſemus. Illam autem Geometræ tanquam principia conſequentem præponimus.

Dānat Apollonii oſtenſionē.



TEXTVS

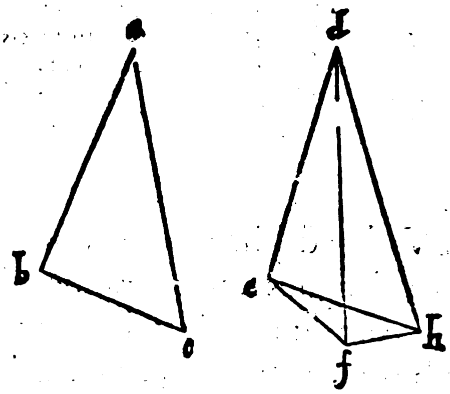
Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Baſim quoque Baſi maiorem habebunt.

Propō 24 Theo. 15.

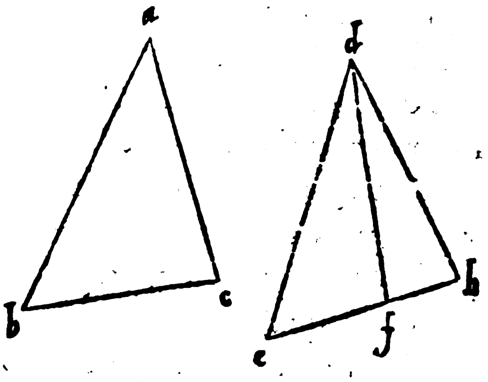
Cōm. 29

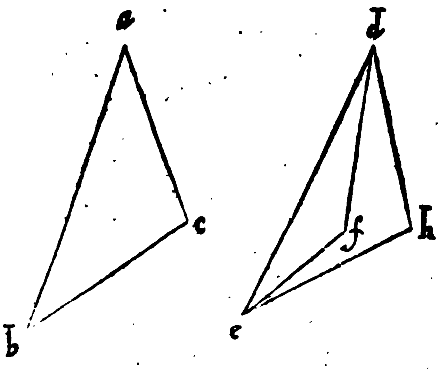
RVrſus ad Theoremata tranſiuit, & ſimiles de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula ſupponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Baſim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq; interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius conſequentē eſſe demonſtrauit Baſium æqualitatem, harumq́ue æqualitati Angulorū Verticalium ęqualitatem eſſe conſequentem ſimiliter demonſtrauit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc oſtendit. Hoc igitur quod nunc proponitur Theorema Quarto quidem oppoſitum eſt. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales ſuppoſuit, hoc verò inæquales ipſos ſupponit. & illud quidem æquales ipſorum Baſes demonſtrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. pręcedit autem ſequenti Theoremati. nam illud quidẽ à Baſibus ad Angulos, ſub quibus Baſes ſubtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò è conuerſo ab Angulis ad Baſes, quæ ſub ipſis ſunt. Quamobrem ipſum conſequenter huic quidem iam dicto modo cõuerſum eſt, octauo autem Theoremati oppoſitum. nam alterum quidem ab æqualitate Baſium Angulos Verticales ęquales demonſtrat, alterum verò à Baſium inæqualitate ipſos quoq; inæquales oſtendit. Cõmune autem eſt hiſce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale verſantur, quartum ſcilicet, & octauũ: duo verò circa inęquale, hoc vtiq;, & ſequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præſentia quęrere propoſuimus: duo autem à Baſibus, octauum porrò, quodqúe deinceps poſt pręſens collocatum eſt) commune cunctis inquam hiſce quatuor eſt, tum quarto, & octauo, tum vigeſimo quarto, & vigeſimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus exiſtẽtibus omnis inquiſitio ſuperuacanea eſt, à deceptioneqúe haud immunis. Hęc de his in vniuerſum dicta ſint. Age autem Elementorum quoq; inſtitutoris pręſentis Theorematis Conſtructionem conſideremus, quodqúe deficit ipſi adijciamus. accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumqúe ad a Signum exiſtentem Angulo ad d Signum exiſtenti maiorem, & volens oſtendere Baſim b c, Baſi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumqúe in ipſa, quod eſt d, Angulo qui ad a Signum eſt ęqualem conſtituit Angulum e d h. maior enim eſt Angulus qui ad a Signum eſt, Angulo qui ad Signum d, connectitqúe ipſi a c, ęqualem d h. Recta itaq; Linea e h ad Signum h producta aut ſupra rectã Lineam e f cadit, aut ſuper ipſa, aut infra ipſam. Elementorum ſanè inſtitutor vtpote ſuprà iacentem ipſam accepit. Sit autem ſuper ipſa

Varii huiꝰ Theorematis Caſus.



recta





recta Linea. Rurſus itaque idē oſtendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales ſunt, æqualeſqúe continent Angulos. & Baſis igitur b c, Baſi e h æqualis eſt. At ipſa e h maior eſt quàm ipſa e f, quapropter ipſa quoqꝫ b c maior eſt quàm ipſa e f. Verùm ſit infra ipſam e f, poſita. Connectentes itaque ipſam e h dicemus quòd cùm ipſæ a b, a c ipſis d e, d h æquales ſint, æqualeſqúe Angulos comprehendant, ipſa quoque b c, ipſi e h ęqualis eſt. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duę rectæ Lineæ d f, f e in Latere d e ſunt conſtitutę, externis minores ſunt. Aequalis autem eſt d h, ipſi d f. ipſi nanqꝫ a c æqualis eſt. Maior eſt igitur ipſa h e quàm ipſa e f. Sed h e æqualis eſt ipſi b c. Maior eſt ergo ipſa b c quàm ipſa e f. Iuxta itaqꝫ omnem poſitionem Theorema oſtenſum eſt. Qua de cauſa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate ſimul demonſtrauit quòd Areę quoque Triangulorum æquales ſunt, in hoc etiam non adiecit quòd pręter Baſium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales ſunt? Aduerſus hanc vtiqꝫ dubitationem dicatur quòd non eſt eadem ratio in ęqualibus Angulis, & Baſibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Baſibus ęqualibus exiſtentibus, Triangulorum etiam ęqualitas ſequitur: inæqualibus autem exiſtentibus, neceſſarium non eſt Arearū inæqualitatem conſequi. ſed tum æqualia, tum inæqualia Triangula eſſe poſſunt: maiuſqúe illud, quod maiorem Angulum, Baſimqúe maiorem habet, itemqúe minus. Propterea igitur Elementorum inſtitutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ poſterius oſtendenda ſunt anticipantes in præſentia quoque Arearum cōparationem facere, dicimus quòd ipſis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus exiſtentibus (habeatur autem ſermo in deſcriptione, quæ in Elemento eſt) Triāgula æqualia oſtē-

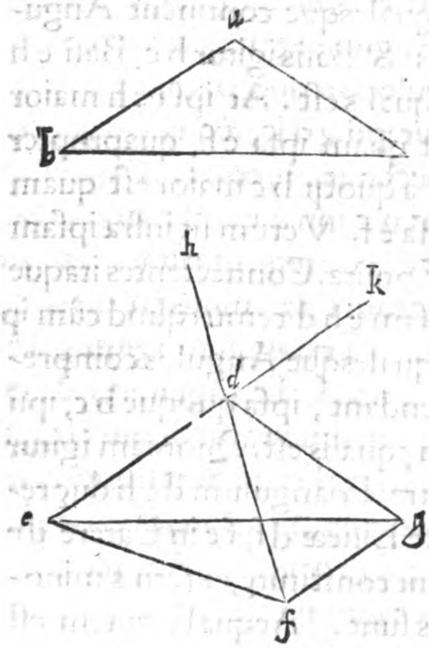
Dubitatio

Solutio.

Digreſſio

Arearum pulchra cō paratio.

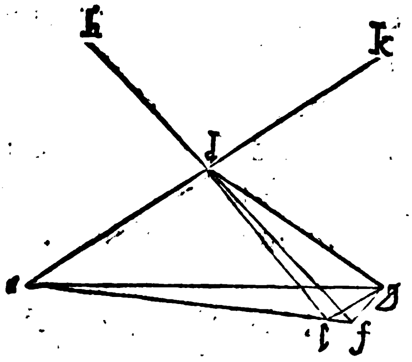
duntur: maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet: minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cõſtructa fuere, & producantur ipſę e d, f d ad ſigna h k, & ſupponantur Anguli b a c, e d f eſſe duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis eſt, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales ſunt. Sunt autẽ Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cõmunis auferatur e d g. Reliquus gitur e d f, reliquo g d k æqualis eſt. Verùm ipſe e d f æqualis eſt ipſi h d k. ad verticem enim ſunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis eſt. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus eſt, duobus internis, & ex oppoſito iacentibus, ipſis ſcilicet, qui ſunt ad Signa g, & f, ęqualis eſt. At iſti ęquales ſibi inuicẽ ſunt. ipſa nancq; d g, ipſi d f æqualis eſt. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus eſt. Aequalis igitur eſt Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & ſunt alternatim. Parallela igitur eſt d e, ipſi f g. Triangula ergo g d e, f d e ſuper eadem Baſi d e ſunt, in eiſdemqúe d e, g f Parallelis. Aequalia igitur ſunt. Verùm Triangulum g d e, Triãgulo a b c eſt æquale. & Triangulũ ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non eſt. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationẽ ſpectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacẽtibus æqualis eſt: altero autem, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ ſunt: tertio verò, quòd Triangula ſuper eadem Baſi, in eiſdemqúe Parallelis conſtituta, æqualia ſunt. Quæ Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, Triangulorum comparationem omiſit. Verùm ſint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & conſtruantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc eſt Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores ſunt: Anguli autem e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, ablato communi, ipſo ſcilicet e d g, Angulus e d f maior eſt Angulo g d k, hoc eſt Angulus k d h maior



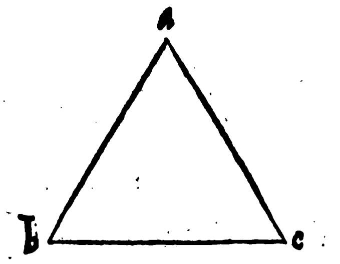
Propoſitio 32.

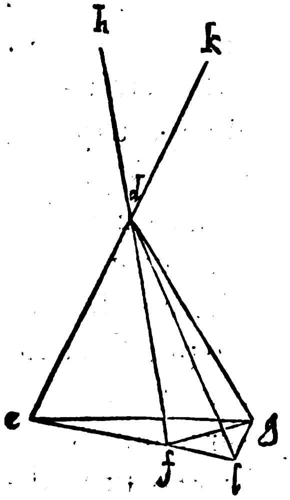
Propoſitio 27.

Propoſitio 37.



ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus eſt Anguli g d k, ipſe nempe, qui duplus eſt Anguli ad g Signum exiſtentis. Angulus igitur g d k minor eſt Angulo, qui ad g Signum eſt. Ponatur ipſi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo eſt g l, ipſi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia ſunt. At Triangulum l d e minus eſt Triangulo f d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus eſt. Aequale autem eſt Triangulum g d e, Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus eſt, ipſum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inęquales eadẽq́ue conſtruãtur. Quoniã itaq; Anguli e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, cõmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus eſt ipſius g d k. Sed duplus etiam ipſius qui ad g Signum eſt. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior eſt. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & coincidat g l cum ipſa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur eſt g l, ipſi d e. Aequalia ergo ſibi inuicẽ ſunt Triãgula g d e, l d e. Verùm Triangulũ quidem l d e maius eſt Triangulo f d e: Triãgulum verò g d e æquale eſt Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius eſt. Oſtenſum eſt igitur Triãgulum a b c, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui ſunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus exiſtentibus. omneſq́ue ſuppoſitiones fieri poſſunt. Quid enim ſi Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectiq́ue dimidium eſſet: qui verò ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo iſti Anguli duobus Rectis æquales eſſent? Quid autem ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimi-





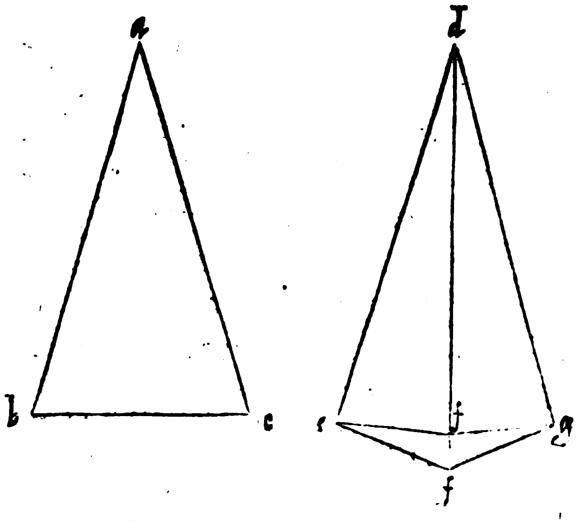
dium

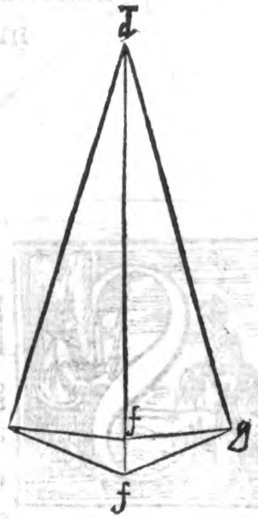
dium eſſet : qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertiȩ, non'ne duobus Rectis eſſent maiores? Quid verò ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, Rectiq; eſſet dimidium : qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non'ne duobus eſſent Rectis minores, & ſemper Angulus a, Angulo d eſſet maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarũ vſu nobis factæ ſunt. Neceſſariò igitur apud Elementorum inſtitutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIVM in vigeſimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

Scholium in exẽplari quodã veteri repertum.

SI MEAM afferre ſentẽtiam operæpretium eſt, errauit Philoſophus. nam fieri non poteſt vt ſuper ipſa ſubtendente quȩ poſterius protracta eſt recta Linea cadat, ſed neceſſariò ſupra ipſam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor vſus fuit, quod autem dicimus, hoc modo oſtendemus. Sint duo Triãgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f ȩqualia, & Angulus qui ad Signũ a, Angulo qui ad Signũ d ſit maior. Ponendus eſt itaque Angulus ipſi æqualis, qui ſit e d g, & protracta d g ſit æqualis ipſi e d. Si autẽ ipſam e g connectere volumus, fieri non poteſt vt ea, quæ connexa eſt, ipſi e f in directum ſit. nã ſi fieri poteſt ſit in directum ipſi, hoc eſt ſuper eadem recta Linea incidat ipſa e g, quemadmodum vſus eſſe videtur Proclus in ſecunda ſua ſuppoſitione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura eſſe ſupponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipſi etiam d f e eſt æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e ȩqualis





lis eſt. quæ enim eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Si autẽ hoc verum eſt, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex oppoſito collocato ęqualis erit, quod eſt impoſſibile. Fieri ergo minimè poteſt vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum ſit. Si verò hoc fieri nõ poteſt, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philoſophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non poſſe oſtendemus in eadem deſcriptione. Cùm enim ipſa d e, tum ipſi d f, tũ ipſi d g ęqualis ſupponatur, ipſa quoque d f, ipſi d g erit ęqualis. Quapropter tria Triãgula æquicrura ſunt, vtputà d e f, d f g, & d e g. æqualia ſiquidẽ inter ſe tria Latera oſtenſa ſunt. & qui igitur ad Baſes ipſorum ſunt Anguli, æquales ſibi inuicem erunt. hoc eſt qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, & adhuc ipſi d f e: & qui ad Signum g, ipſi d f g. Quatuor igitur Anguli ſibi inuicem ſigillatim ęquales ſunt. Quamobrem & duo ipſorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g ęquales vtriq; ſimul vtriſq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus ſunt Rectis æquales. ſiquidẽ recta Linea d f ſuper rectã Lineã e g ſtetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales ſunt. Si autem hoc verum, ſeptimũ decimum Theorema deſtructum eſt. At qui illud verum eſt, hoc ergo nequaquam fieri poteſt. Quæ ergo producitur recta Linea e g, ſuper eadem recta Linea e f non cõnectetur. Si verò hoc fieri non poteſt, multò magis (vt dictum eſt) neque extrà incidet. quod enim in illa ſuppoſitione euenit abſurdũ, abſurdo hoc maius eſt. Dicẽdum igitur pro Philoſopho quòd eos, qui inſtituuntur alloquens, non ſatis ſcitè expoſuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præſtant. vel fortaſſe etiam hallucinatus eſt. & nil mirum. Præterea aliter idem oſtendemus. Cùm enim quatuor Anguli ſigillatim ęquales ſibi inuicẽ oſtenſi ſint, hoc eſt ipſe d f e, & ipſe d f g: & adhuc qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea ſuper rectã conſiſtens Lineã Dein-

Defendit Proclũ magis eũ ofſendẽdo.

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus eſt. Quamobrem vterque ipſorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum eſt, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verũ, deſtructum eſt rurſus ſeptimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt. noſtra autem ſuppoſitio oſtẽdit ipſos duobus Rectis æquales, quod eſt abſurdum.

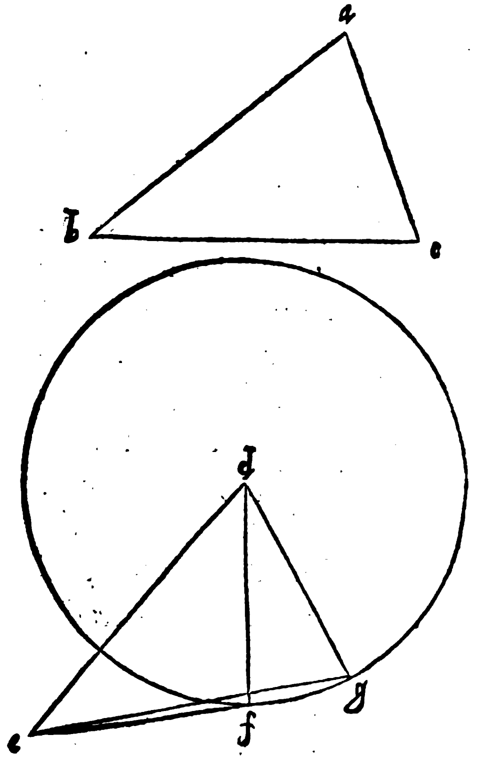
FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM aduerſus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigeſimum quartũ Theorema Primi Lib. Elementorũ Euclidis.

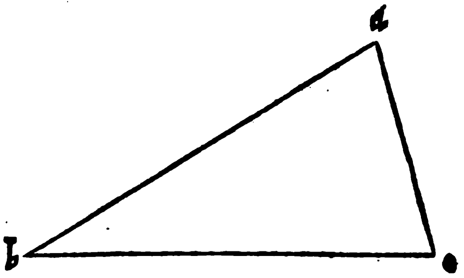
Scholium Interpretis.

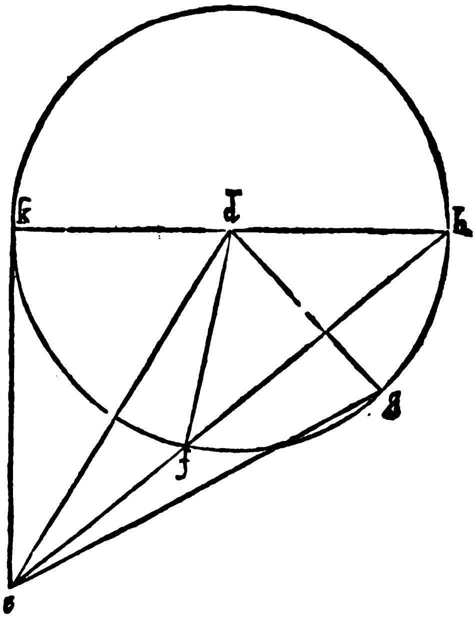
SI MEA quoque afferenda eſt ſententia errauit planè incertus quiſquis ſit Autor, non errauit autẽ Philoſophus. nam ſciẽdum eſt quòd ipſa Triangula, quæ Elementorum inſtitutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. ęquilatera enim eſſe non poſſunt, cùm inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri ſint. erũt ſiquidem Anguli etiam ęquales, quod non ſupponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor ipſa accepit, neceſſariò ſupra ſubtendentem quæ vltimò protracta eſt recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor oſtendit; Si verò Scalena, vt & Proclus ipſa ſuſcepit, fieri poteſt vt quæ vltimò protracta eſt recta Linea, tum ſuper ipſa ſubtendente, tum ſupra ipſam, tum etiam infra ipſam cadat. & iuxta omnem poſitionem Theorema veritatem in ſe continet, vt apud Proclum ipſum quilibet videre poteſt. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infeſtat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel ſuper ipſa ſubtendente vltimò protractam Proclus accepit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Cùm autẽ indeterminatè aliquid affirmamus, ĩ quibus fieri poteſt ipſum intelligimus, nõ aũt in quibus non poteſt fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quaſi ad rudes, ambitionis cauſa, quippe quòd tantũ virum deceptum oſtẽdat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præſens ſcripſit Scholium, aut fortaſſe etiam hallucinatus eſt. Scire autem operæpretium eſt quòd cùm ait incertus Autor in æ-

quicru-

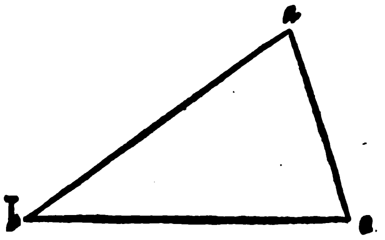
quicruribus Triangulis poſtremò productam rectam Lineam ſupra ſubtendentem neceſſariò cadere,hoc verum eſt in ijs quidē æquicruribus,quæ ſimiliter æquicrura ſunt,non autem in ijs,quæ non ſunt ſimiliter æquicrura. etenim in non ſimiliter æquicruribus fieri poteſt, vt quæ vltimò producta eſt recta Linea,modò ſupra ſubtendentem, modò infra,modò ſuper ipſa cadat. Sint enim duo Triangula a b c, d e f ęquicrura ita,vt Latus quidem a b ęquale ſit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e,& Latus d e,vtroque maius. & ſit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. necnon Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipſa d g, ponaturq́ue æqualis ipſi a c, & connectatur ipſa e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g, & ſupra ipſam e f, & infra ipſam, itemq́ue ſuper ipſa cadat. Centro enim Signo d,interuallo autem Linea d f,Circulus deſcribatur, quem aut tangit Linea e f, aut ſecat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, neceſſariò ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. Secet autem ipſa e f Circulum vt habetur in ſecunda noſtra deſcriptione, & producatur in directum Linea e f, quouſque Circulum iterum ſecet in h Signo. Quoniam itaque ipſa d g, ipſi d f æqualis eſt, neceſſariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit,aut in Signum h,aut vltra h Signum. At qui fieri non poteſt vt in Signum h, aut vltra h Signum ipſa cadat. neceſſarium igitur eſt inter f, & h Signa ipſam cadere. Quòd autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere poteſt, ſic oſtendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipſa d h, & producatur ipſa h d in directum vſque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quę tangat Circulum,

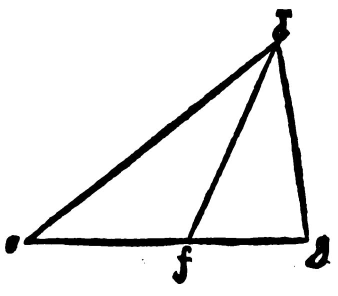






in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales ſunt, Baſis autem e h, Baſi e k eſt maior, Angulus ſanè e d h, Angulo e d k maior eſt. Verùm Angulus e d k maior eſt Angulo e h d. Multò maior igitur eſt Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius eſt. Erat autem & ęquale, Triangulum ſiquidem ęquicrus ſupponebatur, quod fieri non poteſt. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd neque vltra ipſum ijſdem exiſtentibus ſuppoſitionibus cadere poteſt. Neceſſariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, ſecantque ſe inuicem ipſę d g, e h rectę Lineæ. Ipſa ergo e g protracta magis remota quàm ipſa e h à Cẽtro eſt, & propterea infra ipſam e f cadit, quod demonſtrandum erat. Demonſtrauimus igitur quòd tum ſupra, tum infra ipſam cadere poteſt. Reliquum autem eſt oſtẽdere quòd fieri poteſt, vt etiam ſuper ipſa ſubtendente quæ vltimò protracta eſt recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ ſuperius deſcripta ſunt. & ſit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemq́ue duplus Anguli e d f. hoc enim fieri poteſt. conſtituatur aũt ad d e rectã Lineã, ad Signũq́ue in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearũ a c, d f æqualis ipſa d g, cõnectatur'q; Linea e g. Dico quòd his ſuppoſitis, neceſſariò ip-





ſa

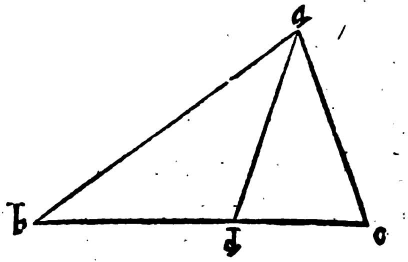
ſa f g ipſi e f in directũ eſt, ipſaq́ue e g poſtremò protracta, ſuper ipſa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur oſtendendum quòd in directũ eſt ipſa g f, ipſi f e, vnaq́ue eſt recta Linea ipſa e f g: poſtea verò, quòd ſuper ipſa cadit recta Linea e g, poſtremò protracta. Si autem hoc oſtendere volumus, oſtendenda prius eſt nobis Sumptiuncula quędã, quæ talis eſt.

Sumptio.

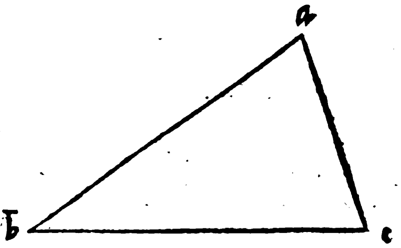
Si Trianguli ęquicruris vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Baſim ſunt bifariam ſectus fuerit, quæ Angulum ſecat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, ęqualis eſt Baſi Trianguli, quod initiò erat, itemq́ue alteri diſſecti Lateris Segmento, quod minori Triãguli Angulo magis propinquũ eſt.

Demõ Sũptionis.

Sit Triangulũ a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Baſim ſunt Angulorum reliqui duplũ, & ſecetur bifariam Angulus, qui ad a Signum eſt per rectã Lineam a d, & ducatur ipſa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis eſt recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b.



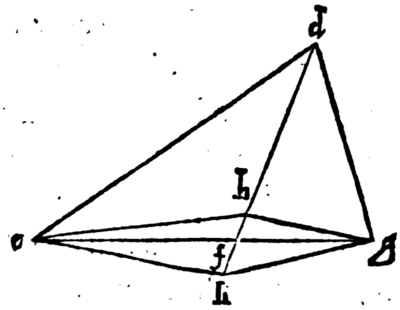
Quoniam Angulus b a c duplus eſt vtriuſq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis eſt. Aequale igitur eſt & Latus a d, Lateri d b. Rurſus quoniam Trianguli a b d externus eſt Angulus a d c, duobus internis, ex oppoſitoq́ue iacentibus, ipſis nẽpe a b d, b a d eſt æqualis, qui ipſi b a c æquales ſunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non eſt. At ipſe b a c, ipſi a c b eſt ęqualis. æquicrus.n. Triãgulum a b c ſupponebatur.



Angulus igitur a d c, Angulo a c d ęqualis eſt. & Latus ergo a d ęquale eſt Lateri a c. Oſtenſum eſt aũt ipſi etiam d b ęquale. Recta igitur Linea a d vtriq; a c, d b rectarum Linearũ æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe.

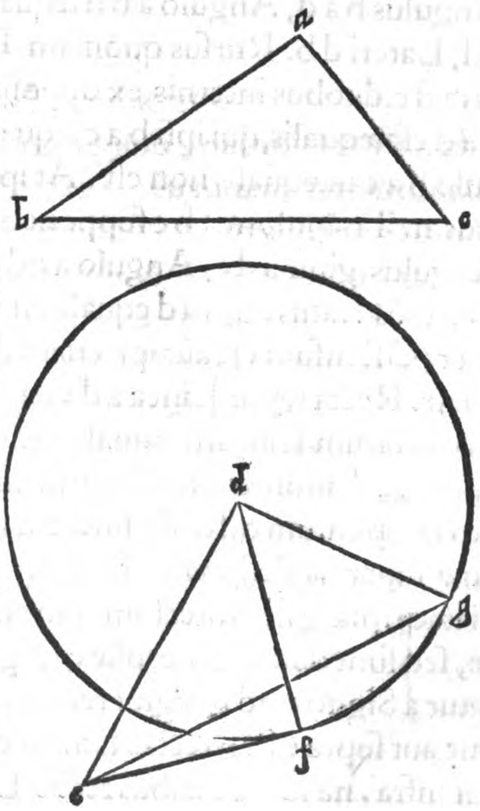
Propoſiti Demõ.

Hoc præaſſumpto Propoſitum oſtendemus. Sit igitur quæ ſuperius deſignata fuit deſcriptio. Si itaq; ipſa g f in directum non eſt ipſi f e, ſed ſunt duæ Rectæ ipſæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signũ recta Linea, quę aut ſupra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nã ſuper duabus rectis Lineis



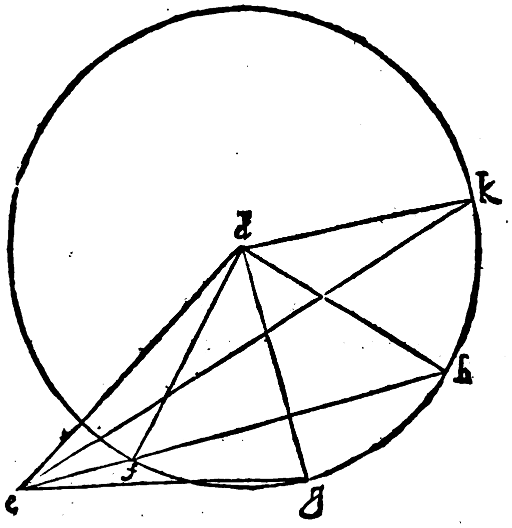
vna recta Linea cadere minimè poteſt. Cadat primò ſuprà. Secat igitur ipſam d f. ſecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipſi d e: & a c, ipſi d g æqualis eſt, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehēdunt eos, qui ſunt ad verticem. Baſis igitur b c, Baſi e g æqualis eſt, omniaque omnibus ſunt æqualia. Triangulum ergo e d g ęquicrus eſt, habens vtrunque eorum qui ad Baſim d g ſunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis eſt igitur ipſa d h, ipſi d g, poſita autem erat ipſa d g, ipſi d f ęqualis. & ipſa ergo d h, ipſi d f æqualis eſt, Totæ ſua pars, quod nequaquā fieri poteſt. Nō cadit ergo ſuprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipſa d f quouſque ipſam ſecet in h Signo. Similiter porrò oſtendemus quòd tota d h ſuæ d f parti æqualis eſt, quod eſt abſurdum. Fieri igitur non poteſt vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; ſupra. Super ipſis ergo neceſſariò cadet. Verū vna recta Linea ſuper duabus rectis Lineis tota cadere non poteſt. Ipſæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nō ſunt. Vna ergo tota ipſa e f g recta Linea eſt. Cum autē vna ſit, manifeſtum eſt quòd nulla alia eſt, niſi ipſa e g poſtremò protracta. In huiuſcemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo ſe ſe habent recta quę vltimò protracta eſt Linea, neq; ſuprà, neq; infrà, ſed ſuper ipſa ſubtendente omnino cadet. Oſtenſum autem fuit quod aliter ſe ſe habentibus huiuſcemodi Aequicruribus fieri poteſt vt etiam ſupra ipſam, & infra ipſam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipſa e g & ſupra, & infra ipſam e f, & ſuper ipſa cadere poteſt, quod oportuit demonſtraſſe. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi Triangula Scalena fuerint fieri poteſt vt ipſa e g tū in ſuperioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam ſuper ipſa ſubtēdēte cadat. Sint ergo duo Triāgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri ęqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū eſt, maiorem habeant. Cōſtitua-

Demō in Scalenis.



tur

tur itaq; ad rectam Lineam d e, a d Signumq́ue in ea d, Angulo b a c æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipſarum a c, d f æqualis ipſa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g & ſupra ipſam e f, & infra, & ſuper ipſa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus deſignetur, quē aut tangit rurſus ipſa e f, & tunc recta Linea e g ſupra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus oſtenſum eſt: aut ſecat ipſum. Secet, & producatur in directū ipſa e f quouſq; ſecet rurſus Circulum in h Signo. Aut ergo ipſa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & ſic ipſa e g infra ipſam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipſa e g ſuper ipſa e f in directum cadet, vt ipſa e h: aut vltra h Signū, vt ipſa d k, & ſic ipſa e k, hoc eſt ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta eſt recta Linea non ſolùm ſupra ſubtendentem, verum etiam infra, iteq́ue ſuper ipſa cadere poteſt, quod erat demōſtrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philoſophus, quippe qui Triangula ipſa non determinauit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Aſſumemus autem ex his Triangulorū Digresſio cum ad principia totius Mathematicę eſſentię relationem, tum ad ea, quæ ſunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & ſpecies Fine, & Infinito participent, ſiquidem ab ipſis etiā ſcaturiunt, alia quidem Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autem per miſtionem vtriuſque ſubſiſtunt. & quæ quidem ex Fine orta ſunt, terminum, & ſtatum, & identitatem, & ęqualitatem, & ſimilitudinem ſeruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progreſsionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & diſſimilitudinem, & varietatem, omnisq́ue generis diuerſitatem in ſe ſe oſtendunt: quæ verò per miſtionem vtriuſq; gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem ſeriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiā Figuræ per illa principia conſtituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantùm,



Triãgulorũ ad ſua principia relatio.

& ſimilitudine eſt præditum, & iuxta omnia finitum ſemper, atque terminatum, idemqúe manens, & neqꝫ accretionem iuxta Angulos, neqꝫ decretionem, neqꝫ vllam iuxta Latera varietatem ſuſcipiens: Infinitatis aũt, ſcalenũ, quod ſolius inęqualitatis, & diſsimilitudinis eſt particeps, iuxtaqúe omnia indeter̃nationem, & motum infinitum, & varietatem oſtendit: vtriuſque autem, quippe quæ medium ipſarum tenet Centrum, miſtæqúe ex ambobus naturæ eſt particeps, æquicrus, quod Finis ſimul, atque Infinitatis oſtendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præſens Vigeſimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera eſſe nõ poſſunt (hoc ſiquidẽ inęqualitatẽ oſtẽdit, illa ãt ab æqualitate vndiqꝫ ſcatent) verũ aut æquicrura, aut ſcalena. & ſi æquicrura, aut ſimiliter. rurſus ęquicrura, aut nõ ſimiliter. & in ſcalenis magis varia eſt ipſius Conſtructio, q̃ in æquicruribus. in ſcalenis .n. quæ poſtremò protracta eſt recta Linea & ſupra, & infra ſubtendentem, itemqúe ſuper ipſa cadere poteſt: in æquicruribus autẽ neceſſariò ſupra ipſam cadit. in æquicruribus inquam, quæ ſimiliter æquicrura ſunt. quæ enim non ſunt ſimiliter æquicrura diuerſitate, & varietate iuxta poſitionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura ſimiliter ſunt. vnde etiam magis varia iſtorum, quàm illorum Conſtructio eſt. Iurè igitur in ſcalenis magis varia Conſtructio ipſa, & Demonſtratio eſt, quàm in æquicruribus. Siquidẽ ſcalena quidẽ varietate, & diuerſitate, ſimpliciterqúe deteriori ſerie magis quàm æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ ſunt magis cognata. Propterea ſanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium menſuris, & ſimplicitate, & æqualitate, identitateqúe præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei aſsimilant: æquicrus autem ſecundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ menſura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemqꝫ immoderationem iuxta ſuas extremitates attingunt, æquicrururium ſiquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales ſunt, Baſis autem, Verticaliſqúe Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quę vndequaqꝫ immoderatione, & inęqualitate, omniſqúe generis diuerſitate, & varietate refertæ ſunt. Verùm de his quidem hactenus.

Pulchra Triãgulorum iuxta Pythagoreos ad ea q̃ ſunt cõparatio.

Finis Scholii

Corollarium ex Scholio.

Corollarium.

EX his porrò manifeſtum eſt quòd in Triangulis non ſimiliter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Anguli Verticalis alterius, neceſſariò quę vltimò protracta eſt recta Linea, ſuper ſubtendēte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipſam: cùm verò minor, ſupra. Opus eſt autem quando ſuper ipſa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVNTVR PROCLI
Commentarij

TEXTVS

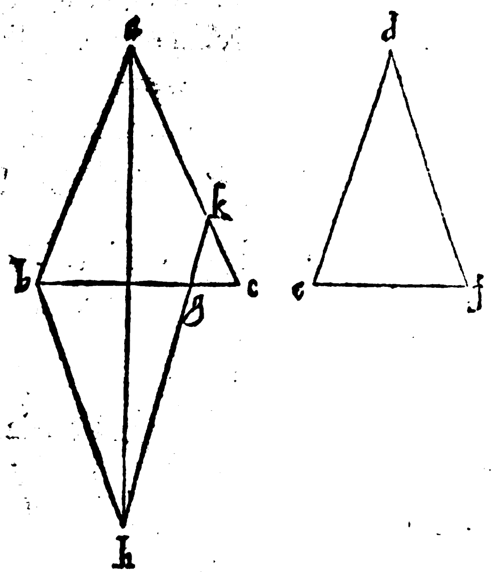
Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Baſim verò Baſi maiorem: Angulū quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt.

Propō 25
Theo. 16.

Cōm. 30.

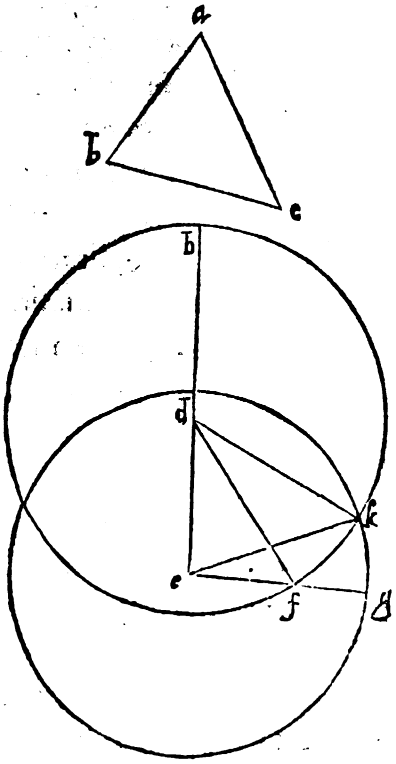
PRæſens Theorema Octauo quidem oppoſitum eſt, pręcedenti verò conuerſum. iuxta coniugationem enim Elementorum inſtitutor de Angulorum, Baſiumquè æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Pręcedentia, alia verò Conuerſa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis oſtēſionibus: in Cōuerſis verò, ad impoſſibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem ęqualitati Laterum, quę in ipſo ſunt, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum æqualitatem conſequentem eſſe oſtendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rurſusquè è conuerſo, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem eſſe conſequentem affirmans. Verùm ad Propoſitum venientes, quomodo quidem Geometra oſtendit manifeſtū cùm ſit, ex Libris legere ijs, qui diſcendi tenentur deſiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiuſdem afferunt Demonſtrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Baſimquè b c, Baſi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior eſt. abſcindatur enim à Baſi b c, Baſi e f æqualis, quæ ſit b g, & conſtituatur ad b Signum Angulo d e f, ęqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipſi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vſque ad k Signum, cōnectaturquè a h. Quoniam itaque

Demōſtratio Menelai Alexādrini.



que b g æqualis eſt ipſi e f, b h autem ipſi e d, duæ duabus ſunt æquales, Angulosq́ue æquales continent. Ipſa igitur g h, ipſi d f ęqualis eſt, et Angulus b h g Angulo e d f inęqualis non eſt. Et quoniam g h ęqualis eſt ipſi d f, ipſa autem d f, ipſi a c, ipſa quoque g h, ipſi a c æqualis eſt. Maior eſt igitur h k, quàm a c, quamobrẽ multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt ipſi a b, ipſa b h, ipſi nanque d e eſt æqualis, Angulus b h a, Angulo b a h æqualis eſt. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo eſt minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, oſtenſus eſt. Angulus ergo b a c, Angulo, qui eſt ad d Signum, eſt maior. Talis quidem Menelai Demõſtratio eſt. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impoſſibile idem oſtendit. Sint duo Triãgula a b c, d e f, eędéq́ue ſint ſuppoſitiones. & quoniam b c maior eſt quàm ipſa e f, producatur e f, & ponatur ipſi b c, æqualis e g, ſimiliterq́ue protrahatur d e, & ponatur ipſi d f, ęqualis d h. Circulus igitur, qui Cẽtro d, interualloq́ue d f deſcribitur tranſibit etiam per Signum h. Deſcribatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores ſunt ipſa b c, hæ autem ipſi e h ęquales sũt, & b c, ipſi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g deſcribitur, ſecat ipſam e h. Secet vt ipſe g k, & connectantur à communi Circulorum ſectione ad Centra rectę Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrũ eſt Circuli h k f,

Heronis Mechanici Demõ.



ipſa d k, ipſi d h ęqualis eſt, hoc eſt ipſi a c. Rurſus quoniam e Signum Centrum eſt Circuli g k, ipſa e k ipſi e g æqualis eſt, hoc eſt ipſi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k ſunt æquales, & b c Baſis, e k Baſi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k eſt æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior eſt.

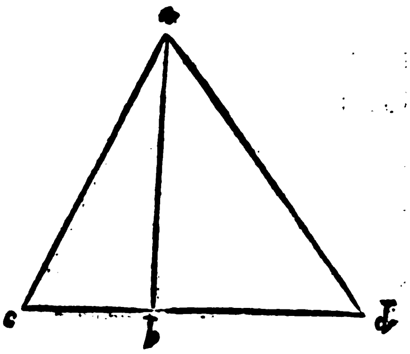
Propõ 16
Theo 17.

TEXTVS

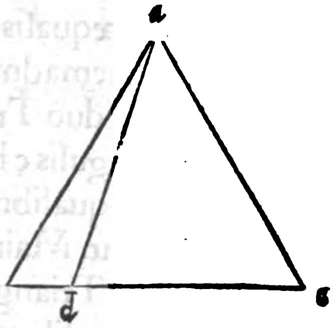
Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vnumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod ſub vno æqualium Angulorum ſubtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt.

Cõm. 31.
Pulcherrima cõparationis Triãgulorũ Diuiſio

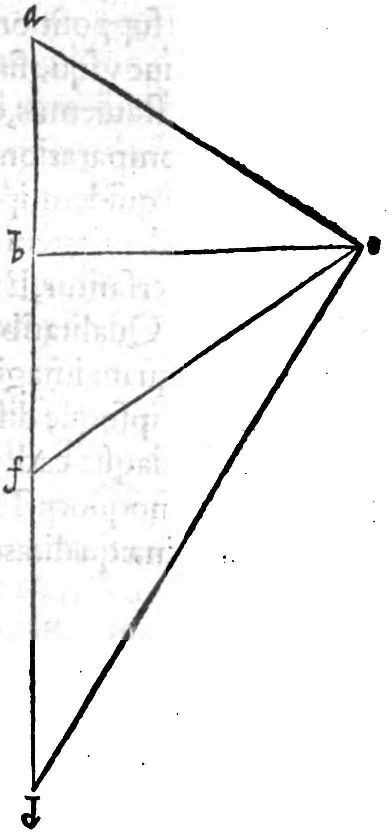
TRiangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, neceſſe eſt aut Latera ſola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut ſolos Angulos æquales ſumendo, Laterum æqualitatem inueſtigare: aut Angulos, & Latera miſcendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem ſcrutari. Solos itaq; Angulos quidẽ ęquales cùm accepiſſet Euclides, Latera quoq; Triangulorum nõ potuit æqualia oſtendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula ſunt, quum etiam iuxta Latera, comprehenſaqúe ſpatia ab alĳs ſuperentur: Angulòs autem Angulis illorum ſingillatim ęquales habeãt. Sola verò Latera ęqualia cùm ſuppoſuiſſet, omnia æqualia eſſe demonſtrauit per octauũ Theorema, in quo duo ſunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Baſimqùe Baſi æqualem habent, hæcqúe æquiangula, æqualiumqúe Spatiorum comprehendendorum vim habentia oſtenduntur. & Elementorum inſtitutor hanc additionem prætermiſit tanquam per quartum neceſſariò conſequentem, nullaqúe Demonſtratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumqúe Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosqúe Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoqúe Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoqúe Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumqúe Latus cùm accepiſſet, Propoſitum minimè oſtendit, reliquorũ ſcilicet æqualitatem. fieri enim poteſt vt duo Triangula iuxta vnum ſolum Latus, vnumqúe Angulum ęqualia exiſtentia, quò ad reliqua prorſus inęqualia ſint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta ſuper rectam Lineam c d, ſit autem maior b d quàm b c, & connectantur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem eſt Latus commune, vnusqúe Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia ſunt. Vnum autẽ Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraqúe ęqualia oſtẽdere, & hoc facit per pręſens Theorema. Vnũ verò Latus, & tres Angulos ęquales iterum ſupponere ſuperuacaneum eſt. Siquidẽ duobus etiam ſolis æqualibus exiſtentibus, reliquorum æqualitas oſtenſa fuit. Rurſus vnum Angulũ, duoqúe Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonſtrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere ſuperuacuum eſt. duo nanque tantùm ęqualia aſſumpta, cæterorum æqualitatem concluſerunt. Quinetiam duo Latera, duoſqúe Angulos æquales ſuſcipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia ſuperuacanea ſunt. quæ.n. pauciores conſequuntur ſuppoſitiones, omnino plures etiã comitantur, dũmodo cum † datis conditionibus ſuppoſitiones accipiantur. Tres ergo ſuppoſitiones Demonſtratione egentes ſunt nobis ortæ, quæ quidem ſola tria Latera ſuſcipit: quæqúe vnum Latus, & duos Angulos, quã nunc Geometra proponit: huicqúe oppoſita. Et propterea hęc ſola tria Theoremata de æqualitate Triangulorũ habemus, quæ in Lateribus, Angulisqúe verſatur. Quandoquidem cæteræ omnes ſuppoſitiones ad Quæſitum oſtendendum aut inualidæ ſunt, aut validæ quidem, ſed ſuperuacaneæ, eò quòd per pauciores ſuppoſitiones eadem ſuapte natura comparata ſunt. Quẽadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia ſuſcipiebat, vnoqúe Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, ſed (vt ab ipſo propoſitum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales aſſumens, vnumqúe Latus vni Lateri, hoc non quodlibet aſſumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut ſub vno ęqualium Angulorum ſubtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis ſumptus, neque quoduis in præſenti Theoremate Latus, reliqua æqualia oſtendere poteſt. Dico autem, exempli gratia, exiſtente Triangulo æquilàtero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-



† decœtibus.



Triãgula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnũqúe Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia ſunt, vtputà Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim ſunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales ſunt. Cauſa autem eſt quoniam Angulo Angulum ęqualem ſuſcepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem ſanè modo præſens quoque Theorema titubare videbitur, niſi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus ſub vno æqualium Angulorũ ſubtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, Latusqꝫ b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõſtituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ea c, Angulo b a c, ęqualis Angulus b c d, & coincidant b d, c d productæ vſqꝫ ad Signum d. Duo itaqꝫ Triangula ſunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosqúe Angulos duobus Angulis ęquales a b c quidẽ, ipſi c b d (Recti.n. ſunt) b a c autem, ipſi b c d. ſic.n. conſtituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula ſunt, oſtenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. cauſa aũt eſt quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum ęqualiũ Angulorũ ſubtẽdens accepimus, ipſum ſcilicet, qui ad a Signum eſt: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtriſque aut vnum æqualium Angulorum ſubtendere, aut ęquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obſeruantes Triangulũ illud æquale affirmamus, quod neceſſariò maius eſt. quomodo .n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non eſt? conſtituatur .n. ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ipſa datum



c, Angulo a c b,æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior eſt Angulo a c b,quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum eſt. Quoniam igitur duo Triangula ſunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f,b c f alterũ alteri ęquales habentia,vnũq́ue Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipſum ſcilicet b c, Triangula æqualia ſunt. Maius eſt autẽ Triangulum b c d,Triangulo b c f. Maius igitur eſt Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale oſtenſum fuit, propter cuiuslibet Lateris aſſumptionem. Hæc ad præſentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis ſuppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præſens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari ſunt diſtantiam eo modo, quo dicunt ipſum oſtẽdere, hoc inſuper vti (inquit) neceſſe eſt. Ex iam dicta autem diuiſione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter aſſumemus,prætermiſſorumq́ue cauſas dicere poterimus,tãquam mendaces ſuppoſitiones ipſas, vel tanquam ſuperuacaneas redarguentes. & huc vſque finem habere Elemẽtorum inſtitutori primam ſectionem ſtatuemus,quippe qui Triangulorum quidem Conſtitutiones,ac Comparationes iuxta Aequale,& Inęquale fecit.& per Conſtitutionem quidem,ipſorum Eſſentiam tradidit: per Comparationem verò,Identitatem,atque Diuerſitatem. tria.n.ſunt,quę circa exiſtentiam verſantur,Eſſentia,Idem,& Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus ſecundum ſubiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus oſtenditur quòd vnumquodq; ſibi ipſi idem eſt,à ſe ipſoq́ue diſcrepat,propter eam,quæ in ipſo eſt multitudinem: omniaq́ue eadem ſibi inuicem ſunt, & à ſe ipſis diuerſa. etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas,inæqualitasq́ue reperta fuit.

Porphyrius.

Eudemus ĩ Geometricis enarrationib⁹ ad Thaletem hoc Theorema refert

Epilogus primæ ſectiõis primi lib. Elementorum Euclidis.

Documẽtum.

Pulchra conſideratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.

Quod ſit Secundæ primi Elementorum Partis Propoſitum Caput vnicum.

DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemẽtari inſtitutiõe dici poterãt ex iã dictis didicimus. De Quadrilateris aũt Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrãmis nos edocens, ſimul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoꝗ doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppoſitionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quaſdam ſpecies, Trapeziumquè ſimiliter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum eſt, Trapezium verò non eundem, neque ſimilem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipſi eſt ſermo, vnà autem cum his Trapezium quoꝗ contemplatur. ex Parallelogrammorum enim ſectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifeſtum erit. Quoniam autem rurſus fieri non poteſt vt aliquid de Parallelogrãmorum conſtitutione, vel æqualitate dicatur abſꝗ Parallelarum conſideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifeſtum, Parallelogrammum illud eſt, quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus rectis Lineis circunſcribitur) neceſſariò hinc à Parallelis doctrinæ ſumit initium, paululum autem ab his progreſſus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vſus Theoremate inter harum, illorumquè Elementarem inſtitutionem. quippe quod videtur quidẽ Symptoma quoddam, quod Parallelis ineſt contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim eſt quod ait, Rectæ Lineæ, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſę quoque æquales, & Parallelæ ſunt. nam in hoc quidem Theoremate

Continuatio Libri.

Incõ 18. Libri 2.

Inferius i Propõne 35.

Propõ 33.

te quoddam ęqualibus, Parallelisq́ue rectis Lineis Accidens conſideratur : ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex oppoſito iacentia, Parallelaq́ue habet. Quod igitur Parallelarum ſermo neceſſariò præaſſumptus fuit, ex his manifeſtum eſt.

Tria, quæ Parallelis ꝑ ſe inſunt

Tria autem aſſumenda ſunt, quæ Parallelis per ſe inſunt, & ipſas per ſe exprimunt, ipſisq́ue conuertuntur, non ſolùm tria ſimul, ſed vnūquodq; etiam ſeorſum ab alijs ſumptum. Quorum vnū quidem eſt, Recta Linea Parallelas ſecante, Alternos Angulos æquales eſſe : alterum autem, Recta Linea Parallelas ſecāte, internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales : reliquum verò, Recta Linea Parallelas ſecante, externum Angulum interno, ex oppoſitoq́ue iacenti æqualem eſſe. ſufficiens enim eſt quodlibet horum Symptomatū demonſtratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autē cęteri quoq; Mathematici de Lineis diſſerere conſueuerunt, vniuſcuiuſque ſpeciei Symptoma tradentes. Apollonius nanq; in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma ſit oſtendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perſeusq́ue in Spiricis. nam poſt ipſarum ortum quod ipſis per ſe, & ſecundum quod ipſum ineſt, aſſumptū, conſtitutam nobis formam à cunctis alijs diſtinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoq; inſtitutor Parallelarum Symptomata primùm inueſtigat.

Apollonius Nicodemus. Hippias. Perſeus.

SECVNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propô 27 Theor. 18

TEXTVS

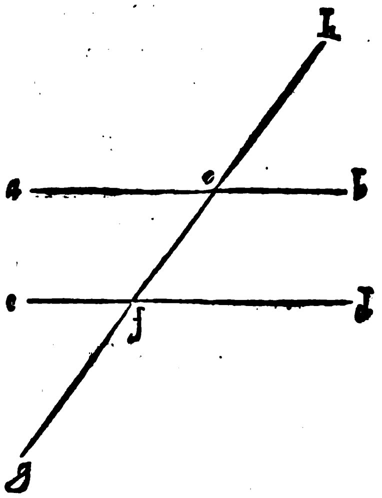
Si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea Alternos Angulos æquos ad inuicem fecerit Parallelæ ipſæ rectæ Lineæ ad inuicem erunt

Cōm. primum.

IN præſenti quidem Theoremate tāquam euidens præaſſumptum non fuit rectas Lineas in vno eſſe Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quę in Plano conſiderantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus exiſtentibus rectę Lineæ Parallelæ eſſent, niſi in eodem quoque eſſent Plano. nihil .n. obſtat in modū literę X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacētibus rectam in ipſas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non ſunt tamen Parallelæ quæ hoc modo ſe habent

rectæ

rectæ Lineæ. Præaſſumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione deſcribimus, in vno eodem'cꝙ Plano excogitamus. Quapropter hac quocꝙ additione in præſentia non indiguit. Sciendũ aũt eſt quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra ſuſcipit, interdum quidem iuxta talem ſitum, interdum verò iuxta talem Rationũ conſequentiam. & iuxta hanc quidem ſignificationẽ in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autẽ alterã, tum in hoc, tum cũctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasqúe incidentem. Angulos enim, qui ad eaſdem partes non fiunt neque deinceps ſibi inuicem iacent, ſed diſtincti quidem ab incidente ſunt, ambo autẽ intra Parallelas exiſtunt, differũt verò eò cꝙ alter quidẽ ſurſum, alter aũt deorſum iacet, Alternos Angulos, ſiue Alterntim Angulos appellat. Dico aũt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d exiſtentibus, incidẽteqúe in ipſas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itẽqúe Angulos c f e, b e f Alternatim, ſiue Alternos eſſe dicit, vtpote Alterno, commutatoúe ordine iuxta poſitionem ſe habentes. Illud aũt ſciendum eſt quòd tali rectarũ Linearum ſitu exiſtente, omnia Symptomata diuiſione ſex fiunt. quorum tria tantùm Geometra ſuſcepit, tria verò omiſit. aut enim ad eaſdẽ partes Angulos ſumemus, aut non ad eaſdem. Et ſi ad eaſdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas oſtendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & ſi non ad eaſdem, rurſus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ ſecantur Lineas accipere neceſſe eſt: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem deſcriptione manifeſtum quod dicitur, & ſint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipſas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad eaſdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipſos b e f, & e f d, vel ipſos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipſos h e b & d f g, vel ipſos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extra, vt ipſos h e b, & e f d, vel ipſos g f d, & f e b, vel ipſos h e a, & e f c, vel ipſos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad eaſdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà pones,



In lib. 2. in cõm. 7.

Notandũ

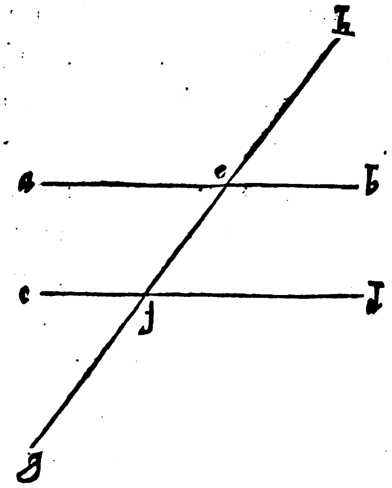
Qui ſint Alterni Anguli.

Documẽtum.

Diuiſio Symptomatũ Parallelarũ Linearũ.

Anguli in Parallelis ſex modis ſumũtur.

nes, vt ipſos a e f, & e f d, vel ipſos c f e, & f e b: aut vtrunq; extrà, vt ipſos a e h, & d f g, vel ipſos h e b & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocque rurſus quadrupliciter. aut enim ipſos a e h, & e f d: aut ipſos h e b, & e f c: aut ipſos g f c, & f e b: aut ipſos g f d, & f e a pones. & præter has alia Sumptio non eſt. Cùm itaque Anguli ſex modis ſumantur, Geometra tres ſolas ſumptiones contexuit. & hæc quidem conſequẽtia Symptomata Parallelas exprimere apta nata ſunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem eſt ex ijs Angulis, qui non ad eaſdẽ ſunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm ſumpti ſunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo ſunt, & ij, quorum vnus quidẽ extrà, alter verò intrà, prætermiſsi ſint: duæ verò, ex ijs, qui ſunt ad eaſdem partes, ex ijs quidẽ, qui ambo intrà ſunt, quos duobus Rectis ęquales eſſe dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem eſt intrà, alter verò extrà, quos æquales eſſe dixit, vna ſanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà ſupponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermiſſas ſuppoſitiones eadem conſequuntur. Sint enim ad eaſdem partes ambo extrà Anguli h e b, d f g, dico ꝙ hi duobus ſunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b: & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis eſt. Si autem Anguli b e f, e f d duobus rectis ęquales ſunt, Anguli etiã d f g, h e b duobus ſunt Rectis æquales. Sint rurſus non ad eaſdẽ partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem ſit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipſi quoque duobus Rectis æquales ſunt. ſi enim Angulus a e h, Angulo b e f æqualis eſt, Anguli autẽ b e f & e f d duobus Rectis ſunt ęquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales ſunt. Sint rurſus non ad eaſdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g, dico quòd hi ſibi inuicem æquales ſunt. ſi enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales ſunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f eſt æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inęqualis non eſt. Si igitur quę in tribus, quas Geometra ſuſcepit ſuppoſitionibus cõſequuntur ſumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera conſequentur. pręter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra ſuſcepit iuxta quidem



duas

duas Sumptiones Anguli ſibi inuicẽ æquales ſupponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales : in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, ſibi inuicem. cùm enim omnes ſumptiones ſex ſint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus eſſe Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non ĩmeritò quæ prætermiſſæ, ijs, quæ memoria dignę factę ſunt ſumptionibus è contrario ſe habent. Videtur autem Geometra haſce ſuppoſitiones elegiſſe, quęcunque vel affirmatione abundãt, vel ſimpliciores ſunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad eaſdem ſunt partes, ſolos internos, quos Alternos nuncupauit : ex ijs verò, qui ad eaſdem partes ſunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepiſſe: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitaſſe. Veruntamen ſiue hæc cauſa, ſiue alia dicenda ſit, ex his manifeſtum eſt quot ſunt ea, quæ ſuppoſitiones ipſas conſequuntur.

Cur tres ſumptiones Angulorũ Euclides p̃termiſerit.

TEXTVS

Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externũ Angulũ interno, & ex oppoſito iacẽti, ad eaſdéq; partes ęqualẽ fecerit, aut internos, & ad eaſdem partes iacentes duobus Rectis ęquales: Parallelę erunt inter ſe ipſę rectę Lineæ.

Propõ 28 Theo. 19.

Cõm. 2.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad eaſdem quidem partes, intra aũt rectas Lineas iacentes ſuſcipiens, Parallelas eſſe inter ſe rectas Lineas oſtendebat : hoc verò reliquas duas Suppoſitiones proponit, quarum vna quidẽ iuxta particulas [extrà] & [intrà] Angulos ſeparat, altera verò ambos intrà ſupponit, eandemq́ue concluſionem oſtẽdit. Videbitur autem fortaſſe Elementorum inſtitutor incõuenienter Theoremata partitus eſſe. nam opus erat aut tres ſuppoſitiones diuiſim capere, triaq́ue Theoremata facere : aut omnes in vno colligere Theoremate, quẽadmodum fecit Hierapolita Aeneas; qui compendium Elementorum ſcripſit : aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuiſionem, & ſeorſum quidem ſuppoſitiones ſuſcipere, in quibus Anguli æquales ſunt, ſeorſum verò illam, in qua duobus ſunt Rectis ęquales. in pręſentia autem in vno quidẽ Theoremate Alternos ęquales ſuppoſuit, in altero verò externum interno, & internos, ad eaſdemq́ue partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiuſce diuiſionis fuit cauſa? An non ad Angulorũ inter ſe, vel ad duos Rectos æqualitatem reſpexit, neque hac ratione

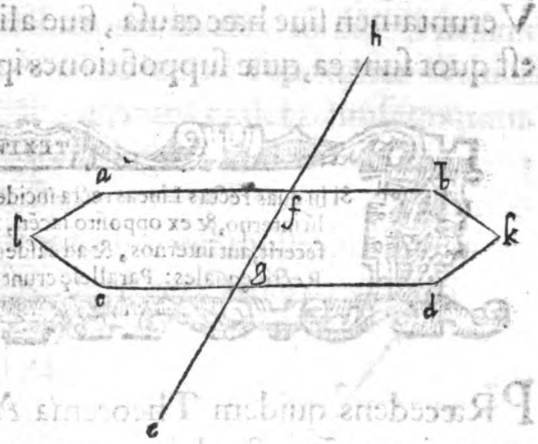
Dubitatio

Hierapolita Aeneas cõpendiũ Elementorũ ſcripſit.

Solutio.

propoſita Theoremata ab inuicem ſeparauit, ſed ad illud, Angulos ad eaſdem, vel non ad eaſdem accipi partes. nam præcedens quidem non ad eaſdem partes Angulos ſuſcipiebat, tales ſiquidẽ Alterni ſunt: hoc verò, ad eaſdem partes, vt etiam ex Propoſitione perſpicuum eſt. Verùm quomodo quidem Elementorum inſtitutor oſtendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, rectæ Lineæ ſunt Parallelæ, patet ex ijs, quæ ſcripta ſunt. Ptolemæus aũt in quibus demonſtrare propoſuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad eaſdem partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema oſtẽdens, internis nẽpe Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, Parallelas eſſe rectas Lineas, hoc modo oſtendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, ſecetque ipſas quędã recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipſæ rectæ Lineę Parallelę ſunt, hoc eſt nunquã coincident. Si enim fieri poteſt coincidant dum producũtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaqȝ recta Linea e f ſtetit ſuper rectam Lineã a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Conſimiliter autem quoniam f g ſuper c d ſtetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales ſunt, quorũ duo b f g, f g d duobus Rectis ſupponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoqȝ duobus Rectis ęquales ſunt. Si ergo rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis exiſtentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipſæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoqȝ a f g, c g f æquales ſunt. aut enim in vtriſque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, ſiquidem tum hi tum illi duobus ſunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod eſt impoſſibile. Fieri igitur non poteſt vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur ſunt.

Ptolemæi Demõſtratio i libro, cui titulus eſt Rectas Lineas ab angulis minoribus, q̃ duo Recti productas coincidere.



TEXTVS

In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter ſe æquales: & externum interno, & ex oppoſito, & ad eaſdem partes iacenti ęqualẽ: & internos, ad eaſdéq; partes iacentes duobus Rectis ęquales efficit.

Propoſitio 29. Theo. 20.

PRæſens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in vtroq; illorum Quæſitum eſt, ſuppoſitionem efficit: Quæ aũt in illis Data ſunt, oſtendere proponit. & hęc etiam Conuerſorum differẽtia ſilẽtio prętereũda nõ eſt, ꝙ omne, quod cõuertitur, aut vnũ vni cõuertitur, vt quĩto ſextũ: aut pluribus vnũ, vt p̃cedentibus quod in pręſentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pòſt nobis manifeſtũ erit. In præſenti autẽ Theoremate primùm Elementorum inſtitutor hac Petitione vſus eſt, quę ait ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, & ad eaſdẽ partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitũ producũtur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata ſunt dicebamus, quòd non ab omnibus hoc conceſſum fuit indemonſtrabiliter euidens eſſe. nam quomodo talę erit cuius Conuerſum veluti demõſtrabile in Theorematibus perſcriptum eſt? Theorema enim illud, quod ait omnis Triãguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis eſſe minores, huic Petitioni Conuerſum eſt. Præterea quoniam annuere rectas Lineas ſemper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non eſt, eò quòd aliæ quoq; repertæ ſunt Lineæ annuentes quidem ſemper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc tanquam Theorema præordinaſſent, quod ab Elementorum inſtitutore vt Petitio aſſumptum eſt, Demonſtratione dignum cenſuere. Videtur autẽ Ptolemæus quoq; ipſum oſtendere in libro, cui titulus eſt, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. oſtenditq́ue ipſum cùm multa præaſſumpſiſſet eorũ, quæ ad hoc vſq; Theorema ab Elementorum inſtitutore iam demonſtrata ſunt. & ſupponatur omnia eſſe vera (ne nos quoque aliam ſuperaddamus confuſionem) hocq́ue veluti Sumptiunculam ex iam dictis oſtendi. Vnũ autẽ hoc quoq; eſt eorum, quæ pręoſtenſa ſunt, quod ait rectas, quę à duobus Angulis ęqualibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuerſum etiam verum eſt, quod ait Parallelis rectis Lineis exiſtentibus ſi

Com. 3.

Quædam Cõuerſorum differentia.

In cõ. 32. Propõnis.

Quĩta Petitio.

In lib. 3. i cap. 1. & i cõm. 3.

In fine ſecũdi lib. et in cõm. 3. libri tertii Digreſſio. Quę Prolemęus dicat in ſuo Libello.

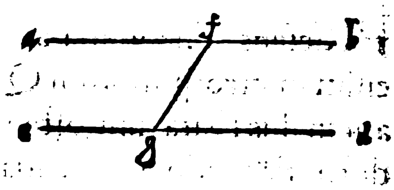
Secũda ps Propõnis 28.

Conuerſa ſecũdę partis 28. Propõnis, & tertia 29. pars.

ab vna recta Linea ſecentur, internos, ad eaſdemquе́ partes Angulos duobus Rectis eſſe æquales. neceſſe eſt enim Parallelas ſecantem aut duobus Rectis ęquales internos ad eaſdemquе́ partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores.

Flagitioſa Ptolemæi rócinatio.

Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatquе́ in ipſas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad eaſdẽ partes Angulos duobus Rectis maiores nõ efficit.



Demõ tertiæ Partis huiꝰ Theorematis ſecundũ Ptolemæum.

ſi enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores ſunt, reliqui b f g, d g f duobus ſunt Rectis minores. ſed duobus etiã Rectis ijdem maiores ſunt. non enim magis Parallelæ ſunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem ſi quæ in ipſas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipſas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipſimet duobus etiam Rectis ſunt minores (quatuor ſiquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales ſunt) quod fieri non poteſt. Similiter planè oſtendemus ꝙ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad eaſdemquе́ partes Angulos. Si autem neque maiores, neq; minores duobus Rectis efficit, reliquum eſt incidentem internos, ad eaſdẽquе́ partes Angulos duobus Rectis æquales efficere.

Demõ quitæ Petitionis ſecũdũ Ptolemęũ

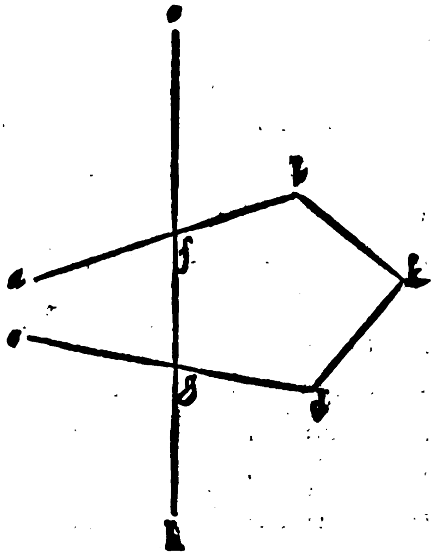
Hoc itaque pręoſtenſo propoſitum procul dubio demonſtratur. dico enim quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, ad eaſdemquе́ partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, ſi producantur ipſæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At ſi non coincidentes ſunt ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus ſunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtraſque partes non coincidẽtes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum eſt, Parallelæ ſunt. Verùm oſtenſum eſt quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad eaſdemquе́ partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores ſunt, quod fieri non poteſt.

Alia quintę Petitionis ſecundum Ptolemęũ accuratior Demõ.

Hæc cùm præoſtendiſſet Ptolemęus, ad Propoſitumquе́ perueniſſet, quoddam accuratius adijcere vult, & oſtendere quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad eaſdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non ſolùm non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum oſtenſum eſt, verum etiam coincidentia ipſarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores

ſunt,

ſunt,non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽsq́ue in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g,& c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a,c coincidẽt, aut ad b,d Signa. Coincidant ad Signa b,d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g,& c g f duobus Rectis ſunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus interno, & ex oppoſito iacenti minor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit,in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne fortè aliqua peruerſa,captioſaq́ue ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea,quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales,aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas,quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur,duos quidem,qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò,qui ad reliquas, duobus Rectis minores,& vnam, eandemq́ue rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non .n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores,vel minores fecit,propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor,qui intra Lineas,quæ ſecantur ſunt Anguli,quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſup-



Aduerſus Ptolemęũ

Primũ fundamentũ.

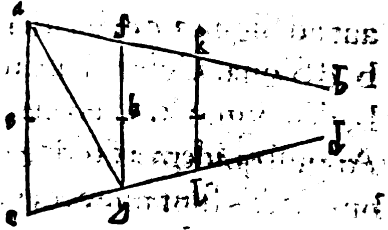
Secũdum fundamẽtum.

poſi-

poſitionum fieri non poteſt. quandoquidem ſiquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eiſdẽ ſuppoſitionibus aſſumptis eadem conſequentur. Aduerſus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus oſtenſionis imbecilitas.

Quorũdã inſtãtia aduerſus quitã Petitionem.

Agè autem illos quoq; inſpiciamus, qui dicunt fieri non poſſe vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepiſſent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipſas rectam Lineam a c, internoſque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri poteſt inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidẽtes oſtendantur. diuidatur enim bifariam ipſa a c in Signo e, & abſcintur ab ipſa quidem a b, æqualis ipſi a e, quæ ſit a f: ab ipſa verò c d, æqualis ipſi e c, ipſa c g. Manifeſtum itaq; eſt quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipſi a c æquales in Triangulo, quod fieri non poteſt. Connectatur rurſus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abſcindãturque æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexã bifariam ſecando, à rectiſque Lineis hiſce dimidijs ęquales Lineas abſcindendo, oſtendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nuſquam coincidunt.



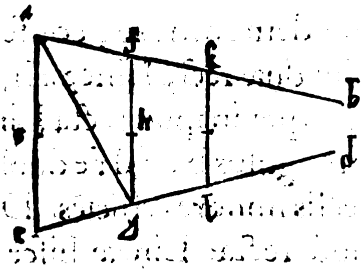
Reſpõſio ad inſtantiam.

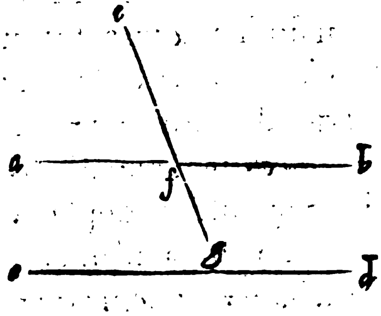
His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis eſt quòd verum quidẽ dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum ſimpliciter hoc modo, verum non eſt, neq; verũ eſt ipſas nullomodo prorſus coincidere. non coincidant enim ipſæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamẽ impediet quin coincidãt in Signis k, l, ſi ẽt ipſę f k, g l ipſis f h, h g ęquales fuerint. coincidẽtibus. n. ipſis a k, c l nõ adhuc ijdẽ manẽt ipſi k f h, l g h Anguli, & quędã ipſius f g rectę Lineę pars extra ipſas a k, c l rectas Lineas relĩquitur. & ſic duæ rurſus ipſæ ſcilicet f k, g l tanta Baſi maiores ſunt, quantã intercipiunt in interiori ipſius f g rectę Lineę parte.

Alia Reſponſio.

Prẽterea aũt illud quoq; dicendũ eſt indeterminate ipſis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̃ duo Recti protrahuntur nõ coincidere, quòd ea quoq; deſtruunt, quæ deſtruere nolunt. Sit enim eadem deſcriptio. Vtrùm igitur poſſibile eſt à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impoſſibile? nam ſi impoſſibile quidem eſt, præter quintam Petitionem primam quoque deſtruunt dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri poſſe vt recta Linea ducatur: ſi verò poſſibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis ſunt minores, manifeſtum eſt quòd Anguli etiã g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores ſunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus ſunt Rectis minores. Fieri ergo non poteſt vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verùm enimuero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui ſunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifeſtum eſt, quamuis de omnibus hoc quęrere ſermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione exiſtente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiuſce Demonſtrationem perſpicere quærit dicatur à nobis quòd opus eſt tale Pronuntiatum præaſſumpſiſſe) quo Ariſtoteles quoque vſus eſt Mundum finitum eſſe oſtendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipſarum, quippe quæ in infinitum productę ſunt diſtantia omnem finitam Magnitudinem excedit. oſtendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferentiã productæ ſunt infinitis exiſtentibus, interuallum quoq; inter ipſas interiacens infinitum erit. finito ſiquidem exiſtente, fieri poteſt vt diſtantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non ſunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem diſtabunt. Hoc ſanè præſuppoſito, dico quòd ſi alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea ſecuerit, reliquam quoq; ſecabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, ſecetque ipſam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipſam quoq; c d ſecabit. cùm enim duæ rectę Lineę ſint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipſæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent diſtantiam. Quapropter hac quoq;, quæ tanta eſt quantũ eſt interuallũ, quod inter Parallelas adia-





Aliquę rectę Lineæ à minoribus q̃ duo Recti productę coicidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc eſt ꝓpria Autoris opinio.

Pronuntiatũ, quo vſ eſt et Ariſtot. 1. de cęlo tex. 35.

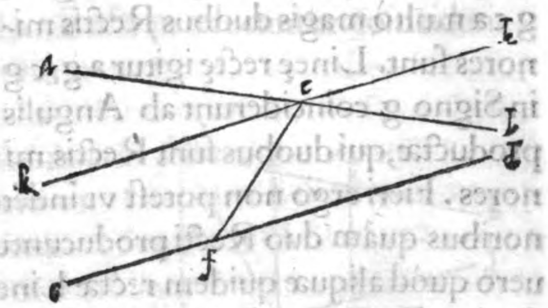
Oſteſio Ariſto.

Sumptio.

Demõ Sũptionis.

cet. Cùm igitur maiorem diſtantiam ab inuicem diſtiterint harum Parallelarum diſtantia, ipſa f g ipſam c d ſecabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea ſecuerit, reliquã quoq; ſecabit. Hoc antè demonſtrato, conſequenter Propoſitum oſtendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, cd, cadatq́ue in ipſas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hiſce in partibus coincidẽt, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores ſint, ſit æqualis exceſſui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internosq́ue Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipſos ſcilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę ſunt. & ſecat ipſam k h, ipſa a b. Secabit igitur & ipſam c d, per ſumptionem, quæ puæoſtenſa eſt. Coincident ergò rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propoſitum oſtenſum eſt.

Quitę Petitiõis pulchra Demõ.



Propõ 30.
Theo. 21.

TEXTVS

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelæ.

Cõm. 4.

COnſueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa reſpectus verſantur oſtendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem reſpectum habent. ſic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, in ſequentibuſq́ue dicet, Quę eidem ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem ſunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonſtrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus reſpectibus hoc verum eſſe. non enim quę eiuſdem dupla, ad inuicem quoq; dupla ſunt: nec quę eiuſdem ſeſquialtera, ad inuicem quoq; ſeſquialtera ſunt; ſed in illis ſolis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę,

Primũ ꝓnuntiatũ. Propõ 21. ſexti Elementorũ. Propõ 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

in

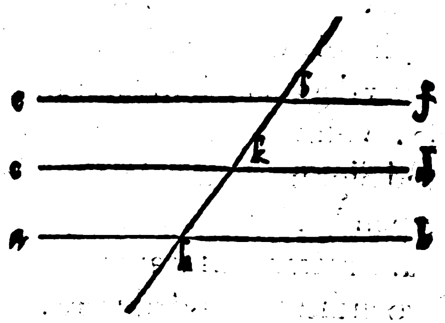
In quibus reſpectib' identitatis cõſequentia verificetur.

tex.gręcus ſic habet † ipſa naq; Parallelitas ſi dici poteſt ſimilitudo.

Finis Documenti.

Caſus huius Problematis.

in ſimilitudine,in identitate,& in Parallela poſitione. quæ enim Parallelę Parallela,& ipſa Parallela eſt.quemadmodum ęquali ęquale, & ipſum eſt æquale: & ſimili, ſimile, ipſum quoq; eſt ſimile. † ipſe nanq; Parallelarum ad ſeſe reſpectus ſimilitudo poſitionis eſt. Dicit igitur, atque oſtendit in præſentia quòd quæ eidem Parallelæ ſunt, omnino ita ſe habent, vt ad inuicem quoq; Parallelæ ſint. Et ipſe quidem eidem Parallelas extremas ſuſcepit, & mediam,ad quam hæ ſimilem habẽt reſpectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifeſtum. Si enim ad alterutras partes inter ſe coincidunt,omnino & cum ea,quæ in medio iacet coincident,& non erunt amplius ad ipſam Parallelę. Fieri autem poteſt vt qui etiam ſitum iã permutauit, idem oſtendat ijſdem vijs, quibus Geometra ad Propoſitum oſtendendum vſus eſt. Exempli gratia qui ad ipſam a b,ipſam c d,& ipſam e f Parallelam accepit, ambabus ſuprà iacentibus, ipſa a b infrà, & non media exiſtente. incidens enim in ipſas recta Linea h k l, vtrunq;, Angulorum h k d,k l f,ipſi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni ſunt. Quamobrem & ſibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineę igitur c d,e f,Parallelæ ſunt. Si quis autem dicat ſint a h,h b,ipſi c d Parallelæ,& inter ſe igitur Parallelę ſunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ ſunt partes, & non ſunt duæ Parallelæ. in infinitum ſiquidẽ produci Parallelæ intelligendæ ſunt, ipſa autem a h producta,in ipſam h b incidit. Eadem ergo cum ipſa eſt,& non alia. Omnes igitur ipſius Parallelæ partes & ipſæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę,tum partibus ipſius Parallelę ſunt. Exẽpli cauſa tum ipſa a h,ipſi k d: tum ipſa h b,ipſi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophiſticas importunitates, iuuenilesq; Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuſcemodi captioſas ratiocinationes inueniens, ſcientibuſque vanam moleſtiam afferens. Non eſt autem opus pręſens Theorema conuertere, atq; oſtendere quòd quæ inter ſe Parallelæ, eidem quoq; ſunt Parallelę. Si enim rurſus alteram alicui Parallelam ſuppoſuerimus,illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela,& Parallelæ eidem erunt, in idemque redibimus.



Dubitatio

Sol.

Notãdũ.

Propō 31.
Prob. 10.

TEXTVS

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Cōm. 5.

Documētum.

Cōmunitates hui⁹, & duodecimi Problematis.

In cō. 22. lib. tertii.

Differētię huius, & duodecimæ Prepoſitionis.

OPortuit non ſolùm Parallelis per ſe accidentia in Elementorum inſtitutoris ſermonibus nos didiciſſe, ſed Ortum quoque ipſarum Geometricis vijs enarraſſe, & cognouiſſe quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. paſſim enim Ortus apertiorẽ nobis reddunt ſubiectorum eſſentiam. Hoc igitur Elementorum inſtitutor per præſens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamqúe Lineã ſuſcepiſſet, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Oportet autẽ nos præaſſumere quòd neceſſarium eſt vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nõ enim quoniam per datum Signum dictum eſt, in ipſa quoqꝫ recta Linea ipſum dabimus. nulla ſiquidem alia præter datam rectam Lineam, erit illa, quæ per ipſum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamqúe Lineam partitus ſit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiẽdum eſt, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifeſtum fecit dicens, ſuper datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non eſt, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidẽ ambobus his Problematibus eſt commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoqꝫ inſtitutor hoc modo ſingulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc verò Parallelam. Verùm illud quidem oſtenſum fuit, hoc verò ex antè demonſtrato manifeſtum eſt. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoqꝫ Parallelę erunt, in dato Signo coincidẽtes, quod fieri minimè poteſt. Opus eſt autem differentias quoqꝫ harum duarum Propoſitionum obſeruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoqꝫ quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium eſt, & propterea ab ipſo fit deductio: quandoque verò in ipſa eſt, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipſum ductio fit. non enim eò quòd ſecet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, ſed eò quòd cum ipſo coincidit, terminatqúe ſuum reſpectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęqúe Lineę diſtantiam. quantum enim datum

Signum à data recta Linea diſtat, tantum etiam Parallela inter ſeipſam, & illam interuallum habet.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacentibus eſt æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt Rectis æquales.

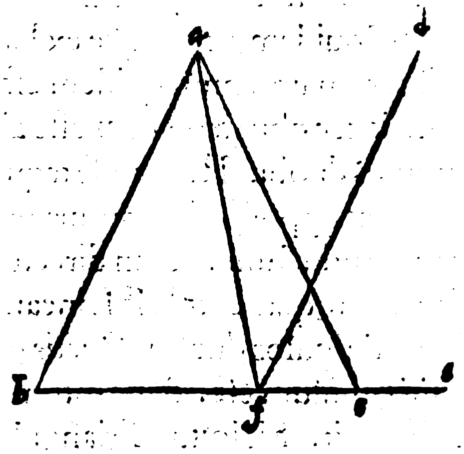
Propó. 32 Theo. 22.

Com. 6.

QVantum deficiebat in ſextodecimo, & ſeptimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non ſolùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt per hoc Theorema addiſcimus, verùm & quantò maior. ambobus ſiquidem æqualis cùm ſit, maior quàm alteruter reliquo eſt. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt ex his cognoſcimus, ſed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriq; attulit. nec propterea ſuperuacua illa eſſe diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonſtrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque oſtendemus. & neceſſarium eſt cognitionem noſtram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehenſionibus ad determinatas, certaſquè orationes tranſire. Veruntamen Elementorũ quidem inſtitutor extrà Parallelam ducendo, vtrunq; eorum, quæ quæruntur oſtendit. fieri autem poteſt vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem oſtendat, ordinem tantùm eorum, quę oſtenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius oſtendit, externum Angulum internis, & ex oppoſito iacẽtibus ęqualem eſſe, ex hoc'q; reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vſq; ad e Signum, & ſumatur Signum in ipſa b c, quod ſit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipſi a b, ipſa f d. Quoniam itaq; f d, ipſi a b Parallela eſt, in ipſaſquè incidit recta Linea a f, & recta Linea b c, Anguli Alterni ęqua

Reſpõdet tacitæ obiectioni.

Caſus huius Theo.



les ſunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipſis f a b, a b f ęqualis eſt. Similiter oſtendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis eſt Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis ęquales, ipſis nẽpe a f b, a f c. Verùm ipſi etiã a c f, a c e duobus Rectis ſunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus ſcilicet internis, & ex oppoſito iacentibus æqualis eſt. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo oſtenditur.

Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referéte Eudemo.

Eudemus autẽ Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiuſce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulũ internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propoſitumq́ue eos hoc modo oſtendere inquit.

Pythagoreorũ Demóſtratio

Sit Triangulum a b c, ducaturq́ue per Signum a ipſi b c Parallela d e. Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ ſunt, Anguli etiam Alterni ſunt æquales. Aequalis igitur eſt Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc eſt Anguli d a b, b a e hoc eſt duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonſtratio eſt.

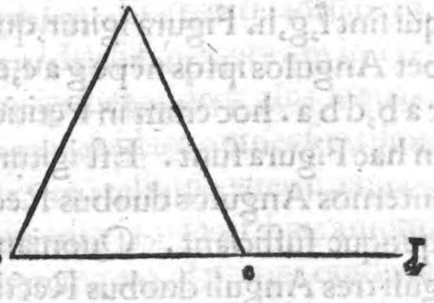
Conuerſa præſentis Theo. & habes hic tertiũ Cóuerſorũ diferẽtię mẽbrũ, qđ ſuperiꝰ i có. tertio ꝓmiſerat.

Operæpretium eſt autem ea etiam, quæ huic Elementorum inſtitutoris Theoremati conuertuntur inſuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæſitum, & iuxta Datum compoſitum ſit. Datum enim duplum eſt. Triangulum ſiquidem, vnumq́ue ex Lateribus productum. & Quæſitum ſimiliter. nam vnum quidem eſt quod externum internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ſuppoſuerimus, vnum Latus productum eſſe, in directumq́ue ipſi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà eſt Lineam iacere oſtendimus:

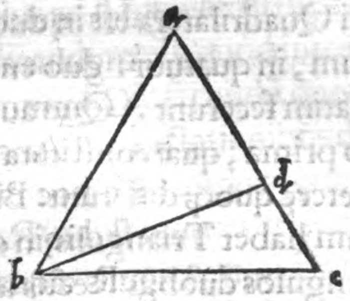
Cóuersũ. primę partis, & eius demó.

Si verò tres internos Angulos duobus Rectis ęquales, oſtendimus quòd data Figura Triangulum eſt. & ſic totum Quæſitum ad totum Datum conuerſum erit. Sit igitur Triangulum a b c, externuſq́ue Angulus a c d

æqua-



æqualis internis, & ex oppoſito iacentibus, dico quòd Latus b c productum eſt vſq; ad d Signum, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis ſit, communis adijciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales ſunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus ſunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales ſunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſq́ue Signum duę rectę Lineę conſequenter non ad eaſdem partes poſitæ eos, qui deinceps ſunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipſæ rectæ Lineæ in directum ſibi inuicē erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directũ eſt. Sit rurſus quædã Figura rectilinea a b c tres habẽs Angulos ſolos duobus Rectis ęquales ipſos ſcilicet a, b, c, dico quòd Triangulum eſt, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriuſq; a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus ſunt Rectis æquales, quorum Anguli ipſius a b c duobus Rectis ſunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales ſunt, & ſunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur eſt d c, ipſi d a. Vna ergo recta Linea eſt Latus a c. Similiter aũt oſtendemus ꝙ Latus etiã a b, & Latus b c vna recta Linea eſt. Triãgulũ ergo eſt Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum eſt. non autem ſi aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino eſt Triangulum. Figuram nanq; ex Circunferentijs conſtructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. ſit enim Quadrangulũ a b c d, & ſuper Latere a b,



Cōuerſũ ſecundæ partis, eiꝰ q́; Demõſtratio.

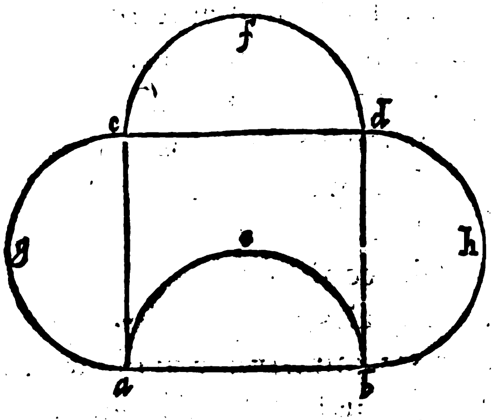


Figura ex Circũferẽtiis cõſtructa, quæ hẽt internos Angulos duobꝰ Rectis æquales. sũt autem & aliç curuilincę Figure, quæ hoc patiuntur.

gulos

Semicirculus a e b intrà deſcribatur: ſuper alijs autē Lateribus extrà, qui ſint f,g,h. Figura igitur, quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipſos nēpe g a e, e b h duobus Rectis ęquales ipſis ſcilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus oſtenſum fuit, & hi ſoli Anguli in hac Figura ſunt. Eſt igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis ęquales habet. Hæc de Conuerſis quoque ſufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales ſunt, via quædam nobis accipienda eſt, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales ſunt. vtputa Quadranguli, Quinquanguli, omniumqúe conſequenter Multilaterorum. Primùm igitur ſciendum eſt quòd omnis rectilinea Figura in Triangula reſoluitur, omnium ſiquidem conſtitutionis principium eſt Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quòd † rectitudo planæ Baſis ex Triangulis conſtituta eſt. Vnaquæqúe autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus reſoluitur. Si Quadrilatera eſt in duo: Si quinq; Laterum, in tria: Si ſex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula compoſita Quadrilatererum ſtatim fecerunt. Quo autem compoſitorum Triangulorum numero prima, quæ conſtituta eſt Figura, à ſuis Lateribus diſcrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ diſſoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere oſtenſum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ compoſita ſunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus ſiquidem Triangulis eſt compoſita: omnis verò quinque Laterum, ſex, hocqúe conſequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præſenti Theoremate de omnibus Multiangulis ſimul, & rectilineis ſumendum eſt. Aliud autem quod eſt huic conſequens ſummatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus ſemel producto Angulos, qui extrà cōſtituūntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos eſſe. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales conſtituti ſunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis ſunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà ſunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, ſi Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipſius Latus ſemel producitur, ſex Rectis æquales Anguli conſtituū-

In lib. 3. in com. 2.

Epilogus.

Digreſſio, ī qua ſunt quatuor pulchecrimę cōſiderationes.

Prima.

Plato ī Timæo.

† recta.

Secunda.

tur interni, atque externi; quorum interni duobus æquales ſunt, reliqui ergo externi quatuor ſunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes ſunt octo, Laterum ſiquidem dupli ſunt, quorum interni quatuor Rectis ſunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales ſunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes ſunt, ſex autē Rectis interni ſunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales ſunt, in infinitumq́ue ſimiliter eadem erit via. Poſt hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: ſcalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illũ ſubtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò neceſſariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis eſſe ęquales. Hæc autem non ab re adnotanda eſſe cenſeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum eſt, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per ſe, & ſecundũ quod ipſum Triangulo ineſt. idcirco & Ariſtoteles in tractationibus de Demonſtratione hoc exemplum habet in promptu, ſecundum quod ipſum conſiderans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam eſſe per ſe, & primùm ineſt, ita † rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis ęquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiuſce Theorematis veritas nobis occurrere. ſi enim rectam Lineam, in eiuſq́ue Extremis quaſdam ad Angulos rectos ſtantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum eſt quod abſtulerunt, neceſſariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla. in Timęo.

Quarta.

Exẽplũ familiariſſimũ Ariſt.

†Triãgulo

Iuxta etiã cões notiones veritas pſentis Theorematis apparet. ſimile dixit in cõm. 22. lib. 3.

TEXTVS

Rectæ Lineę, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoq; ęquales, & Parallelæ ſunt.

Propõ 33 Theo. 23.

PRæſens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrã-

Cõm. 1.

Superius i cap. I.

morumqúe conſiderationis eſſe dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrãmorumqúe Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ ſunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipſas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales ſimiliter, & Parallelæ oſtenduntur. Quapropter quod ſtatim poſt hoc ſequitur veluti conſtituto iam Parallelogrammo, quę per ſe inſunt hiſce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifeſta ſunt.

Diligētia propōnis.

Oportet autem & diligentiam, quæ in Propoſitione hac eſt conſiderare.

Primò.

Primò quidem quòd non ſatis erat eas, quæ coniunguntur æquales eſſe. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales ſunt, niſi Parallelæ etiam eſſent. nam Triangulo æquicrure exiſtente, & Signo in vno æqualium Laterum aſſumpto, per hocqúe Baſi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Baſi, & ipſa Baſis, non tamen æquales quoque ſunt. illæ ſiquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt.

Secundò.

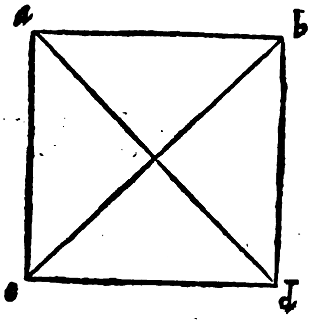
Secundò autem, quòd neq; hoc, nempe Parallelas eſſe ſubiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas exiſtimauit. in iam dicta enim Conſtructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perſpicuum eſt. ducta enim recta Linea, & Baſis Parallelæ ſunt, verùm quæ ipſas coniungunt Parallelæ non ſunt. partes ſiquidem ſunt Laterum æquicruris. Opus eſt igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur poſitione: † ad Parallelarum autē poſitionem, illarum æqualitate.

† ad illarũ aũt Parallelã poſitioné, harũ ęqualitate.

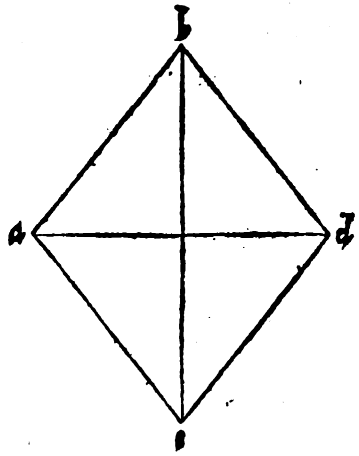
Idcirco Elementorum inſtitutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur aſſumpſit, vt in coniungentibus etiam vtrunque oſtendat tum æquales inter ſe, tum Parallelas eſſe.

Tertiò.

Tertiò verò præter hęc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis ſuppoſitis, non omnino quę ipſas coniungunt, ęquales, & Parallelę ſunt. niſi enim ad eaſdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipſæ ſint fieri non poteſt (ſecantur ſiquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidē fieri poteſt, quandoq; verò minimè. nam ſi quidē Quadrangulum, vel altera parte longius ſumpſeris, vt a b c d, rectasqúe Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem ſunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex oppoſito iacentia Latera coniungunt: Si au-



tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non ſolùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales ſunt. cùm enim a b, ipſi c d æqualis ſit, communis autem a c, Anguluſqúe b a c, Angulo a c d inæqualis, Baſes quoque inæquales ſunt. Non immeritò igitur Elementorum inſtitutor æquum eſſe cenſet vt quæ æquales, Parallelaſqúe coniungunt, ad eaſdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipſis a c, b d ſuppoſitis, ipſas a d, & b c coniungentes accipiamus, ſed ipſas a b, & c d. haſce enim oſtendit quidẽ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam oſtẽdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam oſtendemus. oppoſitum ſiquidem oſtenſum eſt, quòd inęquales ſunt propter internorum, ad eaſdemqúe partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Anguli, inter ſe ſunt æqualia, & Dimetiens ea biſariam ſecat.

Propô.34.
Theo.34.

Com. 8.

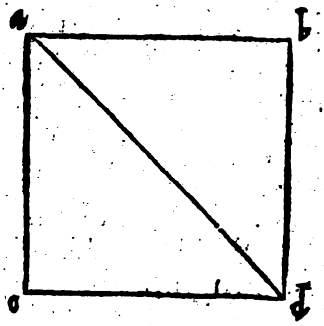
CVm ex præcedenti Theoremate conſtitutum iam Parallelogrãmum accepiſſet, nunc quæ ipſi primò inſunt, quæqúe propriam eius exprimunt conſtitutionem, contemplatur. Hæc autem talia ſunt, Latera, quæ ex oppoſito ſunt æqualia eſſe, & Angulos, qui ex oppoſito ſunt æquos eſſe, & Spatia ipſa biſariam à Dimetiente ſecari. de his enim dictum eſt illud, & Dimetiens ea biſariam ſecat. ita vt Area ipſa ſit totum id, quod biſariam ſecatur, non autem Anguli per quos Dimetiens tranſit. Hęc itaq; tria per ſe Parallelogrãmis inſunt, Laterum, & Angulorum ex oppoſito iacentiũ æqualitas, Spatiorumq; per Dimetientes bipertita ſectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipſorum venatus eſt, à Lateribus ſcilicet, ab Angulis, ab ipſiſqúe Areis. Quatuor autem Parallelogrãmis exiſtentibus, quę in

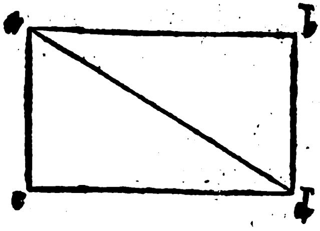
Tres huius Theorematis paſſiones.

Documẽtum.

Differētia, q̄ i diuiſionib' Parallelogrammorū apparet.

Suppoſitionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum eſt, quod ſi quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non ſolùm Spatia Dimetientes ipſorum bifariam ſecare, verùm ipſas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales eſſe, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum eſt: Si verò in ęquilatera, & non æquilatera, reperiemus rurſus in æquilateris quidē non ſolùm Spatia à Dimetientibus bifariam ſecari, ſed Angulos etiam, per quos ipſæ ducuntur: in non ęquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes ſecant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus ſunt æqualia (æquilatera enim ſunt) Anguliq́ue a b d, a c d æquales (ex oppoſito enim iacent) necnon Baſis communis, omnia omnibus ſunt æqualia. Quapropter Anguli etiā b a c, c d b bifariam ſecti ſunt. Rurſus ſit idem vel Altera parte longius, vel Rhōboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariā à Dimetiēte ſecatur, Angulus autem c a d Angulo a d b ęqualis eſt, Angulus etiā b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inęqualia ſunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariā nō ſecatur. Similiter autē neq; Angulus c d b, qui ipſi æqualis eſt.





Cōcluſio.

Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales ſunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus ſecantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidē æquales ſunt eò quòd rectangulum eſt, Anguli autē à Dimentientibus bifariam non ſecantur eò quod non eſt æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuiſio huic quoq; ineſt quatenus Parallelogrammū eſt: in Rhombo autem in æquales quidem Dime-

Dimetientes ſunt quoniam non eſt rectangulum, ab his verò non ſolùm Spatia bifariam ſecantur quoniam eſt Parallelogrãmum, ſed Anguli etiam quoniam æquilaterum eſt: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales ſunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales ſecantur tanquã non ęquilatero, ſola autem Spatia, quæ ſunt ad vtraſq; Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo exiſtente. Hæc quidem dicta ſunt, quippe quæ eam oſtendunt differentiam, quæ in Parallelogrãmorum quatuor exiſtentiũ diuiſionibus reperitur. Illud autem ſilentio prætereundũ non eſt, quod in hoc Theoremate artificioſum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuerſalia ſunt, alia verò non vniuerſalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cùm Quæſitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuerſalem, alteram verò non vniuerſalem. quanuis enim omne Theorema vniuerſale quidẽ eſſe fortaſſe videretur, & omne, quod ab Elementorũ inſtitutore oſtenditur huiuſcemodi eſſe (quemadmodum in præſentia quoq; non ſolùm Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos, æquales habere vniuerſè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam ſecare) attamen alia quidem vniuerſè oſtendi dicimus, alia verò non vniuerſè. aliter enim vniuerſale appellari conſueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma ineſt. vniuerſale ſiquidem eſt & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum eſt: vniuerſale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per ſe ineſt. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo oſtendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque ſignificationẽ alia quidem vniuerſalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuerſalia, præſens Theorema dicimus vnum quidem Quæſitorum vniuerſale habere, alterum verò non vniuerſale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos ęquales habere, vniuerſale eſt, ſolis ſiquidem Parallelogrãmis ineſt: hoc verò, Dimentientem Spatiũ bifariam ſecare, non vniuerſale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inſpicitur. etenim Circulis, & Ellipſibus hoc ineſt. Et videntur primæ quidem rerum huiuſcemodi notiones eſſe magis particulares: progreſſæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuiſſent quòd Dimetiens

Epilogus Documẽti.

Digreſſio Pulcherrima & vniuerſali cõſideratio.

Theorematũ alia vniuerſalia, alia nõ vniuerſalia.

Duplex vniuerſale. idẽ vide apud Ari. in primo Poſteriorũ tex. 11.

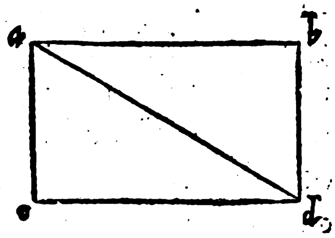
Propria vniuerſalis Significatio.

Vide Ari. primo Poſterio tex. 12. & 13.

bifariam ſecat Ellipſim, Circulum, atq; Parallelogrãmum, cõmune in his poſtea contẽplati fuere. Hallucinatur aũt (inquit Ariſt.) quidã non vniuerſale tanquã vniuerſale oſtendens, eò quòd commune innominatũ eſt, cui primùm Symptoma ineſt. nam quid commune ſit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Sonis, quibus omnibus alterna Ratio ineſt, non eſt dicere. quid præterea cõmune ſit Ellipſi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile eſt exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea eſt, altera autem Circularis, tertia verò miſta. Qua propter vniuerſè eum oſtendere opinamur, qui demonſtrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bifariam ſecat. eò quod commune ſimul non cernimus, propter quod hoc verum eſt. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuſcemodi vniuerſale non eſt, propter iam dictam cauſam: Illud verò eſt, Omne Parallelogrãmũ Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos æqualia habere.

Conuerſũ primæ, & ſecũde paſſionis huius Theorematis.

etenim ſi aliqua Figura ſuppoſita fuerit quæ ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc eſſe oſtendetur. ſit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.



Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia ſunt, & qui ab ipſis comprehenduntur Anguli æquales, Baſiſque communis, omnia quoq; omnibus ęqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis eſt. Parallela ergo eſt ipſa quidẽ a b ipſi c d, ipſa verò a c ipſi b d. Quamobrem Parallelogrammum eſt Figura a b c d.

Finis Digreſſiõis. Documẽtum.

Totidem de his dicta ſufficiant.

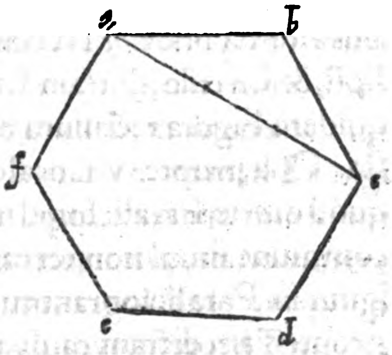
Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Parallelogrãmum.

Videtur autem ipſum quoq; Parallelogrammorũ nomen Elementorum inſtitutor compoſuiſſe, accipiendo occaſionem ex præcedenti Theoremate. Cùm enim oſtendiſſet quòd rectæ Lineæ, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, & Parallelę ſunt, perſpicuum eſt quòd Latera quidem, quę ex oppoſito ſunt tum ea, quæ coniungunt, tũ ea, quæ coniunguntur Parallela eſſe pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Parallelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, quę à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit.

Quid ſit ꝓpriè Parallelogrãmum, & quid ſit Parallelogrammũ apud Euclidem.

Et eſt manifeſtum quòd Elementorum quidem inſtitutor Parallelogrãmum in Quadrilateris poſuit. Animaduerſione autem dignum eſt, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus conſtat Lateribus cùm æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum ſit. habet enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex oppoſito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui ſunt ex oppoſito, ęquales. Exempli cauſa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. ſi enim Sexangulum a b c d e f intelexeris, rectamque Lineam a c coniunxeris, ipſam a f, ipſi c d Parallelam oſtendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus eſt Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quiſque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea eſt Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim eſt poſitum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars eſt. Anguli ergo f a c, a c d Recti ſunt. Quapropter ipſa a f ipſi c d Parallela eſt. Similiter autem reliqua etiam, quę ex oppoſito ſunt Latera, Parallela eſſe oſtendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaqꝫ Parallelogrammum eſt quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quod autem apud Elementorum inſtitutorem Parallelogrãmum quadrilaterum eſt, patet. Fit autem perſpicuũ in illo potiſſimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Baſim, & in eiſdem eſt Parallelis, Trianguli duplum eſſe. hoc enim in ſolis Quadrilateris verum eſt.



† Præter quã quòd ex Sẽtẽtiã Elemẽtorũ ĩſtitutoris omne Parallelogrãmũ manifeſtum Quadrilaterum eſt.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ Super eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ.35. Theo.25.

Com. 9.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuerſalia, alia verò particularia eſſe dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes ſubiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Compoſita, quidque horum vnumquodqꝫ ſit oſtendebamus, ita ſanè iuxta aliam diſtinctionem alia quidem Localia eſſe dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuſcunqꝫ idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineę, vel Superficiei ſitum,

In Superiori cõmẽto, & ĩ cõ. 9. libri 3. Theoremataũ alia Localia, alia nõ Localia.

Quis ſit Locus Geometric⁹. Localium Theorematū diuiſio. Linearum alię Planę, aliæ Solidæ.

Præſens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum eſt. Theorema Locale, & ī Lineis Locale, & Solidum. Qua d' cauſa Theoremata Localia Ideis Chryſipp⁹ aſſimilauerit.

ſitum, qui vnum, idemq́ue Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conſtituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem ſunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum ſimplex eſt in Plano intelligentia, vt ipſius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ ſectione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumq́ue Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quę in Lineis conſtituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò ſolidum. Præſens igitur Theorema & Locale eſt, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus eſt Parallelogrammorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur. quę ſanè ęqualia quoq; inter ſe Elementorum inſtitutor oſtendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale ſit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inſcribuntur, æqualia ſunt. quòd enim Hyperbole ſolida ſit Linea, patet. Coni ſiquidem Linea eſt. Huiuſcemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryſippus aſſimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenſio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, ſi infinita ſuper eadem Baſi Parallelogramma intelligantur, omnia ſibi inuicem æqualia oſtendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum inſtitutor præſens adſcripſit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuiſiones Theoremata varietate diſtinguat, iurè neque huiuſcemodi ipſorum ideam prætermiſiſſe. Veruntamen cùm in præſentia quidem de Rectilineis ſermo ſit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumq́ue Symptomatibus contemplari poſſunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs conſtituuntur Localium ſimul, & Planorum Theorematum docebit. tale ſiquidem in illis eſt quod ait, Qui in eodem Segmento ſunt Anguli, inter ſe ſunt ęquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti ſunt. nam ſi infiniti quidem Anguli in Circunferentia conſtituti fuerint eadem exiſtente Baſi, omnes oſtenduntur eſſe æquales. Si verò quod à Baſi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes eſſe oſtenduntur. & illa quidem proportione reſpōdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ ſuper eadem Baſi, & in eiſdem ſunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis eſt, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

Cauſa qua Euclides ī hoc libro Theoremata localia Plana ī rectis Lineis tātùm tradat, in tertio aūt ea etiam q̄ ī Circūferētiis cōſtituūt, & habes hic diuiſioné localiū ī Lineis Planorū Theorematum, q̄ alia in rectis, alia in Circunferentiis.

patur. Fortaſſe autē omnino admiratione dignum videbitur ĳs, qui huiuſce contemplationis ſunt rudes, ſi Parallelogrāma Super eadem Baſi, in eiſdemqúe Parallelis conſtituta, ſibi inuicem æqualia ſunt. quomodo enim hoc fieri poteſt, quippe cùm Spatiorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur longitudo in infinitum creſcat? quantùm nanque Parallelas producimus, tantûm Parallelogrammorum quoque Longitudines augere poſſumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forſan aliquis quærat. nam ſi Latitudo quidem eſt eadem, Baſis ſiquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Eſt igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis ſequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis diſciplinis appellātur. executi ſunt enim Mathematici quoque in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum eſſe, quæ huiuſcemodi ſunt. Stupet itaque vulgus ſtatim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non deſtruit, eadem exiſtente Baſi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, ſi Longitudo, Latitudoqúe eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus eſt, vt æqualitatem ſeruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, ſitque hoc fortaſſe rectangulum, & in Baſi b d alterum cōſtituatur, ſitqúe illud b e f d. Quòd itaque aucta ſit Longitudo, conſtat. maius enim eſt Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum eſt, rectus ſit. verùm hoc neceſſariò factum eſt, inæquales ſiquidem facti ſunt Anguli ipſius b e f d Parallelogrammi, & alĳ quidē Acuti, alĳ verò Obtuſi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiũqúe contrahit. Sumatur enim verbi cauſa ipſi a b, æqualis b g, Parallelaqúe per Signum g, ipſi b d ducatur, quæ ſit g h. Eſt igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoqúe eadem,

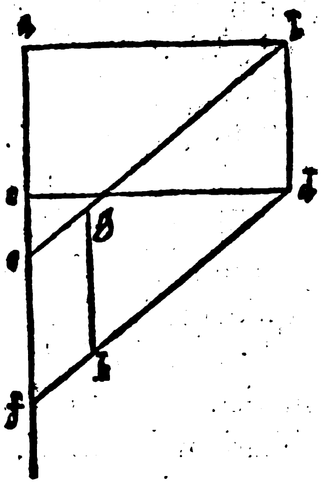
Dubitatio rudium.

Præſens Theorema è è numero admirabilium ĩ Mathematicis Theorematum.

Quid ſit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicōs.

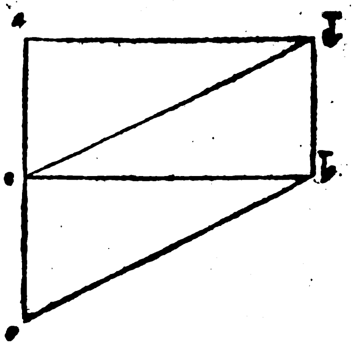
Reſpōſio ad dubitationē rudium.

Dēmōſtrat quòd Longitudinis accretione opus ē ad Spatiorū æqualitatē ſeruandā.



Spatiũ

Spatium tamen Spatio minus . ipſo nanq́ue b c f d minus eſt . Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abſtulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem ſeruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipſe Parallelarum Linearum Locus eſt. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis exiſtentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius eſſe oſtenditur: æquilateris verò ambobus exiſtentibus, & ęqualem habentibus Ambitum, quod eſt rectangulum maius eſſe oſtenditur eo, quod rectangulũ non eſt. Angulorum nanq́ue rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde ſanè Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalẽ Ambitum habent maius eſſe videtur: Rhomboides verò, cunctis minus. At hæc quidem aliàs oſtendemus. magis enim Suppoſitionibus ſecundi Libri conueniunt. Quò ad præſens autem Theorema ſciendũ eſt quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præſentia ſiquidem de Areis ſermo eſt: & quòd nunc primùm in huiuſce Teorematis Demonſtratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifeſtum etiam fit, quòd non ab re in Suppoſitionibus hoc quoq; quid nam ſit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quod enim quę ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque inſtitutor cùm difficiliorem Caſum elegiſſet, Propoſitum demonſtrauit. Siquis autem dicat, ſint Parallelogramma a c b d, & b d c e ſuper eadem Baſi d b, ita vt Latus c d ſit Dimetiens Parallelogrammi, a b, oſtendemus quòd ex † hoc Loco æqualia ſunt. Triangulum enim b c d, vtriuſque dimidium eſt. quoniam ipſius quidem a b, Dimetiens eſt Latus c d: ipſius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam ſecant. Parallelogrãmum ergo a b æquale eſt Parallelogrãmo d e. Rurſus ſiquis ſupponat Latus a c ipſius a b Parallelogrammi ſecari à Latere d c, ſicq́ue iacere Parallelogramma quemadmodum ipſa a d b e, b d c f, oſtendemus quòd hæc etiam ęqualia ſunt.



Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallelogrãmorum ęqualiũ, eſt loc⁹ ipſe] Parallelarũ Linearum. Pulchrũ.

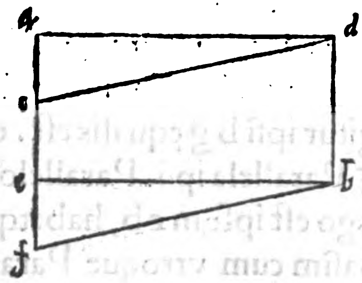
Iſoperimetrorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ ẽ, Rhomboides verò minimũ.

Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3 habes q̃ Procli itẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ iſtitutionẽ exponere.

Documẽtum Trapeziũ quid.

Reliq; duo huius Theorematis Caſus.

† ex hoc loco. id eſt rõne loci.



cùm enim Latus a e Lateri c f æquale ſit, vtrunq; enim cùm ex oppoſito iaceat, æquale eſt Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis eſt igitur a c, ipſi e f. Verùm a d etiã ęqualis eſt ipſi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim eſt a d, ipſi e b. & Baſis igitur c d, Baſi f b æqualis eſt, totũqúe a d c Triangulũ toti e b f Triangulo eſt ęquale. Cõmune adiĳciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f inęquale non eſt. Et vides quòd iſti tres ſoli ſunt Caſus. Latus enim d c aut ſecat Latus e b, vt Elementorum inſtitutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima deſcriptione: aut ſecat Latus a e, vt in præſentia ſuppoſuimus. & iuxta omnes Caſus Theorema verũ eſſe oſtenſum eſt, † niſi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm ſit, & alia quidem neutrũ oppoſitorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezĳs, quæ apud Geometram ſunt, in præſentiqúe deſcriptione altera eſt Species. ipſa enim c e, ipſi d b eſt Parallela.

Cauſa cur tres ſoli ſunt Caſus huiꝰ Theorematis.

† . Rurſus quòd Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noĩe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide ét cõ. 18. lib. ſecũdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ ſunt ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 36 Theo. 26.

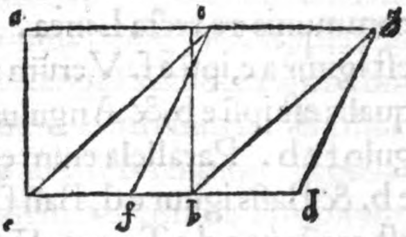
Com. 10.

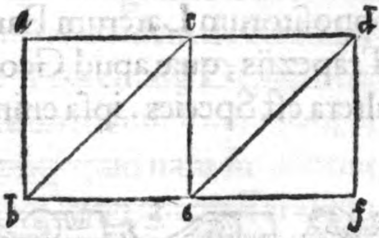
Præcedens quidem Theorema eaſdem Baſes accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus eſt Parallelogrãma in eiſdẽ ſupponere Parallelis. Oportet igitur ipſa neque intra ſubiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eiſdem dicuntur eſſe Parallelis, cùm Baſes ipſorum, & quæ his ex oppoſito iacent Latera eiſdem Parallelis coaptantur. Ceterùm Elementorum quidem inſtitutor cùm Baſes omnino ſeparatas ſuſcepiſſet, Theorema oſtendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipſas ſuppoſitas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. ſint enim a b, c d Parallelogramma, ſuper ęqualibus Baſibus e b, f d communem partem habentibus, & in eiſdem Parallelis, dico quod æqualia ſunt. Connectantur e c, b g rectæ Lineę.

Cómunitas, & differẽtia pręſentis, & pręcedẽtis Theore.

Qũo Parallogrã ma ĩ eiſdẽ dicãt eſſe Parallelis.

Reliq. duo Caſus huiꝰ Theore.





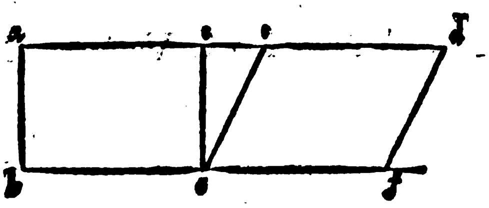
neæ. Quoniam igitur ipſa e f, æqualis eſt ipſi b d, etenim Baſis e b Baſi f d æqualis erat, ſed Latus c f Lateri d g eſt æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipſi b g ęqualis eſt. eſt autem & Parallela ipſi. Parallelogrammũ ergo eſt ipſum c b, habetq́ue eandẽ Baſim cum vtroque Parallelogrãmorum a b, c d, & in eiſdem eſt Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d eſt ęquale. Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à ſe inuicem ſeparatas Parallelogrãmorum Baſes ſupponat, verùm quod ſolùm reliquum eſt ſe inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, e d, dicemus quòd Baſis b e, Baſi e f, & Lateri c d eſt æqualis. Quamobrem & rectalinea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela eſt. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipſæ, Parallelę'q; ſunt. Parallelogrãmum igitur eſt ipſum b d, & eſt ſuper eiſdem Baſibus, & in eiſdem Parallalelis cum ipſis c b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergo ſunt c b, d e Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Conſtructiones diuiſimus cùm diceba mus Baſes aut communem habere partem, † aut tangere tantùm ſe inuicem, aut à ſe inuicem diſtare. Fieri autem poteſt vt quanuis ſe ſe tangant quemadmodum ipſę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus c e ſupponatur, vel c e Latus congruens ipſi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e ſecans Latus a c, vel Latere a c producto vſque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus ſecans Latus a h, vel a h Latere producto vſque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f ſecans Latus a h * vel congruens *

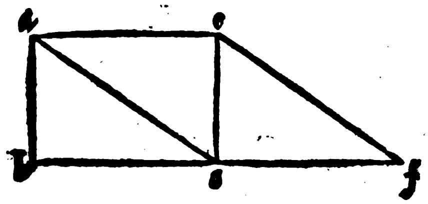
Diuiſio triũ huius Theo. Caſuũ, & primò vltimi.

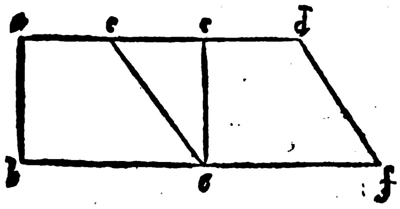
† aut à ſe iuicẽ ſeparatas eſſe, aut tãgere tm̃ ſe inuicem.

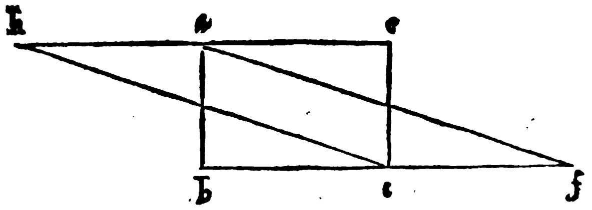
* * *

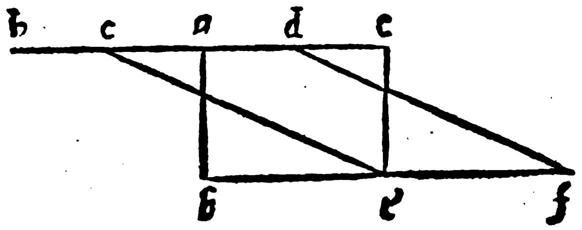
Fran-

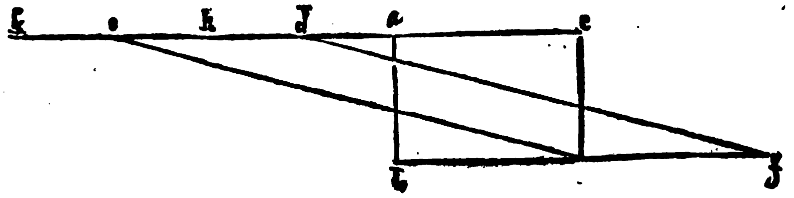

a
e
e
d
b
c
f


a
e
b
c
f


a
e
c
d
b
c
f


h
a
e
b
c
f


h
c
a
d
e
b
c
f


g
e
h
d
a
e
b
f

FRANCISCVS BAROCIVS

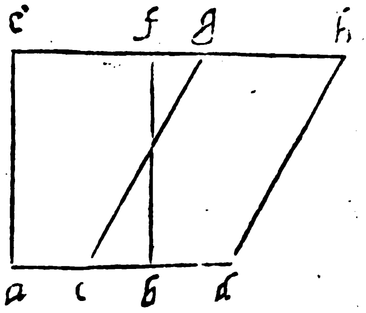
AD

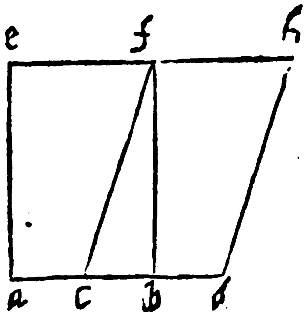
LECTOREM.

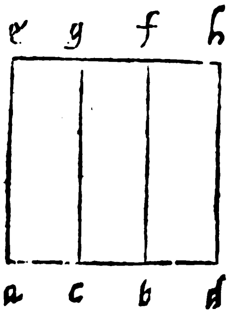
Scholii

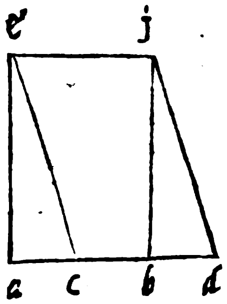
HIC tibi animaduertendum eſt candide Lector, quòd præſens decimum Procli commentarium imperfectùm à nobis repertum eſt in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vſque tempus ad manus noſtras peruenere. ideo quale ſe ſe offert, tale in ordine ſuo imprimendum eſſe cenſui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoſcas, nonnulla ſunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur ſi integrum eſſet, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noſter primùm communitatem, atque differentiam præſentis, & præcedentis Theorematis tradidiſſet, docuiſſetqúe obiter quomodo Parallelogramma in eiſdem dicantur eſſe Parallelis, more ſuo ad exponendos Conſtructionis Caſus ſe ſe accinxit. Caſus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuerſum, & iuxta primam animi notionem ſe ſe nobis offerunt, è quorum numero vnus quidẽ eſt ille, quem Euclides in ſua Conſtructione ſuſcepit: relliqui verò duo ſunt ij, quos Proclus declarare ſibi propoſuit. quos ſanè cùm declarauerit, & oſtenderit quòd Theorema vniuerſè in his tribus Caſibus veritatem naneiſcitur, ſtatim quod erat conſequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Caſuum Diuiſionem vnà cum Theorematis in omnibus Caſuum partibus Demonſtratione. Verùm Diuiſio quidem talis eſt. Quum Parallelogrammorum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis exiſtentium tres ſint Conſtructionis Caſus, & Baſes ipſorum aut omnino à ſe ſe diſiunctæ ſint, vt Elementorum inſtitutor ſuppoſuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in ſecunda ſua deſcriptione: aut quandam habeant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Caſuum ſeptem habet partes.

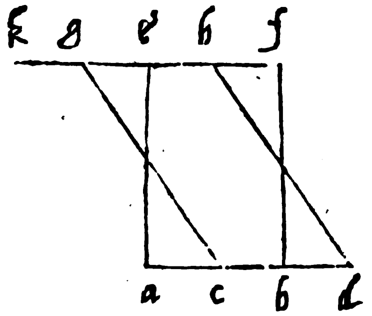
Diuiſio Caſuum.

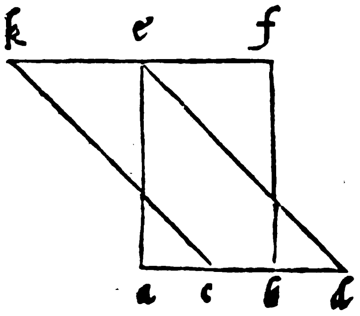


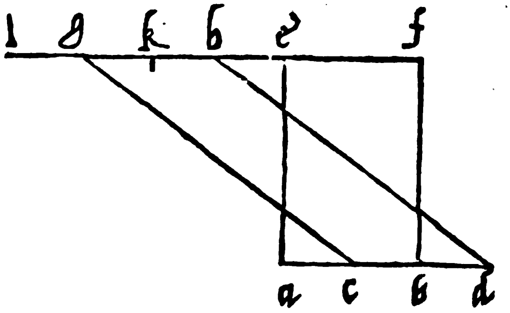








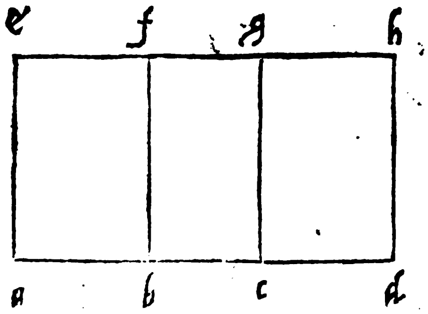


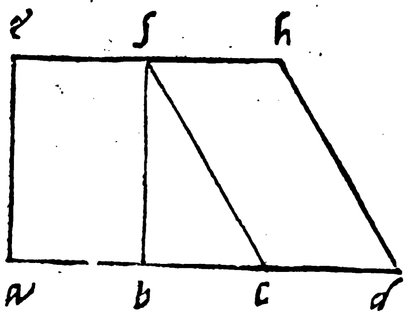


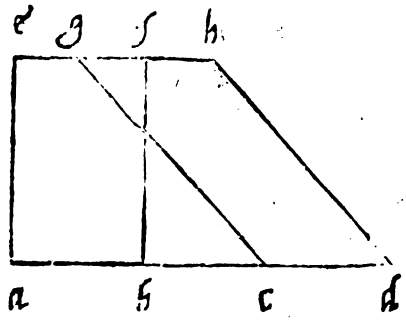
nam ſi quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipſę a b c d Latera ſanè hiſce Baſibus oppoſita, quę ſint e f, g h, aut ita à ſeſe diſtant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipſum ſcilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta ſunt, vt ipſa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipſam g f: aut ſibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & poſita Linea k e æquali ipſi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipſam e h, & cum Linea k e, vtpote ipſam g e:

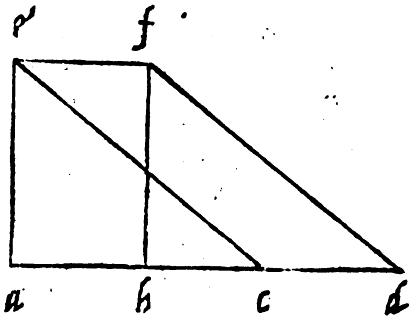
aut

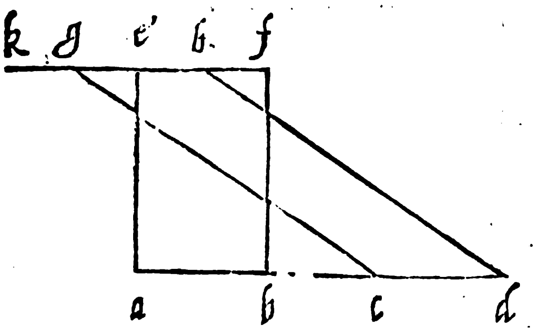
aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitque Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipſã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.

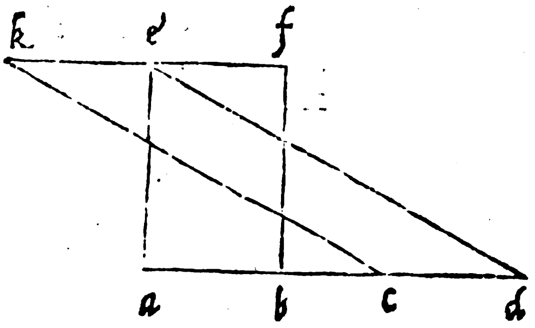


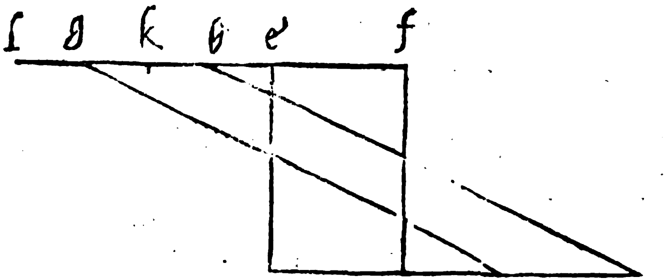












Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interualteruallo f g: aut in vno duntaxat Signo ſeſe tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tuñc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipſam g f: aut Latus g h cadit ſuper Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & poſita æquali k e Linea ipſi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipſa ſcilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipſa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ ſunt cum Signis k e, tangitq; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & poſita æquali Linea l k ipſi k e, Latus g h communem ſortitur partem ipſam quidem k h cum Linea k e, ipſam verò g k cum Linea l k, tuncqúe Latus g h à Latere e f interuallo h e diſtat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum eſt, Septem iterum modis Caſus ipſe varietatem ſuſcipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipſum videre potes, in fine enim Diuiſionis huius Caſus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem eſt Diuiſio Caſuum, quam aggreſſus eſt Proclus noſter in pręſenti commentario, in quo non extat niſi Caſus illius Diuiſio, qui Baſes æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas ſupponit: reliquorum autem duorum Caſuũ diuiſiones cum Demonſtrationibus Theorematis in Singulis Caſibus deſiderantur, forſan cum quadam etiam pulchra conſideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos eſt. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiqúe Theoremate colligi poſſunt, quæ ad vniuerſam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuiſione quidẽ hęc ſufficiãt. Demõſtrationes autẽ pręſentis Theorematis iuxta ſingulas Caſuũ partes tũ quia faciles ſunt, tũ breuitatis cauſa in pręſentia ſilentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs noſtris diffuſius, & ſingillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod ſi aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum ſequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum eſt, te participem facere polliceor.

Quę deſit i 11. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ.37. Theo.27.

Initium huius Commentarii Deſideratur.

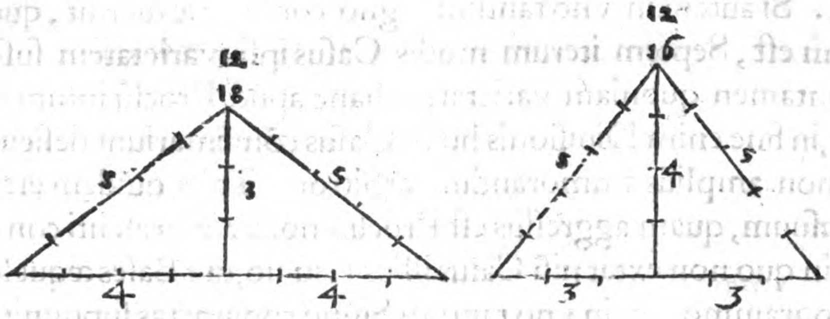
* * *

Com. 11.

Chorographorũ hallucinatio.

Idẽ in lib. tertio in com. 8.

* affirmant. æqualibus nanque illis exiſtentibus, Spatia inęqualia: & inęqualibus, ęqualia oſtenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpeſsi ſunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olĩ verò quidam poſſeſsionum participes in diuiſione eos, qui vnà cũ ipſis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus exceſſu abuſi ſunt, plura'q; ſumpſerunt cùm peragrãtes eam ſuſcepiſſent poſſeſsionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutaſſent, optimi exiſtimati fuere,



duobus enim ęquicruribus Triãgulis propoſitis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Baſim verò ſex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Baſim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò ſedecim earundem menſurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia ſunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; ſiquidem duodecim eſt. ſi enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Baſes diuides, efficieſq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Baſis dimidium: ipſam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hìc verò trium. oportet ſiquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Baſis dimidio fit eſſe æquale. Verùm ſi hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & ſi hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Baſis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio eſt æquale habebis, hoc autem iuxta vtrunq; idem eſt ſiue Ternario Quaternarium, ſiue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta ſunt ad oſtendendum quòd Spatiorum æqualitas non omni-

† æquale Triangulo Spatiũ habebis.

omnino ex Ambitibus accipienda eſt. ne admiremur ſi cũ Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, iuxta reliqua Latera intra eaſdem Parallelas in infinitum augeri poſsint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eiſdem Parallelis dicenda ſunt, quæcunque ſuper altera Parallelarum Baſes cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea eſt, & Baſibus Parallela ſuper eadẽ recta Linea iacentibus.

Qũo Triãgula ĩ eiſdẽ Parallelis eſſe dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ ſunt ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propō. 38 Theo. 28.

Com. 12.

PRæſens quoque Theorema locale quidem eſt, quippe quod Parallelogrammis proportione reſpondet, & Triangulorum ſitũ ſuper æqualibus Baſibus ſupponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis oſtenſa ſunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem exiſtente Baſi, alia verò Baſibus ęqualibus exiſtentibus, vnam Demonſtrationem in ſexto libro per primum Theorema tradere, latereqúe vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc oſtẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habere inter ſe rationem, quam habẽt Baſes, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuerſè ex ipſa Proportione demonſtrat. eadem nancꝫ Altitudo nil aliud eſt niſi in eiſdem eſſe Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eiſdem ſunt Parallelis, ſub eadem Altitudine ſunt, & contrà. Altitudo ſiquidem eſt Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam ſe extendit. Illic itacꝫ per Proportionem oſtenſum eſt quòd ita ſe ſe habent Triangula, & Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudine, hoc eſt quæ in eiſdem ſita ſunt Parallelis, vt Baſes, & æqualibus exiſtentibus Baſibus, æqualia ſunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter ſe rationem. In præſentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipſa docuit, contentus eſt æqualitate ſola, atcꝫ identitate. ex æqualitate enim identitas Baſium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non ſolùm quia vna Demonſtratione oſtendit quæcuncꝫ in hiſce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vticꝫ rationum, quanuis inæquales

Quid ſit Altitudo Figurarũ.

† oĩno q̃d vel ꝑfectũ q̃d.

Caſus hui' Theore.

Baſes fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Caſus, quodqúe fieri poteſt vt Triangulorum Baſes aut eandem partem habentes ſumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum ſe ſe contigentes: aut etiam omnino ſeparatæ ita vt inter ipſas Linea ſit, manifeſtum eſt ĳs etiam, qui paululum intelligere poſſunt. & quòd iuxta omnes Caſus vtcunq; Baſes ſitas habeant, aut Vertices, eadem via eſt. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumqúe æqualitatem oſtendere.

Propô. 39 Theo. 29.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 13.

Cauſa propter quam Conuerſę 35. & 36. Propônis tú ab Euclide, tú à Proclo p̃termiſſæ ſint.

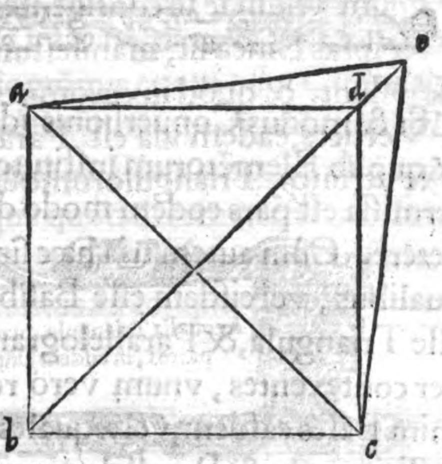
Geometrica diligẽtia.

QVando quidem ęqualitatã oſtendere nobis propoſitum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis ſuſcipientes, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus iacentibus Baſibus. Nunc autem conuertentes, quę quidem in Parallelogrammis Conuerſa ſunt prętermiſimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Cauſa verò, quoniã modus quidem Demõſtrationis idem eſt in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impoſſibile, ſimilemqúe Conſtructionem. cõtenti autem ſumus cùm in ſimplicioribus, Triangulis inquam, viam oſtenderimus, relinquere ĳs, qui magis curioſi ſunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam eſſe viam facile eſt ſimul agnoſcere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma ſuper eadem Baſi, aut etiam ſuper æqualibus, dicemus quòd in eiſdem quoque ſunt Parallelis. Si enim non ſunt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ĳs, quę in altero ſunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo ſunt Parallelas, oſtendemus quæ in Triangulis etiam oſtenduntur. quòd vtique Totũ ſuæ parti erit æquale. hoc verò fieri non poteſt. Quòd autem iurè Elementorum inſtitutor particulam illam addidit [& ad eaſdem partes] manifeſtum eſt. nam fieri poteſt vt ſuper eadem Baſi ęqualia Triangula ſummantur, vnum quidem ad haſce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eiſdem hæc ſunt Parallelis, neque enim ſub eadem Altitudine ſunt. Hanc igitur propterea adiecit

cit

Reliquus abſurdæ ſuppoſitionis Caſus.

cit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipſa duci poſſit iuxta abſurdam ſuppoſitionem, aut intrà, aut extrà, ipſe quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem oſtendemus. Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia ſuper vna Baſi, ad eaſdemquè partes, dico quòd in eiſdẽ ſunt Parallelis, & quę ad vertices ipſorum connexa eſt recta Linea, Baſi eſt Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autẽ hęc Parallela non eſt, ſit quę extra hanc iacet, ipſa nempe a e, & producatur ipſa b d vſque ad e Signum, & connectatur ipſa e c. Aequale ẽ igitur Triãgulũ a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale eſt Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c eſt æquale, parti Totum. At hoc fieri non poteſt. non igitur extra ipſam a d, Parallela cadet. Oſtenſum eſt autem quòd neque intra, apud Elementorum inſtitutorem. Ipſa ergo a d ipſi b c Parallela eſt. In eiſdem igitur ſunt Parallelis æqualia Triangula, quæquè ad eaſdem partes, & ſuper eadem Baſi ſunt. Demonſtrata eſt itaque reliqua etiam Deductionis ad impoſſibile pars. Adnotatu autem dignum eſt quòd Triplex cùm ſit Theorematum Conuerſio (aut enim totum ad totũ conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt ſextum, & quintum: aut pars ad partẽ, vt octauũ, & quartũ. non enim totũ in altero Datũ, Quęſitũ in altero eſt: nec Quęſitũ, Datũ, ſed pars) videntur talia eſſe hęc quoq; Theoremata in Triangulis. erat ſiquidem Quæſitum in præcedentibus, Triangula ęqualia eſſe, hoc autem non ſolum in his Datum eſt, quippe cùm partem inſuper ſumpſerit eius, quæ in illis erat ſuppoſitionis. hoc enim, ſuper eadem eſſe Baſi, vel ſuper æqualibus, cùm in his, tum in illis datum eſt, præterquam quòd in hiſce ſuppoſitionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæſitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad eaſdem partes] extrinſecus inſuper fuit aſſumpta.



Notandũ.

Triplex Cõuerſionũ differẽtia.

Propō.40
Theo.30.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ ſuper æqualibus ſunt Baſibus, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 14.

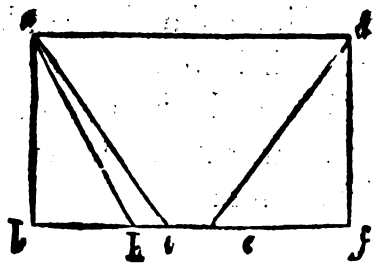
Tres paſſiones, ex quib' decẽ fiũt Localia Theo.

Causá vide i ſuperiori cõ.

Qua dꝫ cauſa reliqua quatuor omiſerit Euclides Theoremata.

Demõſtratio reliquorũ duorũ.

ESt & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſsibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemqúe Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtiq; vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed totum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemqúe Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper ęqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſe ſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &



ſit

ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturqúe ipſa a h. Quoniam itaqꝫ Triangula a b h, d e f ſuper ęqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, in eiſdemqúe Parallelis, ęqualia vtiqꝫ ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, a b h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autē demonſtrandi modus in Parallelogrãmis etiam erit. Cùm itaqꝫ & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idē, quòd ſcilicet totū ſuę parti eſt ęquale, non ĩmeritò ab Elementorū inſtitutore prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæqúe ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur.

Epilogus.

TEXTVS

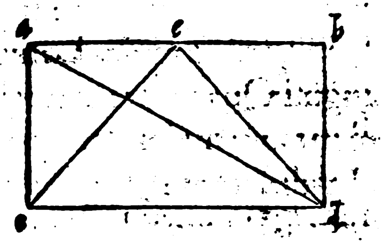
Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli.

Propō. 41
Theo. 31.

EST quidem præſens quoqꝫ Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemqúe Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeãt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemqúe Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat, eadem Baſi, eademqúe Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrãmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idē demonſtrabimus. duo ſiquidē ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrãmum Verticē habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrãmū a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturqúe a d recta Linea. Quoniam itaqꝫ

Com. 15.

Caſus huius Theorematis.



Parallelogrammũ Trianguli a c d eſt duplum, Triangulũ autem a d c ęquale eſt e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipſius e c d Triãguli duplum eſt. Quod igitur eadem exiſtente Baſi duplum eſſe Trianguli Parallelogrãmum oſtenditur, perſpicuum eſt. Si autem Baſes æquales fuerint, eodem modo oſtendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus exiſtentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum eſt, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia ſunt propter Baſium æqualitatem, Altitudinisque identitatem. Iure igitur hæc quoq; Geometres omiſit, eadem enim eſt Demonſtratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut ſeparatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem ſuſcipiant, vna eſt iuxta omnes Caſus Demõſtratio. Atqui Conuerſa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonſtrabimus. quorum vnum quidem eſt, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemque Baſim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad eaſdem partes, in eiſdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum ſuæ parti erit æquale, eademque ratio vigebit. neceſſe eſt enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem ſe ſe modo habuerit idem ſequitur impoſsibile, ducta Parallela ipſi Baſi per Trianguli Verticem. Alterum verò eſt, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eiſdemq; ambo fuerint Parallelis, ſuper vna Baſi, aut ſuper æqualibus erunt. ſi enim ſuper inæqualibus, cùm æquales ſumpſerimus, vniuerſum Totũ ſuæ parti æquale oſtendemus. In hoc igitur cõmune impoſsibile omnia hęc Theoremata deſinunt. Quare Elementorũ inſtitutor nobis reliquit eam, quæ in his eſt varietatẽ inueſtigare, cùm in ſimplicioribus ipſe, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata ſunt, age exercitationis cauſa nos Parallelogrãmũ non accipiendo ſed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera ſunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Baſim dum in eiſdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perſpicuum eſt. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum eſſet, cũ Quadrilaterum porrò ſit. Dico autem quòd aut duplo maius eſt, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela ſint, omninò vnum quidem eſt maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus exiſten-

Demõſtratio i Baſibꝰ ęqualibus.

† Parallelogrãmorum.

Cur Theoremata in ęqualibus Baſibꝰ Euclides prætermiſerit.

Conuerſa huiꝰ The. & nota cõuerſionis modum.

† Si autẽ.

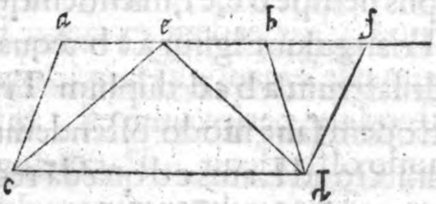
Nota ꝙ ex tribꝰ q̃ i hoc etiam Theo. sũt paſsionibꝰ quiq; fieri poſſunt Theo. quorũ vnũ tm̃ poſuit Euclides, reliqua aut ꝑtermiſit, q̃ addidit Proclus, vna cũ obtinẽtię caſu.

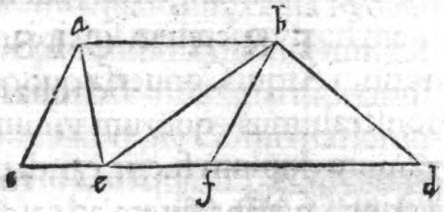
† ſtiterit.

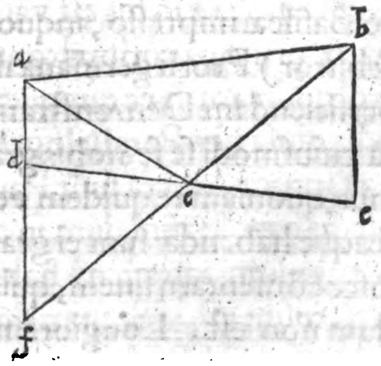
Digreſsio

Hic elicit quoddam aliud huiꝰ Theo. cõuerſũ, iuxta alium Cõuerſionis modũ.

existentibus, quæ etiam ipſa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Baſem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, ſitq́ue minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Baſim cum Quadrilatero, ipſam nempe c d, ducaturq́ue per d Signum ipſi a c Parallela, quę ſit d f. Duplum eſt igitur Trianguli e c d ipſum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum eſt. Rurſus habeat Triangulum Baſim a b, ducaturq́ue ipſi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum eſt Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ eſt. His itaq; oſtenſis dicimus quòd Quadrilatero exiſtente, cuius duo tantũ Latera ex oppoſito iacẽtia ſunt Parallela, ſi quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam diſſecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod ſit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum eſt, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam ſecto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod ſit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum eſt. Hoc ergo oſtendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, ſitq́ue in ipſo Latus a d Lateri c b Parallelum, & ſecetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipſa b e, coincidatq́ue cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui ſunt ad e Signum æquales ſunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e eſt æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale.







Per 33. Propõnẽ. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio ſup eadẽ Baſi, & in eiſdẽ Parallelis cõparatio. nota ꝗ aũtꝗ cadit etiã ĩter Parallelogrammũ, & Trapeziũ ſup eadẽ Baſi, & ieiſdem Parallelis cõparatio & qua dicẽdũ in Cõmentariis nr̃is. oĩa aũt hęc vera ſũt & ĩ Baſibus ęqualib⁹, horũq; cõuerſa, ſi cõuenĩẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio ſup eadẽ baſi nõ in eiſdẽ Parallelis, ſed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc eſt qđ Proclus obiter oſtẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d e. Totum igitur a e f Triāgulum duobus a d e, b c e Triangulis eſt ęquale. Verùm Triangulū a e f æquale eſt a e b Triangulo. nam ſuper æqualibus ſunt Baſibus, ipſis nempe b e, e f, in eiſdemq́ue Parallelis, * ſi reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale eſt Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat oſtendendū. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi etiam à Latere a b biſariam diſſecto ad Latus c d quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera biſariam ſecto ad reliquum rectæ quædam Lineę ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Hæc quidem exercitationis gratia ſint demonſtrata. Ad ea verò, quæ ſequuntur eundum nobis eſt.

* hæc ad finē vſq; omnia fortaſſe Procli nō ſūt, ſed ab aliquo addita.

FRANCISCI BAROCII
Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.

HOC rurſus in loco Lector beneuole ſilentio prętereundum nō eſt, quòd in omnibus ferè, quę hucuſq; vidimus exemplaribus maximā hîc imperfectionem inuenimus. nam præſens quidem quintuſdecimus Cōmentarius finem verſus mutilatus eſt, totus verò ſextuſdecimus quadrageſimæ ſecundæ Propoſitionis cōmentarius, vnà cū principio ſeptimidecimi deſideratur, præter quàm quòd legimus in vno ſolo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [ſi reliqua ducta fuerit] vſq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Baſileæ impreſſo, inquo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non ſunt, ſed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonſtrationem, quam autor inceperat. Vnde ſanè ea cuiuſmodi ſe ſe nobis græcè obtulerunt, eiuſmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōſtrationem abſoluunt, proptereaq́ue habendæ ſunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiuſce cōmentarij finem, qui cōſtet ex proprijs Procli verbis, deſiſtendum non eſt. Longiorem ſiquidem eo, qui nunc extat ſermonem Proclum in hoc habuiſſe commentario cenſeo, primò quidem eò quòd quū ſuperius tum in octauo Commentario, quod eſt vltimum ſecundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Commenta-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertię primas tenet, nec ſecũdę parti tertiã cõnexerit, neq; tertię propoſitũ diſcuſſerit, quẽadmodũ fecit in principio quarti libri, vbi porrò cũ in fine tertij primã partẽ epilogo terminauerit, ante q̃ ad vigeſimęſeptimę Propoſitionis expoſitionẽ accederet, quę ſecũdæ partis principio fruitur, integrũ interpoſuit Capitulũ, in quo ſecũdã primę annexã oſtẽdit, quę'q; in ea pertractãda erãt ab Elemẽtorũ inſtitutore declarauit, hęc planè hoc in loco faciẽda erãt, quippe cũ in hoc potisſimùm Theoremate tertiæ partis Propoſitum appareat. At nemo eſt, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cõmentarij nullum ſecundæ partis fecit epilogum, ſed nullo intercedente medio ad trigeſimęquintę Propoſitionis interpretationem ſe contulit: quod'q; in principio quintidecimi nec haſce duas partes inuicẽ colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum exiſtimo. cùm enim haud ſine cauſa Proclus noſter in quatuor duntaxat libros ſua in primum Elementorum Librum Cõmentaria diuidere voluerit, non potuit intèr quartũdecimũ, & quintumdecimum Cõmentarium hæc facere, ne Cõmentariorum peruerteret ordinem, & quodãmodo cuiuſdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum eſt vt in fine quintidecimi breuiter tum iſtarum partium continuationem, tum vltimæ propoſitum tetigerit, neq; à Cõmentariorum ſerie diuertendo, nec quadripertitam librorum diſtributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perſpicuum nobis eſt quòd præſens, de quo loquimur Cõmentarius prolixiorem ea, quæ in ipſo reperitur orationem continuerit.

Secũda ratio.

Secundò verò, quoniam digresſionem in materia pulcherrima, difficiliqúe aggreſſus eſt, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipſius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucuſq; Parallelogrãmum Parallelogrãmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrãmum Triãgulo ſuper eadem, aut ſuper ęqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis comparauerit, itidem Proclus noſter, qui paſſim in Cõmentarijs ſuis vtilitati ſtudentium conſuluit, hîc quoque exercitationis noſtræ cauſa Trapezium Triangulo, & Parallelogrãmo, itemqúe alteri Trapezio ſuper eadem, aut ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis comparare ſibi propoſuit.

qd doceat Proclus in ſua digresſione.

Trapeziũ inquam illud, quod propriè Trapeziũ à Poſidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cõmuni nomine nuncupauit nullam habẽt Parallelarum cauſa pasſionem, nec in eiſdem eſſe poſſunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec eſt valida ra-

Reſponſio ad tacitã obiectio-nem.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilaterę in eiſdem dicuntur eſſe Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrãmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziũ appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & non in eiſdem Parallelis, ſed cũ alia conditione: necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione comparare. At finem verſus comparationis, quæ ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis fit, cõmentarius deliquium patitur, deeſtq́ue primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſecet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitũ in duas partes æquales: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis: quartò denique, eadem Trapezij cũ Trapezio comparatio: quintò demum, & vltimò præter quandam ſui moris pulchrã in fine cõmentarij conſiderationẽ, aut documentũ, deeſt procul dubio ſecundæ, atq; tertiæ primi Elementorũ libri partiũ continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum inſtitutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in pręſenti cõmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eiſdemq́ue Parallelis] quanuis aliquis Procli ſtudioſus manũ iniecerit, poſtremãq; earũ, quę nunc extant in eo Demõnem perfecerit, ac demũ ita cõmentariũ epilogo concluſerit, vt integrũ videatur. Veruntamen poſsibile etiam eſt ꝙ cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, ſynceraq́ue ſint, deliquium verò cõmentarij incipiat poſt illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodq́ue verba illa [Hæc quidem &c.] quę poſtremũ ſortita ſunt locum, ſint totius cõmentarij epilogus. Aut fortaſſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis, primùm ibi [Quadrilaterũ eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogus digreſsionis, illa autem

Quæ deſint in digreſſione, & in fine cõmentarii.

[ad ea

[ad ea verò &c.] ſint pars epilogi eorum, quæ poſt digreſsionem dixiſſet, ac deniꝗ totius cõmentarij. Aut inconueniens quoque non eſt quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vſque ad illa [eundum nobis eſt] ſint totius digreſsionis epilogus, ſecunda'ꝗ imperfectio ſic ſe habeat [eundum nobis eſt hoc prius obiter adnotato, quòd ex præſenti potisſimùm Propoſitione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propoſitum, cõmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumq́ue contemplatio] & ſimilia. Verumenimuero vtcunque ſe habeat ſtudioſis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non ceſſabo vt mecum quęrere non deſiſtant quouſꝗ omnes Procli commentarij perfecti, integriq́ue reperiantur, ne tanta, quæ in eis eſt doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda cenſui partim vt ea tibi verba oſtenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cõmentarij finem adiecta mihi videntur, ne ſi aliquando integrum, vel aliter ſe habere commentarium reperias, ea me addidiſſe exiſtimes: partim etiam vt quæ in ipſo deſiderantur paucis recenſerem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc ſufficiant.

Dato Triangulo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo.

Propô· 42
Prob. 11

Scholium ſecũdum.

COmmentarius Procli in hanc Propoſitionem, qui eſſet in ordine ſextuſdecimus deſideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, eſſetq́ue noſtrum eam commentario illuſtrare, vt Euclidis ordo, atꝗ doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propoſitionibus, ita etiam in hac eluceſceret. Sed quoniam propoſitum in præſentia nobis eſt Proclum ſolũ abſꝗ alijs expoſitionibus emittere, ſatius erit huiuſce Problematis interpretationem aliàs vnà cum reliquis in Proclum noſtris expoſitionibus edere. Nunc verò ſatis ſit adnotaſſe quòd deeſt Procli totus ſextuſdecimus cõmentarius, vt vnuſquiſꝗ diſcendi cupidus, eum inueſtigare conetur. atꝗ hæc de his. Altius autem rurſus exordium ſumendo perſcrutemur defectum ſequentis ſeptimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ deſiderantur ſententiam afferre poſſimus. Quũ itaque tres quidem ſint huiuſce trigeſimiſecundi Theore-

Quę contineãtur i 17. cõmẽtario.

Quę reperiantur in 17. cõmẽrio.

matis Caſus nec plures, neq; pauciores, Euclides autẽ breuitatis gratia vnum ex facilioribus ſumpſerit, in quo Theorema demonſtrauit, lucidiſsimus Proclus, qui vbiq; ſumma cura, & diligẽtia vtilitati noſtrę ſtuduit, hoc etiam in loco reliquos duos Conſtructionis Caſus dilucidare, Theorematiſque veritatem in ijs demonſtrare cœpit, quibus Demonſtrationibus abſolutis, cũ pulcherrimo documento, vt eius mos eſt, Cõmentario finem dedit. & hæc quidem ſunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniã autem ab expoſitione Caſuum commentarios ſuos auſpicari minimè conſueuit, & quoniã deſunt quædã verba ad ſententiã, orationemque perficiendam, iudicandũ eſt quòd non paucis initium verſus cõmentarius caret. At verba quidem, quę deſunt ad complendum ſermonem, huiuſcemodi forſan eſſent [Verùm Elementorum inſtitutor Parallelogrãma, quę circa Dimetientẽ conſiſtunt inuicem coniuncta ſuſcepit, ſi quis autẽ inſurgat dicẽs quòd fieri poteſt vt Parallelogrãma inuicem non coniungantur iuxta vnũ Signum, quodque porrò Cõplementa non ſunt quadrilatera, oportet hunc quoq; ponentem Caſum idem accidens perſpicere &c.] Ea verò, quæ ante Caſuum expoſitionem in cõmentarij principio deſiderantur, fortaſſe varia eſſent. conſueuit enim Proclus vbique antequam ad Caſuum interpretationem accederet, varia in principijs cõmentariorum recenſere, verbi gratia, Propoſitionis continuationẽ, & ſpeciem, vtputa ſi Theorema ſit, an Problema, etſi Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediũ: vtrùm Determinatum, an Indeterminatũ: vtrùm Abundans, an Diminutum: & ſi Abundans, vtrum Maius, an Impoſsibile: & ſi Diminutum, vtrũ Sectionem, vel Poſitionem, vel Conſtitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiuſmodi Theorema, vtrũ Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & ſi Elementũ, vtrùm Simplex, an Compoſitũ: & ſi Compoſitum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & ſi Complexũ, vtrùm Vniuerſale, an Particulare: & ſi Vniuerſale, vtrũ Præcedens, an Conuerſum: & ſi Pręcedens, vtrùm Locale, an ſecus: & ſi Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & ſi in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in ſolidis: & ſi in Planis vtrũ in ſimplicibus, an in miſtis: & ſi in ſimplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & ſi in circularibus, vtrũ in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & ſi in miſtis, vtrum in Helicibus, an in Ciſſoidibus: vel alijs huiuſmodi: Quòd ſi in ſolidis, vtrũ in ſphęricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

Quę deſint i 17. Cõmentario.

ſpi

ſpiricis, vel alius cuiuſdam ſpeciei: & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in cylindricis, vtrùm in Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterqúe ſi eſt Locale in Superficiebus, vtrùm in planis, an in ſolidis: & ſi in planis quidẽ, vtrùm in circularibus, ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimqúe multilateris: & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis: & ſi in æquicruribus, ſiue ſcalenis, vtrùm in rectãgulis, obtuſangulis, vel acutangulis: & ſi in quadrilateris, vtrùm in parallelogrammis, an ſecus: & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte alterà longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis: & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus, an in ſcalenis: & ſi in multilateris, vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepſqúe in infinitum: & ſi in quibuslibet iſtarum, vtrùm in æquilateris, & ęquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit, vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpeciei: & ſi in ſphęricis quidem, vtrùm in ſemiſphæricis, vel ſemiſphęrica maioribus, aut minoribus: ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli: & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris, vel ſcaleni: ſi demũ in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circũuolutione Lateris Quadranguli, vel Partealteralongioris: & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi, & declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodqúe Conſequens: necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſqúe Conuerſionis modus, vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot præterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum: ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur, atq; demonſtretur, vtrùm per Demonſtrationem directam, an per Deductionem ad impoſsibile: & vtrùm in vnico Caſu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta ſit: & ex quibus medijs demonſtretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: poſtremoqúe cum aliqua pulchra cõſideratione, aut documento, aut digreſsione cõmentarijs ſuis finem imponere, vt in præſenti feciſſe videtur. Hæc candidisſime Lector erant mihi recenſenda, vt quæ in Procli cõmentarijs deſiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inueſtigare non ceſſabo quouſque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademqúe perfectione, qua Autor illud perſcripſit reſtituam, & renatę Fœnicis inſtar reuiuiſcere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæqúe iandiu deſideratum munus impertiar. Quòd ſi ante mearum expoſitionum emiſsionem hoſce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata ſunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

TEXTVS

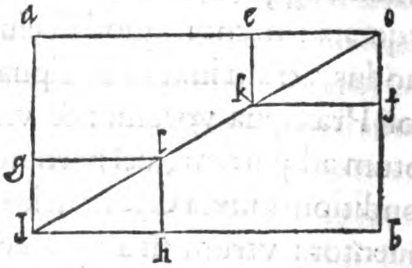
Propô. 43 Theô. 32. Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuſcunque Parallelogrammi cõſiſtentium, inter ſe ſunt æqualia.

Principium huius commentarii deſideratur.

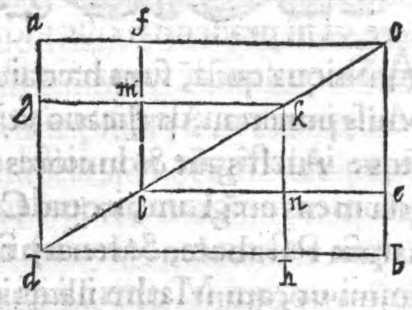
* * * *

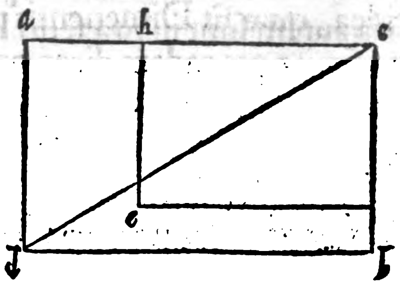
Com. 17. * vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodqúe porrò Complementa nõ ſunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Caſum idem accidens perſpicere. Sit enim Parallelogrãmum a b, quod habeat Parallelogramma c k, d l circa eandem Dimetientem, ſit autem inter ipſa quædam k l recta Linea, quæ ſit Dimetientis pars. Rurſus itaque eadem dices, nempe Triangulum a c d æquale Triangulo b c d, & Triangulum e c k, Triangulo k c f, necnon d g l Triangulum d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,

Reliq duo hui⁹ The. Caſus.



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis eſt. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrãma iuxta Signum, neq; diſtarent ab ſe inuicẽ, ſed inuicem interſecarent, eadem hoc quoque modo Demonſtratio erit. Sit enim Parallelogrãmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrãma circa ipſam, vnum quidẽ ipſum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc ſecetur, ipſum d g k h. Dico quòd ipſa f g, e h Cõplementa ęqualia ſunt. Cùm enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale ſit, eſt autẽ pars quoq; ipſius Triãgulum k l m ęquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ ſiquidẽ eſt & ipſum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio eſt æquale. Verùm a d c Triangulum æquale eſt b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non eſt. Oſtenſum eſt igitur Theorema iuxta omnes Caſus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem conſiſtunt Dimetientem aut ſecabunt ſeſe, aut iuxta Signum ſeſe tangent, aut quadam à ſeſe Dimetientis parte diſtabunt. At nomen ipſum Complementorum à re ipſa Elementorum inſtitutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipſum per ſe ipſum memoria dignum in Definitionibus exiſtimatũ nõ fuit. varietate ſiquidem ei opus erat ad ſui declarationem, vt cognoſceremus quid eſſet Parallelogrãmum, quęqúe eſſent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem ſunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ ſunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro ſua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi ſecat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens ſecat e h Latus ipſius c e Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo e c Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt.





Cur tres ſoli ſit huius Theo. Caſus.

Documẽtum. Vnde orsũ ſit hoc nomẽ Cõplemẽta.

Cur in Definitionib' cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrãma dicantur eſſe circa eãdẽ Dimetientẽ.

Propō. 44
Prob. 12
† in dato Angulo rectilineo.

TEXTVS

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare † in Angulo, qui ſit æqualis dato Angulo rectilineo.

Com. 18.

ANtiqua quidē ſunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæqꝫ Muſę inuenta, Applicatio vticꝫ Spatiorum, & Exceſſus, atcꝫ Defectus. Ab his aūt & Iuniores cùm nomina ſuſcepiſſent, tranſtulerunt ipſa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipſim vocarunt. cùm illi quidem priſcæ autoritatis, diuiniq́ue viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam deſcriptione quæ ab hiſce indicantur nominibus perſpicerent. quum enim propoſita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipſa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio deſcripto aliqua extrà ſit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in ſexto Libro tum Exceſſus, tum Defectus mentionem facit. in præſentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non ſolùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis conſtitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea propoſita, cuius Longitudo quatuor pedum ſit, ęquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, ſi cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem eſſe oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itacꝫ fortaſſe trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes propoſito Angulo recto exiſtente, Spatium illud habebimus. Tale quidem eſt verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem ſunt in præſenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam ſic applicandum eſt, vt tota ipſius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet eſſe quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum eſſe oportet: Et eſt rurſus perſpicuū, ꝙ recto quidem exiſtente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, ſiue obtuſo,

Noīa hæc παραβολῆ, ὑπερβολῆ, ἔλλειψις q̄d ſignificent apud Antiquos, quidq́ue apud iuniores. circa hoc vide ét Geminū ī 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium ī primum conicorū Apollonii. In propōnibus 28. & 29. Qūo Applicatio fiat.

Tria ſunt Data ī hoc Proble.

Documentum.

tuſo, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifeſtum eſt, quod rectam Lineam finitam eſſe oportet. ad infinitam ſiquidem hoc fieri non poteſt. Simul igitur cùm dixiſſet ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam neceſſarium eſt rectã Lineam finitam eſſe. Vtitur autem in Conſtructionẽ præſentis Problematis Conſtitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo ſit æquale. non eſt enim idem Applicatio, Conſtitutio, vti diximus. verùm hæc quidem totum conſtituit Spatium tum ipſum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cõſtituit ipſum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extenſionem, neq; excedit, ſed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortaſſe dicas) de cauſa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei ſponte naturæ proueniens eſt, conſiderationeq́ue ſola indiget: eorum autem, quæ diſsimilis ſpeciei ſunt, propter eam, quæ iuxta ſpeciem fit mutationem, ortu, machinationeq́ue æqualitas indiget, quippe cùm per ſeſe inuentu difficilis ſit.

Qũo differat Applicatio à Cõſtitutione.

Finis Documenti.

Dub.

Sol.

TEXTVS

Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Conſtitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuerſalius eſt. ſiue enim Triangulum, ſiue Quadrangulum, ſiue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipſi Parallelogrammum conſtituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per ſe in Triangula diſſoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19.

Hoc Problema vniuerſali⁹ eſt 11. & 12. Problemate, & vltima Propõne ſecundi libri.

Superius i com. 6.

Demõ ꝓblematis.

reſoluerimus, & vni quidem ipſorum æquale Parallelogrammum conſtituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis conſtat, æquale Rectilineo, quod ex illis conſtabat Triangulis, quodq́ue iuſſum eſt factum erit. Et ſi ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quide Triangula eam diſſoluemus, vni autem æquale conſtituemus Parallelogrammum, & ſepties æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quæritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate priſci incitati æquale Circulo Quadrangulum deſcribere quæſierunt. Si enim Parallelogrammum cuicunque Rectilineo æquale reperitur, quæſtione dignum eſt, num rectilineæ quoque Figuræ poſſint Curuilineis æquales oſtendi. Et Archimedes oſtendit quòd omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis eſt, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circunferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū ſunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Baſi æqualis eſt. Verùm hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ conſequuntur eamus.

Exéplum in Figura decé Laterum.

Vide Archimedem & Eutociū in lib. de Circuli dimenſione.

Epilogus.

Propō. 46 Probl. 14.

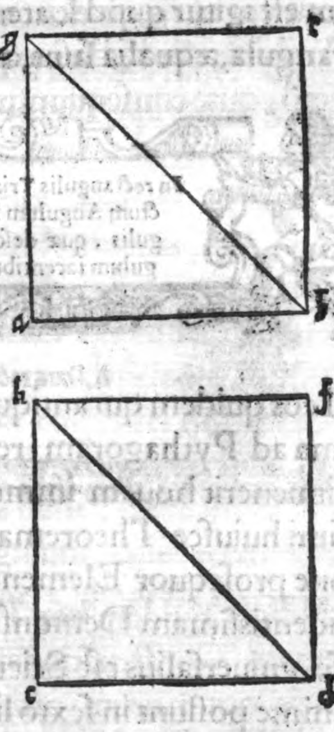
TEXTVS

A Data recta Linea Quadrangulum deſcribere.

Com. 20. Optima r̄ctilineorū ęquilaterū triangulū, et Quadrā gulū ſunt, q̧bus op^b ē ad conſtitutionem q̄tuor mūdanarū Figurarum. idē in lib. 2. cap. 9. et cō. 17. & 9.. & aliis in locis.

INdiget quidem hoc Problemate potiſſimùm in ſequentis Theorematis Conſtructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluiſſe, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam ſanè ad conſtitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipuè earum quatuor, quarū & ortus eſt, & diſſolutio, hiſce Rectangulis opus eſt. nam Icoſaëdrum quidē, & Octaëdrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis conſtant: Cubus

Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipuè illa quidem conſtituere, hæc verò deſcribere. conuenientia nanq; hiſce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis conſtruitur, Conſtitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Deſcriptionē indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in ſeipſum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, ſed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum conſtruimus. & Circulorum deſcriptio prodeſt ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propoſitę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conſpicua ſunt. Oſtendendum eſt aūt ꝙ rectis Lineis, à quibus Quadrangula deſcribuntur æqualibus exiſtentibus, ipſa etiam æqualia ſunt. Sint enim æquales ipſæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipſa quidem a b deſcribatur a b e g Quadrangulum, ab ipſa verò c d, ipſum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales ſunt, ipſæ etiam a g, h c ſunt æquales, æqualeſq́ue Angulos comprehendunt, & Baſis g b Baſi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipſorum duplicia ſunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Quadrangulo c f inæquale non eſt. Veruntamen Conuerſum quoque verum eſt. Si enim Quadrangula ſunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus deſcripta ſunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipſa a f, c g, & ponantur ita vt in directum ſit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti ſint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum eſt. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale eſt c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo eſt æquale. commune apponatur b c f



Cur Euclides vnum horū cõſtituat, alterū deſcribat.

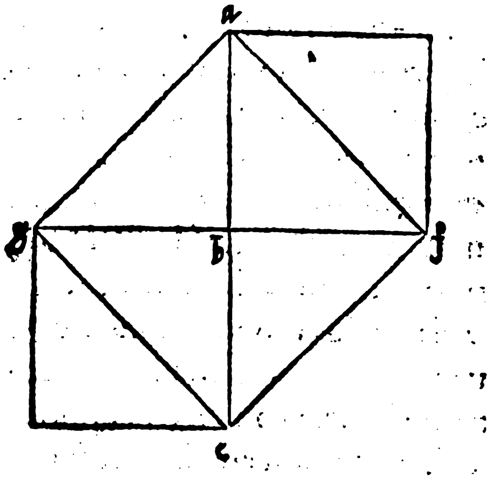
Q̃uo ex Circulorū deſcriptione oriatur Triangulū ęqlaterū.

Documē.

Demõ cuiuſdã vtiliſſimi The. q̃ depēdet ex Definitione Quadranguli.

Demõſtrati Theorę. Conuerſum, eiuſq; Demõ.

Triangulum . . Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale eſt. Parallela eſt igitur ipſa a g , ipſi f c. Rurſus quoniam, tũ ipſe a f g, tum ipſe c g b Angulus dimidia recti pars eſt , ipſa a f, ipſi c g eſt Parallela. Aequalis igitur eſt recta Linea a f rectæ Lineæ c g , Parallelogrãmi ſiquidẽ Latera ex oppoſito iacentia ſunt . Quoniam itaq; duo ſunt Triãgula a b f, b c g, quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cùm ipſæ a f, c g Parallelæ ſint, necnon Latus vnum ipſum ſcilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit æquale . Oſtenſum eſt igitur quòd Latera etiam, à quibus deſcripta ſunt a f, c g Quadrangula, æqualia ſunt, æqualibus illis exiſtentibus .



Propõ. 47 Theo. 33.

TEXTVS

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt Quadrãgulis , quæ deſcribuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

† rectũ Angulũ cõprehẽdentib⁹.

Com. 21.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volũt audiamus , præſens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus , & dicentes eum cùm id inuenerit bouem immolaſſe . Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiuſce Theorematis veritati incubuere . magis autẽ admiratione proſequor Elementorum inſtitutorem , non ſolùm , quia per euidentiſſimam Demonſtrationẽ hoc cõuicit, verũ etiã quia & quod ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus , quæ coargui , conuinciq́ue minimè poſſunt in ſextò libro perſuaſit . nam in illo vniuerſè oſtendit quòd in rectangulis Triangulis forma , quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æqualis eſt formis , quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ ſimiles, ſimiliterq́ue deſcribuntur. nam omne quidẽ Quadrangulum omni Quadrangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea, Quadrangula ſunt . in Triangulis ſiquidem , aliisq́ue multiangulis ſimilitudo

Præſens Theo. ad Pythagorã referẽ, qui ẽt ſacrificauit i ĩuentione . vide Vitruuium. Euclidis commendatio. Vide 31. Propõnẽ Sexti.

ſimilitudo eſt. Ratio igitur, quæ demonſtrat formam, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente fit ſiue Quadrangularis ſit, ſiue qualiſcunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus priori ſimiles, ſimiliterquè deſcriptæ ſunt, quoddam magis vniuerſale oſtendit, quodquè ſcientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa oſtendit, quæ Quadrangulum ſolum Quadrangulis ęquale affirmat. ibi enim & cauſa manifeſta † fit vniuerſali oſtenſo, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à ſubtendente ipſum Latere deſcribitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipſum comprehendentibus priori ſimiles, ſimiliterquè deſcriptæ ſunt. quemadmodum Hebetudo quidem, exceſſum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; oſtenditur Theorema, quod in ſexto libro eſt, ibi perſpicuum erit. Quomodo autem præſens verum eſt, nunc conſideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hîc vniuerſale non debet oſtendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ ſimilitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportione oſtendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particulatim, † in illo magis vniuerſè per eandem viam oſtenſa ſunt. Oſtendit igitur Elementorum inſtitutor in præſentia Propoſitum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia ſint, alia quidem æquicrura, alia verò ſcalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non eſt enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. niſi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus eſt, Vnitate deficiente. in ſcalenis verò fieri poteſt vt Numeri ſuſcipiãtur, & euidenter nobis oſtenditur quod à ſubtendente rectum Angulum fit, æquale ijs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus fiunt. huiuſmodi enim eſt quod in Libro de Republica eſt Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum ſubtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale eſt ijs, quæ ab illis fiunt. hoc enim eſt vigintiquinq;, quæ autem ab ills fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario ſedecim. Perſpicuum ergo eſt in Numeris quod dicitur. Traditę autẽ ſunt & viæ quædam inuentionis huiuſcemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta eſt Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quę circa rectum Angulum ſunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipſo fit quadrangulum,

ab

† oſtendit

Cauſa paſſionis tum hui⁹, tũ 31. Theo. ſexti Elem. ẽ ipſa Anguli rectitudo, q̃madmodũ Hebetudo, & Acumẽ exceſſus, diminutioniſq; cauſę ſũt.

Ex hoc loco, & ex cõ. 9. hui⁹ & 13. tertii habes ꝙ Procli itẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ iſtitutionẽ exponere.

Notandũ.

† nobis

Digresſio.

Duplex rectãgulum Triãgulũ.

Nõ iuenit quadrangulus Numer⁹ quadranguli Numeri duplus qđ ꝓbat Cãpan⁹ ĩ 10. Elementorum.

De hoc Triangulo vide Platonẽ in Rep.

Duæ ſunt vię, qb⁹ iueniunt Triãgula rectãgula Numeros integros in Lateribus habentia.

Via Pythagorica.

ab hocqúe Vnitatem abſtulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum ſunt Angulum, cũ autem huic quocꝫ Vnitatem adiecerit, reliquum quod ſubtendit Latus efficit. Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipſoqúe quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipſo Nouenario Vnitatem abſtulerit, Octonarij dimidium Quaternarium ſuſcipit, huicꝗ rurſus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumqúe eſt Triangulũ rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterũ aũt quatuor, tertiũ verò quincꝫ Vnitatũ habet. At Platonica, à Paribus adoritur. cùm enim datũ parẽ ſuſceperit Numerum, ponit ipſum tanquã vnũ Latus eorum, quæ circa rectum Angulum ſunt, huncqúe cùm bifariam diuiſerit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus ſubtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abſtulerit, facit reliquum Latus eorum, quę circa rectum Angulum ſunt. Verbi cauſa, cùm Quaternarium ſumpſerit, huiuſqúe dimidiũ Binariũ in ſeipſum multiplicauerit, ipſumqúe Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abſtulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium, idemqúe Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinſecus inſuper enarrata ſint. Quum autem Elementorum inſtitutoris Demonſtratio perſpicua ſit, nihil addendũ eſſe cenſeo, quod ſit ſuperuacaneum, ſed ijs, quæ ſcripta ſunt nos eſſe contentos. quandoquidem quicunqꝫ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in ſexto libro oſtenſa ſunt, nullius rei difficilis, quæqúe ad negotium ſpectet cauſa, inſuper aſſumere coacti fuere. Nos itaqꝫ ad ea, quæ ſequuntur tranſeamus.

Exēplum viȩ Pythagoricæ.

Via Platonica.

Exemplũ viæ Platonicæ.

† qđ enim à Quinario fit, æquale ē ei, quod fit à Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compoſitis.

Finis digreſsiōis.

Reprehēdit Heronis, & Pappi ſectatores.

Propō. 48 & vltima primi Ele. Theo. 34.

TEXTVS

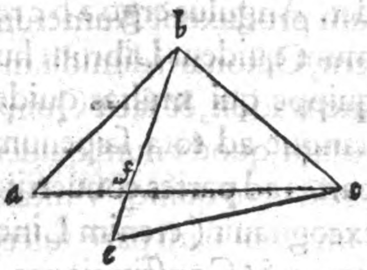
Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli deſcribitur ęquale fuerit Quadrangulis, quę à reliquis duobus Trianguli Lateribus deſcribuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus eſt.

Cō. 22. & vltimum.

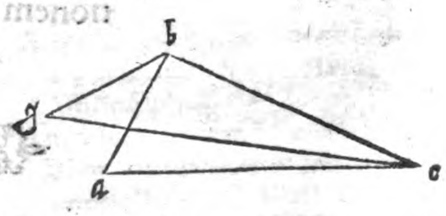
COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulũ fuerit, quod à ſubtendente deſcribitur Quadraugulũ, æquale eſt Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus deſcribuntur: & ſi quod ab hoc, eis,

Modus cōuerſionis hui' The.

quæ



quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum eſt, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonſtratio quidem Elementorum inſtitutoris conſpicua eſt. Triangulo autem exiſtente a b c, & habente Quadrangulum, quod deſcribitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur, cùm in ipſo Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, ſi quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos eſt excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum inſtitutor excitauit, dicemus quòd ſermo hic impoſsibile ait. neq; enim intra Triangulũ ipſam cadere poſsibile eſt, neq; extra, ſed nulla alia eſt, quàm ipſa a b. nam ſi fieri poteſt cadat, vt ipſa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus eſt, Angulus certè c f b acutus eſt. Quamobrem reliquus a f b obtuſus erit. Maius eſt igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipſi a b æqualis, quæ ſit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere e c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c deſcribuntur. Verùm ipſa e b ipſi b a, eſt æqualis. Quadrangulum ergo, quod deſcribitur à Latere e c, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur. Eiſdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c deſcribitur. Aequale igitur eſt quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c deſcribitur Quadrangulo. Et ipſa e c ergo ipſi a c æqualis eſt. Erat autem, & ipſa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectę Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri ſuper recta Linea b c conſtitutæ ſunt, quod nequaquam fieri poteſt. Non cadet ergo intrà recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extrà ad alteras ipſius a b rectę Lineę partes. Si enim fieri poteſt cadat, vt ipſa b g, & ſit æqualis ipſi a b ipſa b g, & connectatur c g. quoniã itaq; Angulus g b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere g c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c deſcribuntur. Erat autẽ & quod à Latere a c, æquale ijs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò eſt a b,



Inſtantia huiꝰ Theorematis.

Reſpōſio.

Nota q̄d huius Theorematis iſtãtia ſoluit ꝑ ſeptimã Propõne primi. Quapp ñ ab re ab Elemẽtorũ inſtitutore inter ſextã, & octauã īter iecta fuit. vtilis.n. ē ad inſtantias deſtruendas, nec non ad Aſtronomiã vide cõm. 12. lib. 3.

ipſi g b. Aequalis eſt igitur g c, ipſi a c. At ipſa quoq; g b recta Linea rectæ Lineæ b a æqualis eſt, ſuper vna b c recta Linea, quod fieri non poteſt. Neq; ergo intrà, neq; extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipſi b c à Signo b excitatur. Super ipſa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus eſt. Soluta eſt igitur Inſtantia. At primum quidem Librum hucuſq; Elementorum inſtitutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuerſionum ſpecies tradidit (tota nanque ad tota ſæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumqúe Sectiones, & Poſitiones, & Conſtitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis ſatis ſuperq; in memoriã redegit. Vniuerſalium præterea, Particulariumqúe Theorematum, Elementarem inſtitutionẽ patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorũqúe Problematum differentiã indicauit (quæ ſanè omnia nos quoq; ipſum conſequentes ordinatim explicauimus) totum deniq; Librum ad vnum Propoſitum retulit, ad Elementarem vtiq; inſtitutionem eius, quæ de ſimplicioribus rectilineis Figuris eſt contemplationis, ac demum tum Conſtitutiones ipſarum inueſtigauit, tum quæ ipſis per ſeſe inſunt conſiderauit. Nos autem ſi reliqua etiam eodem modo perſequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. ſi autem aliæ curæ nos ab inſtituto amouerint, huiuſce contemplationis ſtudioſos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expoſitionem facere cenſeo, quod difficile pasſim eſt, & ad rẽ ipſam pertinet, facileqúe diuidi poteſt ſectantes. quoniam ea ſanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atq; variam in ſe ſe confuſionem continent, quippe quæ nullam cauſæ asſignationem ſimul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philoſophicam.

Epilogus totius primi lib. Elementorũ.

Hinc perſpicuũ eſt ꝙ Procli ꝓpoſitum erat oẽm Euclidis elementarẽ Inſtitutionẽ exponere, ſed certũ nõ ẽ ipſũ eã expoſuiſſe, quia cũ cõdõne hoc pollicetur.

⁂

Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM, quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem quàm accuratiſſimè digeſtus, & quàm locupletiſſimè, vbi p, principiū, m, medium, & f, finem cuiuſcunq; paginę declarat.

Diui-

FINIS.